PRODROMO

DELLA

NUOVA ENCICLOPEDIA

ITALIANA

tamen aspice, si quid
Et nos, quod cures proprium fecisse, loquamur.
HORAT.

SIENA MDCCLXXIX.

PER { VINCENZO PAZZINI CARLI E FIGLI
E LUIGI E BENEDETTO BINDI

Con Approvazione.

ALLE ALTEZZE REALI

DE' SERENISSIMI ARCIDUCHI

PIETRO LEOPOLDO

GRAN DUCA DI TOSCANA ec.

E

FERDINANDO

CAPITANO E GOVERNATOR GENERALE
DELLA LOMBARDIA AUSTRIACA ec.

PRINCIPI REALI D' UNGHERIA E DI BOEMIA
ARCIDUCHI D' AUSTRIA ec. ec. ec.

ALESSANDRO ZORZI.

SE l'Italia, SERENISSIMI REALI ARCIDUCHI, *ha presso le straniere Nazioni la gloria di essere stata la nutrice*

delle ſcienze e dell' arti, in quel felice ſecolo in cui rinacquero; eſſa lo dee ſoprattutto alla reale munificenza de' Medici e degli Eſtenſi: due inclite Sovrane Famiglie, delle quali l' una a noſtra memoria ſi eſtinſe, l' altra regna ancora glorioſa, ma non dà ſperanza di propagarſi a' ſecoli che verranno. Inconſolabile pertanto ſarebbe ſtata l' Italiana Letteratura d' una perdita sì luttuoſa, ſe il Cielo, moſtrando quaſi una provvida cura che le ſcienze fioriſcano dove nacquero, non le aveſſe dato nelle AA. VV. RR. *un sì copioſo compenſo.*

Comune ad entrambi è la ſublimità dell' ingegno, la coltura dello ſpirito, la finezza del guſto, l' amor delle lettere, la protezione de' letterati, la vera filoſofia della mente e del cuore.

Queſta doppia filoſofia, SERENISSIMO ARCIDUCA GRANDUCA, *vi ha fat-*

to e conoscere e amare i veri interessi de' popoli: questa vi ha scoperto e i veri principj che debbono servir di norma a un regnante, e i veri mezzi per cui può ottenersi il fin nobilissimo della felicità di uno stato. Da questa nascono i frequenti editti o piuttosto i paterni ordini di V. A. R. *che rallegrano i più illuminati tra' vostri sudditi, e che son letti ancora dagli stranieri con un dolce trasporto di ammirazione. Anzi se l'autore dello* Spirito delle leggi *scrisse con libertà che* gli editti de' Principi affliggono ancor prima che sien veduti; *i vostri all'incontro debbono consolare sol che sappiasi che sono usciti. Perchè se egli continua recando la ragion del suo detto che* i Principi parlano sempre in quelli de' lor bisogni e non mai de' nostri; *abbastanza è noto*

che Voi *seguite in essi un costume del tutto opposto. E qual ampia materia di lode non mi somministrerebbero questi editti se* V. A. R. *soffrisse d'esser lodata? Ma* Voi *mi permetterete almeno d'accennar quelle cose che come ad uomo di lettere più m'appartengono: la vostra galleria da* Voi *accresciuta, riordinata, arricchita; il gabinetto di fisica da* Voi *eretto, e fornito a dovizia di macchine e di naturali prodotti; e in fine la stampa, per opera di cui diffondesi la luce delle scienze e della filosofia, dalla vostra munificenza e da' vostri saggi regolamenti animata e promossa.*

Nè perchè la R. A. V., Serenissimo Arciduca Governatore, *rappresenti nella Lombardia Austriaca la persona augusta dell'adorabile vostra Madre più che la propria vostra; noi non lasciamo però di vedere quanto da Voi*

debba aſpettarſi l' Italia. Se il benefico cuor di TERESA *non abbiſogna di ſtimoli per far del bene a' ſuoi popoli e per promuover tra eſſi le arti e le ſcienze, la lontananza però da queſti ſuoi Stati fa che le ſieno neceſſarj i ſuggerimenti. E quali più opportuni e più efficaci inſieme e più grati, che quelli che partono da un figliuolo amatiſſimo e in ogni genere di buona letteratura coltiſſimo? giacchè chiunque ha la felicità di trattarvi, ammira la penetrazione del voſtro intelletto, e l' ampiezza delle voſtre cognizioni, non meno che l' amabil maeſtà delle voſtre maniere. Ma del voſtro amor per le ſcienze io poſſo eſſere teſtimonio al pari d' ogn' altro. Appena* VOI *udiſte parlare del progetto dell'* Enciclopedia Italiana*, che vi degnaſte di lodarlo e di augurarne il buon eſito con eſpreſſioni di ze-*

lo uguale e forse superiore a quello degli autori medesimi. Quali approvazioni poi non vi degnaste di dare a quel primo Prospetto, *che ho avuto l' onore di presentarvi per una mano illustre e a* Voi *cara* (*)? *e quanto non m' avete animato a promuovere questa impresa, le cui gravissime difficoltà, se* V. A. R. *non m' avesse ispirato il coraggio di superarle, avrebbermi certamente atterrito.*

Ma io non posso commemorare un pregio dell' uno che non sia all' altro comune. La stessa clemenza e lo stesso amor delle lettere mosse l' uno e l' altro di Voi, Serenissimi Reali Arciduchi, *ad accettare l' offerta che in nome di tanti illustri letterati d' Italia io vi ho fatto di tutta l' Opera. L' autorevole patrocinio, che le* RR. AA. VV. *si degnarono d' accordarle,*

(*) Il Sig. Principe D. Carlo Albani Maggiordomo Maggiore di S. A. R.

le diede la vita: e fece che s'incominciasse da tutti a stimar reale un progetto, creduto fin a quel termine superiore alle forze italiane da quegli stessi che ne entravano a parte. Ma tempo è omai che il mondo conosca che mercè degli AUSTRIACI, *che il cielo ha destinato per succedere a' Medici ed agli Estensi, l' Italia può tutto ardire, e sorpassare eziandio le glorie de' più bei secoli. I primi tra' dotti Italiani concorrono a compilare la* Nuova Enciclopedia, *e la voce di quest' opera può dirsi la voce della nazione. Qual giubbilo per me che una fortunata combinazione di circostanze m'abbia posto in dovere di portar questa voce al Real vostro Solio, e di dichiarare alle* AA. VV. RR. *anzi a tutta l'Europa, che l'Italia aspetta da* VOI *il secolo di* LORENZO *e di* BORSO!

Neque haec festinatio ambitiosa fuit, sed sollicita; ut si quid illi humanitus accideret, exstaret tamen designatio quaedam ac destinatio rei, quam animo complexus est: utque exstaret simul signum aliquod honestae suae, & propensae in generis humani commoda voluntatis.

Franc. Bac, de Verulam.

PIANO GENERALE
DELL' OPERA

AL primo Volume della nostra Enciclopedia premetteremo il Discorso Preliminare del Sig. d'Alembert. Chi volesse sostituirgliene un altro sarebbe appunto come un pittore che rinnovando una vecchia sala ne levasse il più bel lavoro di Raffaello per collocarvi in vece un suo quadro. Questo non è dunque un discorso preliminare, in cui pretendiamo di far pompa di filosofia e di eloquenza: ma solo è un piano, in cui intendiamo di dare al pubblico un'idea dell'opera.

L' opera, di cui si tratta, è una ENCICLOPEDIA. Ognuno sa che per Enciclopedia comunemente intendesi un libro, il quale abbracci e ristringa in se solo quanto v' ha di più degno a sapersi in tutte le scienze ed in tutte le arti: e tutto ciò disponga con un tal ordine, che sia serbato per l' una parte il comodo schieramento delle voci secondo il capriccio dell'alfabeto, e sia indicata per l' altra la naturale concatenazion delle cose secondo i lumi della filosofia. Ognuno sa ancora che questa non è la prima Enciclopedia. Sono molt'anni, ch'è fralle mani di tutti il Dizionario del Sig. Chambers: nè esso ha lasciato di essere ricercato se non perchè gli succedette l' Enciclopedia di Parigi. Così forse questa medesima darà luogo ad una migliore, se per avventura ne uscirà una migliore alla luce del pubblico. Ma sospendiamo per ora il parlare del merito della esecuzione, e ragioniamo piuttosto del merito del pensiero.

I Dizionarj (poichè un' Enciclopedia non è altro, che un Universal Dizionario) hanno molti amici, e molti nemici: e forse gli uni e gli altri del pari ingiusti. Gli uomini superficiali amano i Dizionarj; perchè sperano di ottenere per essi tutta quella dottrina, a cui mirano. All' incontro certi dotti severi, e che sono o si credon profondi, li odiano e li abborriscono; perchè temono che i Dizionarj debbano rendere tutta la letteratura superficiale: forse ancora perchè si rammaricano, ch' altri acquisti assai agevolmente colla lettura di pochi articoli quella erudizione che loro costa il lungo e

difficile studio di ampj volumi. Ma lascio che una vera Enciclopedia non vuol confondersi co' dizionariucci volgari. Un buon Dizionario, di qualunque scienza o arte esso sia, non può in vero istruire in quella bastantemente chi voglia dichiararsene professore: ma può bensì erudire lodevolmente chi la desideri per ornamento. Io so che dopo la moltitudine de' Dizionarj, che si è introdotta, moltissimi sono i giovani infarinati di varie facoltà, e in niuna profondi. Ma so altresì, che pigri per natura, e dissipati per moda, se non avessero l'agio di questi libri, si rimarrebbero del tutto rozzi. Dicono alcuni, che almeno avrebbero in quel caso manco di prosunzione. Ma io dico, che la superbia, cui ora appagano pregiando molto se stessi che sanno poco, porterebbeli allora a disprezzar più coloro che sanno molto. E tra un rozzo sprezzante ed un saccentello prosuntuoso, il più tollerabile sembrami che sia il secondo.

Che se tuttavia i Dizionarj sono stati poco utili a queste volanti api, che altri con più generale vocabolo direbbe insetti della letteratura; essi hanno recato senza alcun dubbio un vantaggio grandissimo a' veri dotti. Non ha cinquant'anni, che riputavasi una maraviglia, che un uomo solo fosse istruito in due o tre scienze svariate: e la maggior parte de' dotti non si sarebbe arrischiata a por piede fuor de' confini dell' arte sua: quando pure non d'altro si fosse trattato, che di accrescerle quella luce, che spesso le buone arti una su l'altra vicendevolmente riflettono. Ora all'incontro v'ha molti e molti grand'uomini nella lor professione profondi al pari di qualunque de' nostri antichi, che alla piena cognizione di quella facoltà, che hanno infra l'altre prescelta, congiungono una pregievol coltura in presso che tutte le altre. E questo è effetto in parte delle radunanze accademiche, ma in parte ancora de' Dizionarj.

Ma singolarmente una buona Enciclopedia debb' essere d'una utilità inestimabile. Essa dee in ristretto raccogliere tutto il buono, ch'è sparso negli altri libri. Or chi può leggere in questo secolo tutti i buoni libri che v'ha, non dirò in ogni genere di scienze, ma in una sola? Appena forse basterebbe il congiungere all'instancabile studio di Leibnizio la lunghissima età di Noè. Nè solo è impossibile il leggere un numero di volumi sì sterminato, ma alla maggior parte degli uomini di lettere è impossibile eziandio l'averle a lor agio. Or abbiasi un uomo dotto nel suo studiolo, oltre alcuni de' migliori libri della sua arte, una buona Enciclopedia. Di questa sola egli potrà esser contento, e non avrà a desiderare nè la libreria dell' Istituto di Bologna, nè quella del Re di Francia. Egli non leggerà, io credo, l'Enciclopedia

dia feguitamento; come non leggerebbe feguitamente l'un dopo l'altro tutti i libri d'una Biblioteca. Nè l'una nè l'altra è fatta a quest' ufo. Ma dove occorragli il bifogno di qualche util notizia, ch'egli non ha, aprendo un volume di quefta grand'opera, dove l'ordine dell'alfabeto lo fcorge, egli fenza lunghezza o noja di viaggio incontrerà agevolmente ciò che bramava. In una biblioteca forfe, benchè fornita di ottimi libri, o farebbe rimafto defraudato della fperanza, o non avrebbe foddisfatto alla fua dotta curiofità fe non a prezzo di fcartabellare più tomi in foglio. In fomma una Enciclopedia ancora quanto fi voglia imperfetta è utile; il vantaggio poi d'una perfetta è maggior d'ogni ftima.

Ma quando fi potrà mai fperare una Enciclopedia perfetta? Quando effendo tutte le fcienze e tutte le arti giunte al loro ftato di perfezione, fi raccoglierà infieme per compilarla fotto ad un capo veramente enciclopedico una focietà d'uomini di lettere ciafcuno nella fua facoltà fommo e perfetto. Egli è lo fteffo che dire, che una perfetta Enciclopedia non v'avrà in neffun tempo. Ma come l'Autore della natura, non effendo poffibile un mondo ottimo affolutamente, non lafciò però di creare quefta ammirabile univerfità delle cofe, che tuttavia ci manifefta sì bene i fuoi divini attributi: così quegli uomini, a'quali egli ha dato la facoltà e il buon volere di giovare a'lor fimili, non potendo donar ad effi un lavoro nel genere fuo perfetto, pongono nondimeno la mano all'opera, e tentano di condurla a quel più alto grado di perfezione, che moftrar poffa la lor diligenza. Tale fenza dubbio fu il penfiero del benemerito Chambers, e tale fu quello de' due fommi nomini editori dell'Enciclopedia di Parigi i Signori Diderot e d'Alembert. Ma qual diftanza fra l'Enciclopedia inglefe, e la parigina? Forfe la minor differenza è nel numero de'volumi; benchè quelli fien due, benchè quefti fien diciaffette. Or farebbe forfe una profunzione il penfare, che nello ftato in cui fono al prefente le arti e le fcienze poffa comporfi una Enciclopedia tanto migliore di quella di Parigi, quanto quella di Parigi è miglior dell'Inglefe?

Lungi da'noftri fcritti, ficcome dalla noftra idea è lungi, ogni parola ed ogni penfiero, che apparir poffa men rifpettofo al merito degli uomini grandi. Ma qual v'ha opera di sì gran mole, e in cui lavori a vicenda un sì gran numero d'uomini, che non debba in effa mifchiarfi infieme col buono e coll'ottimo il cattivo ancora ed il peffimo? Quante volte a cagion d'efempio non è ftato corretto il celebre Dizionario del Sig. Moreri, e quanto non comparifce ancora ripieno di errori agli occhi de'faggi critici? E quan-

to all'Enciclopedia di Parigi nè le note di Lucca, nè l'addizioni di Livorno, nè le molto più copiose d'Yverdun, nè gli stessi supplementi di Francia l'hanno accresciuta, e molto men ripurgata, come si converrebbe: nè il moltiplicarne tutto dì l'edizioni varrà a perfezionarla giammai. Eppure quanto felice esito ha avuto in Italia il progetto di ristampare la vecchia Enciclopedia, altrettanto insormontabili ostacoli convien dir che incontrasse la tanto più sana proposizion di una nuova altre volte già fatta. Or noi la facciamo noi pure, e crediamo di non ingannarci promettendoci una migliore fortuna.

NUOVA adunque ci piace di chiamare la nostra Enciclopedia, perchè tutti intendano fino dal titolo, che non è nostro animo di dare al pubblico un volgarizzamento della francese, conservando quanto v'ha in essa, ed aggiugnendovi tutto al più alcune note ed alcuni articoli. E che? tutti penseranno ad aggiugnere, e niuno a levare? Ma la nostra intenzione è affatto diversa. „Io esamino il nostro travaglio senza parzialità (diceva il Sig. Di- „ derot, *Art.* Encyclopedie): io veggo che non v'ha forse alcuna sorta di col- „ pa, che noi non abbiamo commessa; e sono sforzato di confessare, che „ d'una Enciclopedia, quale si è la nostra, ne entrerebbero appena i due „ terzi in una vera Enciclopedia „. Noi possiam forse aggiugnere con verità, che, levandone ancora ciò che non può invogliare che i soli Francesi, e ciò che può nauseare i religiosi Italiani, questi due terzi medesimi resteranno ancora assai diminuiti: e quella parte, che dopo tanti stroncamenti ne rimanesse, potrebbe a nostro giudizio o ristringersi ancora più, o ridursi a forma migliore. „ Vi avrà sempre de' difetti (aggiugne il valente e spassio- „ nato Editore) in un'opera di questa estensione. Si ripareran da principio „ co' Supplementi secondo che si andranno scoprendo: ma verrà necessaria- „ mente un tempo, in cui il pubblico domanderà un generale rifondimen- „ to „. Ed è il *rifondimento* d'un'opera (che così può in nostra lingua rendersi il vocabolo francese *réfonte*) l'atto di darle una forma del tutto nuova: quale appunto darebbesi ad un vasellamento d'argento un po' gottico da chi lo facesse fondere nel crogiuolo, e ad un più elegante modello foggiare. Or questo generale rifondimento quello è, che ci piace di chiamare NUOVA ENCICLOPEDIA.

Quanto in essa sia per restare dell'antica materia, chi di noi potrà dirlo prima di veder l'opera già compiuta? Ciascuno degli autori esamina la parte ch'è a lui fidata, e tutti a uno a uno gli articoli, che la compongono. Noi speriamo che tutti i nostri Colleghi abbiano in vista il solo vantaggio del pub-

pubblico: A questo condurrà ora il volgarizzare semplicemente l'articolo ora il ristringerlo, ora l'ampliarlo, ora il dividerlo, ora il correggerlo, ora il rimpastarlo interamente, e diciamo pure il rifonderlo: e spesso molti dovranno ommettersi affatto, molti aggiugnersi tutti di nuovo.

Or ci conviene spiegare qual forza abbia presso noi il vocabolo d'ITALIANA, con cui questa Enciclopedia sarà intitolata. Essa sarà dunque italiana e per la lingua, in cui sarà scritta, e per l'uso degl'Italiani, al quale singolarmente essa mirerà. E intorno alla lingua: se la nostra opera altro non fosse che un volgarizzamento della francese Enciclopedia, quanto per ciò solo non ci dovrebbero gl'Italiani? Io non dico già solamente per quella ragione, per cui ogni volgarizzatore d'un libro utile si fa un merito colla sua nazione rendendolo, quanto è da se, a tutti gli ordini famigliare. Veggo che trattandosi di una version dal Francese, questo benefizio riguarderebbe pochi altri nel secolo in cui viviamo, che quegli artigiani, i quali avessero la volontà e l'agio di meglio istruirsi ne'lor mestieri. Ma del volgarizzamento della Enciclopedia non dovrebbe discorrersi, come di quello di un altro libro. La nostra lingua aveva il miglior vocabolario del mondo, quando i Francesi nostri vicini pensavano appena a formar la loro. Noi possiam forse dirlo a miglior ragione, che un d'essi or non dicalo degl'Inglesi. Ma o sia che la gran maestra del parlare, che sola cribra e affina le etrusche voci, abbia troppo presto prescritti certi limiti agli scrittori, o sia che pochissimi tra' nostri abbiano pensato a scrivere in volgar favella ciò che riguarda le scienze e le arti, quanto l'Italia vince la Francia nel linguaggio poetico e nell' oratorio, altrettanto convien che le ceda nella copia e nella proprietà de' vocaboli scientifici e tecnici.

E non è già, che il nostro idioma non possa avere molte bellissime voci uguali alle francesi nella proprietà, e superiori nell'eleganza. E moltissime infatti ne ha raccolte nel copiosissimo suo *Dizionario Italiano-Francese* il Sig. Abate Francesco de Alberti. Ma ed altre molte giacciono eziandio oscure nelle toscane officine, e queste medesime vorrebbono vedersi non solitarie in un nomenclatore, ma incastonate, io direi quasi, come altrettante gemme in un forbito trattato. Or questo vantaggio avrebbesi da un bel volgarizzamento della Enciclopedia. Nel quale quanto dovrebbero i volgarizzatori guardarsi da certi aspri vocaboli forestieri, che han nella nostra lingua dolcissimi ed antichi corrispondenti, e da certe frasi e sintassi e maniere di dire, che sono affatto lontane dall'indole e dal genio del nostro Idioma; vizio, in cui con pregiudizio dell'italiana favella e con biasimo loro

ca-

cadono frequentemente certi giovani infranciosati; altrettanto dovrebbero procurare e di trar fuori dalle botteghe tutti i termini delle arti, e di fabbricarne ancora opportunamente, se fosse d'uopo, per ispiegare qualche strumento o qualche lavoro, che tra noi non sia in uso: ciò che ad un semplice vocabolarista non può mai esser lecito. Così con questa sola versione si arricchirebbe la nostra lingua assai più che con mille altri libri. Ma se questa utilità ritrarrebbesi ancor da una traduzione, quanto più non dee essa sperarsi da un'opera libera, e nel senso, ch'è detto, nuova?

Chiamiamo in secondo luogo Italiana questa Enciclopedia, perchè sarà indirizzata singolarmente a benefizio della nostra nazione. L'Enciclopedia francese ha in questa parte riguardo a noi un difetto, che non si tollererebbe sì facilmente da un animo men del nostro condiscendente pe'nostri vicini. Essa ha avuto in veduta singolarmente i Francesi. E così doveva fare. Ma che importa a noi d'essere sì lungamente informati delle leggi municipali, de' costumi, de'consigli, delle caccie, delle feste, e di tutte le usanze di Francia? seppur non fossero le ultime mode delle acconciature e degli abbigliamenti. Queste notizie per noi inutili riempiran forse due tomi in foglio. Or quanto non sarà meglio il sostituirvi un ristretto della storia del nostro paese, che può appena occupare altrettanto spazio? Dalle domande che leggonsi in fine del *Piano Storico* potrà vedersi qual sia intorno a ciò la nostra intenzione. E noi ci lusinghiamo che il dizionario storico-politico dell'Italia che dee risultarne, e che abbraccierà ancora le nostre manifatture e il nostro commercio, possa anche solo bastare a raccomandar l'opera alla nostra nazione.

Di non minore raccomandazione speriamo che debba esserci la religione. Molti italiani si lagnano che l'Enciclopedia non possa mettersi in mano ad ogni genere di persone, senza pericolo appunto che la religione ne resti offesa. Per me io son ben lontano dall'opinione di quelli, che, non avendo forse mai letta quest'opera, spacciano gli Enciclopedisti francesi per una congregazione d'increduli. Io consiglierei anzi costoro a leggere l'articolo *Christianisme* ed alcuni altri simili, in cui troverebbero la religione non sol rispettata, ma robustamente difesa. Nondimeno non può negarsi che riguardo a molti articoli le querele de' buoni non sien ragionevoli: e ciò solo basta per vietarne saggiamente la lettura a un gran numero di persone, a cui d'altronde sarebbe assai profittevole. Or noi possiamo assicurar chicchessia, che ne leveremo scrupolosamente ogni parola, ogni sentimento che possa offendere la più dilicata pietà; e che tutti gli articoli, che han qualche relazione alla religione, saranno religiosamente trattati. Ec-

Ecco esposto in breve il nostro disegno. Ed esso sarebbe bellissimo, ci dicono alcuni, se fosse possibile il colorirlo. Ci convien dunque esporre quali ajuti ci rendano arditi a porre la mano all'opera. E riflettiamo primieramente, che il chiamar impossibile l'impresa d'una Enciclopedia è una difficoltà oramai troppo vieta, e dimostrata insussistente dal fatto. Essa poteva farsi con più ragione contro i primi tentativi francesi. Ma poichè i Francesi ci hanno aperta la strada, e renduta colla lor opera tanto minor la fatica, non è più tempo di dire, che una Enciclopedia è un'impresa impossibile; seppure non vogliansi degradar troppo gl'ingegni italiani, che pur si riguardano come i maestri delle straniere nazioni. Dicasi piuttosto che è facile l'aggiugnere alle cose già ritrovate; facile l'empiere i vani già conosciuti; il correggere gli errori scoperti; il declinare gli scogli dall'altrui naufragio renduti infami: che in somma e gli Enciclopedisti di Parigi, e quanti hanno scritto o per illustrar la lor opera o per censurarla, tutti han faticato per noi. Io veggo bene che ciò vale a scemare la nostra gloria: e noi siamo ben lontani dal credere di poter mai uguagliare quella degli editori francesi. Ma noi speriamo di esser utili alla nostra nazione, e questa gloria ci basta.

Pochi uomini grandi a giudizio del Sig. Diderot debbono bastare a rifondere l'Enciclopedia, mentre molti erano assolutamente necessarj a formarne quel primo abbozzo. Tuttavia il catalogo de'nostri colleghi, ancorchè molti non ci permettano di pubblicare per ora il lor nome, non è inferiore nè in numero nè in qualità a quello che leggesi nel primo tomo dell'Enciclopedia di Parigi. Ognuno potrà vedervi de'primi uomini d'Italia e d'Europa: e senza timore di offendere coloro, che non apprezzan che ciò che nasce sott'altro cielo, noi direm francamente, che dagli Editori in fuori la nostra società può facilmente superare la parigina. Ecco dunque una unione d'uomini, che potrebbe intraprendere con successo i primi tentativi eziandio di quest'opera. Ma io ripeto che troppi vantaggi abbiam su i Francesi. E vogliono quì notarsene due singolari. Il primo è la loro propria esperienza, che noi possiamo contar per nostra, mercè i prudentissimi avvertimenti che da essa ammaestrato ci dà il Sig. Diderot nell'articolo Encyclopedie: prezioso articolo di cui noi abbiamo fatto molt'uso, e cui preghiamo i nostri colleghi a voler tutti leggere attentamente. Il secondo è la nomenclatura pressochè esattamente distesa parte nel Vocabolario della Crusca, parte nel Dizionario del Sig. de Alberti intrapreso già a questo fine, parte nella stessa francese Enciclopedia.

Gioverà ancora l'ordine da noi stabilito per l'economia dell'impresa: di cui accenneremo sol ciò che può importare al pubblico di saperne. Noi ab-

abbiamo ridotte prima d'ogni altra cosa tutte le cognizioni umane ad otto classi distinte. Nella qual divisione non si è avuto tanto riguardo per l'ordine Enciclopedico, che molto maggiore non se n'avesse per l'economico. Sonosi pertanto raccolte sotto ad una sola classe tutte quelle facoltà, le quali poteva sperarsi che fossero ben possedute da un uomo solo, o quelle piuttosto le quali sapevasi che erano possedute da uno de' nostri Colleghi. Quali sien queste classi e quali facoltà esse comprendano abbastanza lo indicano i Piani seguenti.

Ma qual frutto, dirà taluno, ci proponiam noi di ritrarre da una tal divisione? Non sarebbe forse piccolo frutto il dividere in otto la fatica d'un solo. L'editore dee metter in ordine gli articoli che gli si trasmettono da molte parti. Or egli li troverà in gran parte ordinati da direttori che debbono soprintendere a ciascuna classe. Questo però non è il più. Quantunque ciascuno in particolare debba essere risponsabile al pubblico di ciò che porta il suo nome, e noi siam ben lontani dal volercene costituire i garanti, nondimeno ci stà troppo a cuore che tutta l'opera sia per quanto è possibile ripurgata da ogni errore ed interamente compiuta. E suol dirsi a ragione che quattr' occhi veggono assai più che due. Ma chi è quell'uomo che abbia l'ardire di credersi dotto a segno di poter giudicare egli solo di ciò che tutti scrivono in ogni genere d'arte e di scienza? Or quella dottrina che non è possibile riunita in uno, può facilmente trovarsi divisa in otto. Così ancora alcune delle Accademie più celebri, benchè non sogliano abbracciare tutte le scienze, sono distinte in più classi, di cui ciascuna ha un direttore.

Anzi in alcune classi abbiamo ordinato le cose in modo che gli stessi articoli debban passare sotto agli occhi di più persone dell'arte. Rechiamo in esempio la classe Medica. Si vedrà che questa è divisa in tre parti principali che posson ridursi alla Fisiologia, alla Nosologia, e alla Terapeutica. Noi conveniamo con molti uomini illustri che ci hanno dato questo consiglio, che sarebbe molto desiderabile che ciascuna di queste parti fosse opera di un solo autore. Ma se questo non è possibile, ciascuna almeno avrà un capo che esaminerà ed ordinerà egli solo lo scritto da molti. Dal che, oltre un vantaggio uguale a quello che si vorrebbe, si ritrarrà quello ancora di un doppio esame. Che se può darsi e che qualunque grand' uomo prenda uno sbaglio, e che più sbagli fuggano agli occhi di un editore, che mai non fu medico di professione, farà almeno difficile assai che in tre medici, e questi de' più dotti d'Italia, nessun vi rifletta.

Non è però che il direttor della classe o il capo subalterno debba avere la libertà di correggere o di cangiare a suo senno l'altrui lavoro. Ciò non av-

avverrà giammai. Noi speriamo che gli articoli, che avran bisogno di correzione, saranno pochi. Ma dove si giudichi che questo bisogno vi sia, l'autore sarà pregato a volergli egli stesso correggere. E questo è il fine, che noi ci prefiggiamo in questa moltiplice revisione. Del resto vuol aversi ogni riguardo alla dilicatezza ragionevole degli autori, e talvolta ancora alla irragionevole. Ma non però sì che gli errori restino. Perchè in fine vogliamo piuttosto perdere un collega troppo dilicato che stampare in una tal opera un errore riconosciuto per tale. Del che speriamo che il pubblico ci debba sapere buon grado.

Dopo ciò che rimane dunque da far più agli editori? Noi in verità vorremmo che null'altro ci rimanesse fuorchè ordinare il manuscritto secondo l'ordine dell'alfabeto. Nondimeno abbiamo in animo di leggerlo tutto seguitamente. Nel che avremo riguardo principalmente a due cose 1.° A togliere le ripetizioni che possono facilmente incorrere in un'opera di più mani, e accrescerne inutilmente il volume. 2.° A confrontar le chiamate, e spesso ad aggiugnervi quelle che la seguita lettura del manuscritto ci mostrerà che sono opportune. E chi sa che le chiamate non ci avvertano di qualche mancanza o della nomenclatura o dell'opera? giacchè, come riflette il Sig. Diderot, esse ne sono le ammonitrici le più fedeli.

Certo è che non convien contentarsi d'aver inviato il lettore da un articolo all'altro, ma dee l'autore egli il primo fare quel viaggio perchè il lettore non faccialo inutilmente. Io dico l'autore, quando egli può: il rimanente resta a carico degli editori. „ Un galantuomo (narra il Sig. Dide- „ rot) compra un'opera nella quale io ho travagliato. Egli era tormenta- „ to dal granchio, e si diede la maggior fretta di leggere l'articolo Crampe „ Egli trova questo vocabolo con un *Vedi* Convulsione, riccorre a Convul- „ sione, d'onde è rimandato a Muscolo, e quindi a Spasmo, dove non ritrova „ nulla sul granchio „. Quest'opera è il Dizionario di Medicina del Sig. James. Ma sorprenderà forse che il granchio abbia avuta la medesima sorte nell'Enciclopedia. E pur quivi all'articolo Crampe dopo una breve descrizione di questo raggrinzamento di muscoli, il lettore è rimesso all'articolo Spasmo, dove promettesi l'istoria generale delle spasmodiche malattie. Ivi poi parlasi forse di tutte, e fino dello sternuto e dello sbadigliamento; ma del granchio non v'ha parola. Il che dimostra quanto sia necessario lo stare avvertiti per non incorrere in simili sbagli.

Questo è ciò di cui abbiamo creduto di dovere dar conto al pubblico. Una enumerazione delle minute avvertenze, che abbiamo comunicato co' nostri colleghi, sarebbe in questo luogo superflua. Ci verran piuttosto doman-

 date

date due cose: la prima qual sarà l'estension di quest'opera: la seconda quando essa uscirà. Ma quanto all'estensione, difficile è il prescrivere certi limiti ad una facoltà o ad un articolo: più difficile ancora il prescriverli a tutta l'opera. Noi abbiamo certamente raccomandata la brevità. Ma l'unica comun misura del breve e del lungo, che noi possiamo assegnare, è la precision dello stile, la quale secondo il Sig. d'Alembert *Elem. de Phil.* §.IV. „ consiste nel non impiegare che le idee necessarie, nel disporle coll'ordine conveniente, e nell'esprimerle co'termini loro proprj „. Or secondo questa regola sarà breve talvolta e un articolo di più fogli e un'opera di più volumi: come lungo all'opposto si dovrà dire qualche scritto di picciolissima mole. Noi dunque procureremo di nulla lasciare del necessario, di nulla ammettere del superfluo: e inculcheremo nuovamente a tutti gli autori, che ciò che non serve che ad una vana pompa di erudizione di metafisica di eloquenza, se in ogni scritto filosofico è fuor di luogo, molto più dee sbandirsi dalla nostra Enciclopedia. Lamentasi il Sig. Diderot che la emulazione accesasi fra gli Enciclopedisti abbia prodotto delle lunghissime dicerie. Così noi vediamo accadere in certe poetiche radunanze, dove molti crederebbero di oscurare il lume del loro credito, se contenti di recitare un leggiadro Sonetto, non istuccassero per mezz'ora l'udienza con una lunga filatera di rime. Ora è facile il potare senza pietà gl'inutili sermenti e le frasche degli autori francesi. Ma non vorremmo, che si risparmiassero troppo le proprie.

Vorremmo eziandio che si distinguesse ciò che merita d'esser saputo da ciò, che senza danno delle lettere può ignorarsi. Nè perchè l'Enciclopedia debb'essere l'istoria generale e critica delle scienze e dell'arti, dee in essa aver luogo ogni più strano capriccio degli uomini. Quest'istoria è divisa dal Sig. d'Alembert in quattro principali rami: Storia delle nostre cognizioni, delle nostre opinioni, delle nostre dispute, de'nostri errori. Noi tenteremo dunque di esporre con precisione tutte le nostre cognizioni che sono le nostre vere ricchezze: di discutere con precisione le più accreditate opinioni, che sono le nostre più fondate speranze: di narrare con precisione le più celebri dispute, che spesso hanno rischiarata, più spesso oscurata la verità: e quanto agli errori ci contenterem di accennare gli antichi più celebri per aver sedotto un più gran numero d'uomini, e di combattere brevemente i moderni più dominanti, che possono sedurne uno niente minore. Questi sono gli scogli che utilmente si manifestano a'naviganti. Ma nel combatter gli errori preferiremo sempre allo stile polemico il didascalico: che oltr'essere più preciso, è ancora più facile e più insinuantesi nell'animo de' leggitori.

Vuol-

Vuolsi ancora riflettere che ciò che in un altro libro richiederebbe più fogli, può nella Enciclopedia ottimamente indicarsi con un sol *Vedi*. Le cognizioni, le opinioni, le dispute, gli errori degli uomini sono connessi e legati tra loro. Io non potrò fare un ragionamento sopra un singolare obbietto, ch'io non debba molta parte occuparne in altri obbietti stranieri: la cui notizia per l'una parte è necessaria ad illustrare il mio assunto, e non posso per l'altra di leggieri supporla ne' miei lettori. Ma nella Enciclopedia a tutto suppliscono le *chiamate*, vie facili e compendiose, che scorgono il lettore dall'un articolo all'altro e da una ad un'altra scienza, dovunque l'autore sollecito di pienamente istruirlo discretamente l'invia.

Usando tutte queste avvertenze noi speriamo che la nostra Enciclopedia possa riuscire meno voluminosa della Francese, e contenersi tutta in men di quaranta volumi in quarto di mole discreta, di cui trentasei o trentasette saranno, come dicesi, di materie, e tre di figure. Queste pure noi amiam di ristringere a sì poco volume, per rendere a tutti più agevole l'acquisto d'un'opera che dovrebbe riuscire utile a tutti. Del che più a lungo ragionasi nel Piano delle arti Meccaniche.

Rimane a dire quando essa uscirà. Intorno a che noi abbiam riflettuto che l'opera potrebbe sperarsi assai più perfetta, se ciascuno di quelli che debbono rivederla potesse rileggerne tutta di seguito la sua parte. Il che quando voglia ottenersi non può pubblicarsene il primo tomo, se il manuscritto non è compiuto. Nè da ciò dee nascere una gran tardanza. Perchè fingiamo che incominciando a stamparla subito, essa potesse aversi compiuta nel termine di dieci anni. Or dentro a quattr'anni noi speriamo d'avere il manuscritto già in pronto. E questo non è lusingarci di troppo. I nostri colleghi sono a quest'ora sì numerosi, che, trattine alcuni pochi della cui sollecitudine siamo sicuri, appena v'ha tra essi chi abbia per sua propria porzione da scrivere quanto equivaglia ad un tomo in quarto. Quindi se si considera che la minor parte di questo lavoro, attesa la natura stessa dell'opera, è quella dell'invenzione, e che ciascuno scrive nella sua professione, e spesso in materie sulle quali ha dato qualche opera in luce, si vedrà facilmente che tutti possono compiere la lor fatica ancora in più breve spazio di tempo. Quando poi se ne incominci la stampa, avendo tutto il manuscritto in ordine sin da principio, basta solo moltiplicar gli operaj per sollecitare il lavoro quanto si voglia: e gli stampatori associati ce ne promettono ogni due mesi un volume, e più ancora se più ne vorremo. Tuttavia noi non siamo ancor risoluti di aspettar questo termine, e le ricerche di molti potrebbero muoverci ad affrettarlo. Certo è che la stampa non s'incomincierà, se l'opera non sarà

alme-

almeno molto avanzata: il che dee piacere al pubblico, che resta con ciò assicurato che non rimanga imperfetta.

Intanto abbiam giudicato di pubblicar questo Prodromo: al che ci ha mosso principalmente la giusta speranza, che rendendo pubblica la nostra idea, ecciteremo in molti un desiderio efficace di concorrere essi pure a render quest'opera più perfetta. Del resto ci lusinghiamo, che quando pure questo volume non si considerasse qual promessa di cosa maggiore, ma solo qual è in se stesso, ancor sotto questo aspetto meriterebbe d'essere accolto dal pubblico con qualche plauso. Esso può considerarsi come diviso in due parti. La prima parte contiene otto Piani particolari per ciascuna delle otto classi in cui abbiamo diviso tutte le scienze. E questi indipendentemente ancora dalla Enciclopedia, a cui debbono principalmente servire, possono essere utilissimi a chiunque volesse o scrivere un compiuto trattato di qualche scienza, o formarsene anche solo un'idea. Molti d'essi hanno unito un albero che rappresenta a prima vista i varj rami in cui dividesi quella scienza. Se l'albero Enciclopedico generale, che seguendo in gran parte quel di Parigi noi daremo nel primo volume dell' Opera, può considerarsi come un mappamondo scientifico; questi possono aversi in conto di altrettante carte particolari de' regni e delle provincie.

La seconda parte può dirsi una raccolta d'opuscoli di Mattematica di Fisica di Filosofia di Letteratura; ciascun de' quali o contiene qualche nuova scoperta, o almeno presenta qualche idea nuova. Questi non sono che alcuni articoli che dovran poi aver luogo nell' opera. Lunga e superflua cosa sarebbe l'addur le ragioni perchè tra molti abbiamo prescelto questi. Solo dirò che non senza ragione abbiamo voluto che ancor con discapito dell'altre scienze abbondassero gli articoli di Filosofia e di Mattematica. Nella Enciclopedia Italiana gli articoli metafisici saranno o tutti o certo in grandissima parte del tutto nuovi. Amiamo dunque che il pubblico, che sopra l'altre desidera questa riforma, sappia ciò che dee sperarne o temerne. Gli articoli mattematici poi alcuno potrebbe aspettare che non dovessero essere se non traduzioni; tanto son belli que' del Sig. d'Alembert! Il saggio che diamo basterà a far vedere che ancora in questa parte darem qualche cosa di nuovo: e ardisco dire che sarà tanto da vincer di molto l'aspettazione; quantunque il sol nome d'alcuni de' nostri colleghi possa crearla grandissima. Nè alcuno si maravigli, se trova quì sul *Lotto* e sul *Suono falso* due piuttosto dissertazioni che articoli. Nella Enciclopedia saremo più brevi. Ma quì non potevasi aver ricorso a chiamate, nè trattar per metà le materie, nè essere in cose nuove troppo ristretto. Chi vorrà nondimeno vedere tutta la sobrietà, che ci proponiamo in questo dizionario, potrà leggere l'articolo *Anatocismo*. PIA-

G. B. Galli del. e inc.

PIANO
DELLA CLASSE
MATTEMATICA.

I. Benchè la quantità sia propriamente ciò, per cui le cose sono quante, cioè ammettono varj gradi di grandezza, tuttavia suole dai Mattematici chiamarsi quantità la cosa stessa, che è quanta: così dicesi essere quantità la linea, il tempo, la velocità, la forza. In questo senso si prende la voce *quantità*, quando si dice, che la Mattematica ha per oggetto la quantità.

II. Cade la quantità in cose tanto tra loro diverse, che forse non convengono pur nella maniera dell'essere: tali sono il tempo, e lo spazio. Perciò diciamo essere diversi generi di quantità; nè le quantità d'un genere si possono paragonare ad altre, che non sieno del medesimo genere.

III. Il paragone delle quantità è necessario, ogni volta che se ne voglia determinare la grandezza: non potendosi questa definire per se stessa, ma solo per un'altra, che si assume come nota. Però in ogni genere di quantità bisogna necessariamente supporne una, di cui niuno voglia o debba voler ricercare la grandezza, e questa chiamasi misura. La grandezza poi di ciascun'altra quantità si assegna pel rapporto di essa alla misura, cioè pel numero delle volte, che ella contiene la misura, o qualche parte della misura. Il numero pertanto è quel genere di quantità, per cui si definiscono le grandezze delle quantità d'ogni altro genere; nel quale per conseguenza le grandezze, o vogliam dire i rapporti delle quantità alla misura, che è l'unità, sono sì palesi, che non occorre cercar come si definiscano, nè definir pur si potrebbono, se si volesse.

IV. A rilevare il rapporto tra grandezza e grandezza per definirne l'una per l'altra, non si può istituir il paragone tra le quantità alla stessa maniera in ogni genere. Nè uno, che sappia già paragonare linea a linea, saprà perciò paragonare anche tempo a tempo, velocità a velocità, forza a forza. Ciò nasce dalla natura delle quantità diversa secondo il diverso lor genere. E fa pure la diversa natura delle quantità, che tra le grandezze loro abbian luogo certe combinazioni e certe relazioni in un genere, le quali son diverse da quelle che han luogo in un altro genere. L'insegnare a far il paragone tra le quantità, e lo scoprire le principali combinazioni e relazioni tralle loro grandezze è ufizio della Mattematica, la quale per conseguenza ha varie parti secondo i varj generi di quantità, ne' quali la maniera d'istituire il paragone tralle

quantità, e di combinarne tra loro le grandezze è diversa.

V. Esprimendosi le grandezze delle quantita per altrettanti rapporti o numeri, le relazioni, che possono avere tra loro quelle grandezze, si esprimeranno per le relazioni tra questi rapporti o numeri. Però quella parte della Mattematica, che ha per oggetto i numeri e i rapporti, e insegna a combinarli in tutte le maniere possibili, e passare da una combinazione all' altra, e da certe relazioni dedurne cert' altre, è quella, a cui le altre avran bisogno di spesso ricorrere per far maneggio e uso delle relazioni scoperte tra le grandezze delle quantità che formano il loro oggetto particolare. Ognun vede, che questa parte della Mattematica è l'Algebra, la qual comprende ancora l' Aritmetica, o piuttosto altro non è che l'Aritmetica medesima considerata secondo tutta la sua estensione.

VI. Ma stando alle idee comuni, si può dire, che questa parte della Mattematica abbraccia l' Aritmetica, l' Algorismo, e l' Algebra strettamente detta. L' Aritmetica insegna a sommare, sottrarre, moltiplicare, e dividere i numeri particolari tanto rotti, quanto interi: l' Algorismo insegna a fare le medesime cose nei numeri generali, cioè espressi per certe specie, che sono indifferenti a significare qualsivoglia numero particolare. La formazione delle potestà, e l'estrazione delle radici son pure oggetto dell' Aritmetica e dell' Algorismo, ma meglio si spiegano e s' intendono nei numeri generali, che nei particolari: onde pare, che l' Aritmetica non ne possa trattare speditamente, e insieme con chiarezza, se non colla scorta dell' Algorismo. E questo s' estende anche più in là dell' Aritmetica, e considera ancora i numeri irrazionali. Tutti gli altri metodi, che si sogliono comunemente insegnare ne' corsi d' Aritmetica, e insegnar anche si possono coll' Algorismo, sono piuttosto altrettante applicazioni di queste facoltà alla mercatura, al commercio, alla lega dei metalli, e a tali altre professioni ed arti, che parti costitutive di loro.

VII. L' Algebra si può definire la scienza delle relazioni, che possono cadere nelle quantità. Le considera sempre nei numeri generali; e cominciando dalle più semplici, che son quelle che sogliono anche proporre nei trattati ordinarj delle proporzioni, passa ordinatamente alle più composte e complicate. Suole dividersi l' Algebra in due parti principali, una delle quali chiamano Algebra finita, l' altra Algebra infinitesimale. Ma pare che sia più comodo premettere un' altra divisione, che tosto esporremo. Prima avvertiamo, che d'ora innanzi, per uniformarci allo stile comune, chiameremo quantità ognuno di quei simboli, che denotano i numeri esprimenti le grandezze. Avvertiamo ancora, che ogni relazione tra più grandezze venendo sempre rappresentata per una espressione composta in qualche maniera, qualunque ella siasi, dei simboli esprimenti quelle grandezze; noi chiameremo in appresso tale espressione una formola, la quale sarà diversa secondo la diversa relazione che rappresenta. Ogni formola dicesi data per tutte quelle quantità, che la compongono; e riferendola a ciascheduna di loro, si chiama una di lei funzione.

VIII. Se dunque l' Algebra è la scienza delle relazioni che cadono nelle quantità, avrà essa per oggetto principalmente le formole. Queste formole sono sempre considerate come funzioni o d' una di quelle quantità per cui sono date, o di più d' una. Ora egli è chiaro, che la funzione d' una o di più quantità è ella stessa una quantità, e rappresenta un rapporto, o vogliam dire un numero, che si può chiamare il suo valore. Se questo valore è determinato nè sottoposto a cangiamento; quando la formola è funzione d' una sola quantità, questa quantità dovrà essere ella pure determinata; sarà poi indeterminata, se il valore della sua funzione è indeterminato e vago: e così pure, quando la for-

formola è funzione di più quantità, sarà sempre ognuna di quelle indeterminata, ancorchè la funzione abbia per avventura un valor determinato. Questa considerazione dà luogo a divider l'Algebra in due parti, una delle quali può chiamarsi Algebra determinata, l'altra Algebra indeterminata.

IX. L'esame delle formole di valor determinato, le quali si riguardino come funzioni d'una sola delle quantità per cui sono date, porta naturalmente a trattar delle equazioni. La riduzion dunque delle equazioni, il loro maneggio, la separazion dell'incognita, l'eliminazione, la natura delle equazioni, le loro trasformazioni, e la risoluzione sono materia dell'Algebra determinata. Benchè considera ella ancora le funzioni indipendentemente dal valor che possono avere, e insegna di trasformarle in più maniere, e di svolgerle in serie infinite. Ma tornando alle equazioni, il valor dell'incognita altro non essendo che una formola data per le quantità cognite dell'equazione, quando mancano i metodi per trovare questa formola, appartiene all'Algebra determinata di mostrare, come si possa ella esprimere per serie infinita; e quì viene in campo anche l'uso delle frazioni continue.

X. L'Algebra indeterminata s'occupa di tutte quelle ricerche, le quali vengono ordinariamente comprese sotto il nome di problemi diofantei; e generalmente considera l'ordine, con cui al cangiarsi del valore d'una quantità, si cangia il valor della formola, qualunque siasi, che si riguarda come funzione di quella quantità; e viceversa. Quì, se la quantità, di cui una formola è funzione, stà nell'esponente, nasce la considerazione delle quantità dette esponenziali, la qual trae seco il trattato dei logaritmi. Ma una parte sommamente interessante dell'Algebra indeterminata si è quella, che calcolo delle differenze si può chiamare, perchè esamina le differenze, per le quali cresce o cala ciascuna funzione all'accrescersi o diminuirsi della quantità, o delle quantità, di cui è funzione. Ufizio di questa parte è, data una funzione, trovarne la differenza; e viceversa, data una differenza, trovar la funzione di cui è differenza. Un'applicazione di questo calcolo consiste nel trovar la somma generale delle serie, datone il termine generale. Ma in questa parte importantissima dell'Algebra si sono fatti finora pochi passi, e questi principalmente colla scorta dell'Algebra infinitesimale.

XI. L'Algebra infinitesimale altro non è, che un caso particolare del calcolo medesimo delle differenze, di cui ultimamente si parlava; cioè quello, nel quale gl'incrementi o i decrementi delle quantità, di cui una formola è funzione, sono infinitamente piccioli, e tali sono per conseguenza ancora le differenze per le quali passa la funzione. Ecco per tanto che come un ramo dell'Algebra indeterminata si può riguardare l'Algebra detta infinitesimale, di cui qual sia l'ufizio apparisce abbastanza da ciò che poco fa è stato detto del calcolo delle differenze. La parte dell'Algebra infinitesimale, che dalle funzioni passa alle loro differenze, è quella, che ordinariamente calcolo differenziale s'appella; quella poi, che dalle differenze ripassa alle funzioni, di cui quelle si suppongon differenze, vien compresa sotto il nome di calcolo integrale. Il calcolo differenziale non ha niente di difficoltà. Un ramo di lui si può dire che è il calcolo detto delle variazioni: se non che potrà forse parere ad alcuno, che supponga già notizie prese dal calcolo integrale.

XII. Il calcolo integrale è più composto e più difficile. Può dividersi in più parti: perchè o si tratta d'integrare una formola semplicemente, o un'equazione. Nel primo caso spetta al calcolo integrale l'assegnare le condizioni che debbono aver luogo perchè la formola, di qualunque ordine sia, ammetta un integrale o generale o particolare, finito o almeno infinitesimo d'un ordi-

ne inferiore: posto poi che la formola lo ammetta, appartiene pure a quello calcolo di mostrarne la forma, e finalmente di trovarlo. Quì si presentano le quantità dette propriamente trascendenti. Nel secondo caso poi o l'equazione è a differenze ordinarie, o a differenze parziali. Per riguardo tanto alle une, quanto alle altre, spettano al calcolo integrale le medesime ricerche, che si sono accennate pel caso in cui si trattava d'una semplice formola; ma queste stesse ricerche portano ispezioni particolari in ciascun de' due casi di cui si tratta ora. Quel ramo di calcolo integrale, che versa sulle equazioni a differenze parziali, conduce alla considerazione delle funzioni discontinue. Finalmente si può dire, per la ragione accennata al N.° X., essere una parte del calcolo integrale il calcolo detto delle differenze finite.

XIII. Tutte l'altre cose, che oltre le finora indicate si trovano nei trattati d'Algebra, che varj eccellenti autori ci hanno lasciati, sono propriamente altrettante applicazioni dell'Algebra medesima: e perciò, piuttosto che parti di questa, debbono riguardarsi come parti dell'Analisi, giacchè per Analisi pare che si debba in fatti intendere l'applicazione dei teoremi dell'Algebra, la qual applicazione d'ordinario si fa procedendo appunto con metodo analitico. Ora le ricerche, alle quali l'Algebra si applica, o cadono su un genere particolare di quantità; e allora l'applicazione non può farsi se non maneggiando quelle formole, che sono come i teoremi costituenti la parte di mattematica, che ha per oggetto quel tal genere di quantità: o cadono sulle quantità in generale, cioè su i rapporti, o vogliam dire su i numeri; e allora l'applicazione si fa maneggiando le formole, che immediatamente si cavano dalla natura stessa della questione che si ha per le mani. Nel primo caso non si fa precisamente altro, che applicar analiticamente i teoremi proprj d'una qualche parte della mattematica alla soluzione de' problemi appartenenti a quella medesima parte della mattematica: nel secondo si cavano dalle condizioni intrinseche alla questione proposta alcune relazioni o formole, e queste si maneggiano secondo i teoremi dell'Algebra opportunamente per trarne all'ultimo la risoluzione della questione. Egli è ciò, in che, strettamente parlando, consiste l'Analisi.

XIV. Sono dunque materia dell'Analisi tutte le questioni, che si sogliono trattare, benchè molto diversamente, e con metodi fra loro distinti, e ordinariamente indiretti, anche coll'Aritmetica volgare mediante le regole di falsa posizione, di compagnia ec., mediante l'estrazion delle radici, mediante le progressioni ec. Ma si riducono a soluzione coll'Algebra tant'altre questioni, che quantunque versino semplicemente su numeri, pure non si potrebbon forse in modo alcuno, o solo difficilissimamente trattare coll'Aritmetica. L'Analisi le maneggia tutte con egual facilità, riducendo ogni condizione del problema ad essere espressa per un'equazione. Il maneggio poi delle equazioni per eliminare le incognite, o separarle, o trovarne in qualche maniera i valori, abbiam detto essere ufizio dell'Algebra. E dunque un articolo per l'Analisi il modo di ridurre i problemi a equazione. Ma poco si può dire in questo particolare, e sembra, che quando si sia detto col Newton, che la riduzione d'un problema in equazione altro non è che la traduzione del problema dall'idioma, in cui è proposto, in idioma algebraico, non si possa aggiunger di più altro che degli esempj. Non è però che sien quì terminati tutti gli articoli dell'Analisi. La divisione dei problemi in determinati e indeterminati; la limitazione dei numeri delle soluzioni degl'indeterminati cagionata da condizioni che si vogliono nella qualità dei valori delle incognite; l'altra divisione, per cui i problemi si dicono o del primo, o del

del secondo, o del terzo ec. grado: il numero delle soluzioni, che hanno i problemi determinati, diverso secondo il diverso lor grado; le osservazioni intorno all' indole di queste soluzioni, le quali sono alle volte tutte immaginarie, alle volte alcune solamente, alle volte son tutte reali, e queste talora servono tutte al problema preso nei termini precisi in cui è stato proposto, talora solo alcune, servendo le altre a problemi analoghi al proposto: tutte queste cose è chiaro, che somministrano altrettanti articoli. Oltre a ciò sono alcuni problemi, che esigono un trattamento particolare: tali sono quei che risguardano il numero delle combinazioni che si posson fare di più cose, e quello delle loro permutazioni, e quei problemi massimamente che hanno per fine di trovar i gradi di probabilità di certi eventi poste certe circostanze, e quelli per conseguenza che appartengono alla dottrina degli azzardi. Dato il termine generale d'una serie trovarne la somma, è una ricerca, che, come si è detto di sopra, consiste nell' applicazione dei teoremi dell' Algebra, e perciò appartiene propriamente all' Analisi. E' questo uno dei più importanti problemi, e dei più degni, in cui gli Analisti impieghino la loro industria. Ma v' ha ancora di certi problemi, che nè si riducono a verun capo per cui s' abbian regole generali, nè di per se lascian apparire per quali formole si debban poter esprimere le loro condizioni: un problema di questa natura è il seguente: Trovare i numeri perfetti, cioè quei numeri, che sono appunto la somma di tutti i loro divisori compresavi l' unità. Di questi pure tocca all' Analista di dire; almeno dei principali, e più curiosi e vaghi. Ma una classe di problemi, che non vuolsi certamente omettere, si è quella, a cui si riducono le questioni di massimo o minimo. Queste posson essere di due sorte; perchè o data la legge, secondo cui variano le quantità, delle quali una formola è funzione, si dimanda la determinazione del caso in cui la formola ha il massimo o il minimo valore; oppure data la determinazione d' un caso, si dimanda secondo qual legge variar debbano le quantità, delle quali la formola è funzione, affinchè in quel caso la formola abbia il valor massimo o minimo. Le questioni della prima sorta appartengono al metodo diretto dei massimi e minimi, il quale consiste in una pura applicazione del calcolo differenziale ordinario: quelle della seconda sorta suppongono, che la formola proposta sia integrale indefinita, altrimenti il problema sarebbe nullo, ed appartengono al metodo inverso, il quale si può dire assoluto, se la legge, che si dimanda, non è astretta a condizione alcuna, e si può dire relativo, se la detta legge è obbligata a qualche condizione oltre quella di far essere la formola nella data determinazione un massimo o minimo: ma o sia il metodo assoluto, o sia relativo, egli è sempre un' applicazione del calcolo delle variazioni. Amendue i metodi, cioè tanto il diretto, quanto l' inverso, e tutte le osservazioni importanti che intorno ad essi far si possono, sono materia dell' Analisi.

XV. L' Aritmetica, l' Algebra, e l' Analisi formano propriamente la Mattematica che si suol chiamare pura, perchè è occupata sempre nei puri rapporti delle grandezze, e così considera le quantità senza verun riguardo al loro genere. Mettesi però comunemente nel novero delle mattematiche pure anche la Geometria, forse perchè considera l' estensione, che è il suo oggetto proprio, non in alcun corpo particolare, ma generalmente e in astratto; e ancora perchè si possono così comodamente per linee, come per numeri intender rappresentate tutte le quantità, di qualsivoglia genere sieno; giacchè in quelle linee mediante la Geometria, non meno che in quei numeri mediante l' Aritmetica o l' Algebra, si scoprono facilmente le relazioni; onde viene in certo modo la Geometria ad essere rispetto generalmente alle quanti-

tà

tà quel medesimo, che è l'Aritmetica e l'Algebra. Comunque sia, la Geometria si può immediatamente dividere in finita ed infinitesimale. La finita poi in elementare e sublime. L'elementare in piana e solida.

XVI. La Geometria elementare piana considera le relazioni delle linee costituite sopra di un medesimo piano, e le proprietà principali delle figure che indi ne nascono. Queste linee sono tutte rette, eccettuata la circonferenza del circolo, che è l'unica linea curva, a cui s'abbia riguardo nella Geometria elementare. La Geometria piana può ridursi ad alcuni pochi teoremi desunti dal primo, dal terzo, e dal sesto libro d'Euclide, e ad alquanti problemi. Tutto il restante non è rigorosamente altro, che un'applicazione di questi principj, la quale si può fare sinteticamente o analiticamente. La Geometria elementare solida esamina le relazioni delle linee a' piani, fuori de' quali sono collocate; dei piani tra loro; e delle linee poste in diversi piani: contempla pure le figure solide nate dalla relazione dei piani, e le tre, cilindro, cono, e sfera, che nella lor genesi involvono la supposizione d'un circolo. I principj fondamentali di questa parte della Geometria si riducono a pochi, massimamente se in essa non abbiasi difficoltà di ricorrere, quando cada in acconcio, alla Geometria infinitesimale.

XVII. La Geometria sublime s'occupa principalmente nelle linee curve descritte sopra di un piano: da esse passa alle superficie parimente curve: riferisce superficie a superficie, e contempla le curve di doppia curvatura, che nascono dalla comune sezione di due superficie curve: finalmente considera i solidi risultanti dalla combinazione di più superficie, delle quali alcuna sia curva. Più facilmente adempie la Geometria a tutti questi ufizj servendosi dell'applicazione dell'Algebra, che volendo risparmiarla. Sono ancora alcune determinazioni, che essa non potrebbe agevolmente fare senza l'ajuto della Geometria infinitesimale; nel qual caso si dà luogo all'applicazione dell'Algebra infinitesimale.

XVIII. La Geometria infinitesimale si può dire che consista nel complesso di quei principj e di quei teoremi, che mostrano come in un sistema di più linee o di più superficie scambievolmente unite, e insieme con certa legge combinate, al variar che fa infinitamente poco alcuna linea o alcuna superficie nella sua grandezza oppure nella posizion sua, variino le altre o nella grandezza loro o nella loro posizione. Queste alterazioni infinitesime, che il sistema e le parti di lui subiscono, si possono riguardare o come flussioni, o come differenze; e tocca alla Geometria infinitesimale di metter in chiaro in che consistano e in che si distinguano questi due concetti tra loro.

XIX. L'applicazione dell'Algebra alla Geometria è un capo, che merita attenzion particolare. Ella porta alla divisione delle linee in algebraiche, trascendenti, e interscendenti; alla considerazione dei luoghi geometrici; alla divisione delle linee geometriche in ordini, e delle linee di ciascun ordine nelle loro specie: conduce anche a trattare della costruzione dei valori dell'incognita nelle equazioni determinate mediante l'intersecazione di due linee; la qual cosa benchè paja piuttosto un'applicazione della Geometria all'Algebra, pure è dovuta originariamente all'applicazione dell'Algebra alla Geometria.

XX. Non dee trascurarsi la descrizione organica delle curve. Questa è utile nella pratica delle costruzioni, e somministra un mezzo spedito di ottenere quelle curve, delle quali può occorrere di dover più frequentemente far uso.

XXI. Finalmente un ramo della Geometria è la Trigonometria sì piana, come sferica; e la sferoidica pure, di cui può aversi bisogno nell'Astronomia, nella Geografia, e nella Nautica.

XXII. La Geometria pratica altro non fa, che insegnare i metodi di rilevare attual-

attualmente sulla terra coll' ajuto di opportuni strumenti la grandezza di certi elementi d'una qualsivoglia estensione o figura, affinchè poi colla scorta della Geometria teorica si possa passare dalla cognizione di quegli elementi stessi alla cognizione della forma e della grandezza di quella estensione, di cui sono elementi.

XXIII. Dopo l' Algebra e la Geometria pare, che per la semplicità del suo oggetto possa mettersi la Dinamica. Questa, stando all' etimologia del nome, è il trattato delle potenze. Ma non conoscendo noi la natura delle potenze, non potremmo ragionarne senza assumere principj dalla metafisica, e invilupparci in questioni oscure e intrigate, le quali non verranno forse mai a scioglimento. Dunque il Mattematico si limiterà a considerarne l' effetto, il quale o si determina per l' esperienza, o si assume per ipotesi. Questo effetto è il moto dei corpi: quindi la Dinamica vuol propriamente riguardarsi come la scienza del moto dei corpi, qualunque siane la causa, e comunque questa producalo. Ora i corpi, nei quali si produce il moto, o sono solidi, o sono fluidi: però la Dinamica si divide in Dinamica strettamente detta, la quale considera il moto nei corpi solidi, e in Idrodinamica, che lo considera non già solo nell' acque, come pare che l' etimologia del nome importi, ma generalmente in ogni maniera di fluido. Il moto poi può nell' atto stesso, ch' è prodotto, venir impedito affatto da ostacoli; e lo stato, in cui allora si trova il corpo, chiamasi equilibrio: e può o non venir impedito punto, o solo in parte; e allora s'avrà nel corpo moto attuale. Egli è perciò, che la Dinamica si divide in due parti, Statica, che considera l' equilibrio, e Meccanica, che considera il moto attuale: e così pure è dell' Idrodinamica, che dividesi in Idrostatica e Idraulica, delle quali la prima rintraccia le leggi dell' equilibrio dei fluidi, l'altra quelle del moto.

XXIV. E' ufizio di queste scienze il dedurre dal minor numero di principj che possibil sia, i quali sieno il più che si può semplici, tutti quei teoremi, che bastar possono al geometra o all' analista per trattare e sciogliere i problemi che cadono sotto l' ispezione d' ognuna di loro.

XXV. Ciò posto, la Statica a poche proposizioni si riduce, le quali contengono tutta la parte speculativa di questa scienza. Ma si può riferire ad essa ancora la descrizione delle varie macchine, per le quali si ottiene l' equilibrio tra due potenze diseguali, o si facilita il moto: e questa viene ad essere come una parte pratica della medesima scienza. La Meccanica poi è molto più composta. Perciocchè o si considera il moto in un corpo solo, riguardato come un punto; o in un sistema di più corpi, riguardati pure come altrettanti punti. Ed ecco una divisione della Meccanica in due parti, delle quali si può nuovamente dividere la prima in due; perchè il punto o si considera in circostanze da doversi muovere con moto rettilineo, o in circostanze da doversi muovere con moto curvilineo. La seconda poi o considera i punti componenti il sistema come sciolti, e semplicemente dotati d' una tendenza o azione scambievole degli uni verso degli altri; o li considera connessi tra loro mediante fili flessibili, o mediante verghe inflessibili. Stabiliti i teoremi spettanti al moto di un sistema di più punti, si passa naturalmente al moto dei corpi riguardati non più come punti, ma come dotati di estensione e di figura. E' questa forse la parte più sublime della Meccanica. I moti si sono finora supposti fatti in un mezzo che non resista: che se si vorranno intender fatti in un mezzo resistente secondo qualsivoglia legge, s' avrà una nuova parte di Meccanica da trattare.

XXVI. All' Idrostatica spetta l'esposizione generale delle leggi che han luogo nell' equilibrio dei fluidi tanto compressibili,

ſibili, quanto incompreſſibili; come pure nell' equilibrio tra i fluidi e ſolidi in eſſi immerſi. Queſte leggi debbono eſtenderſi anche al caſo, in cui i fluidi, oltre la gravità o la elaſticità, ſieno animati d'altre forze qualiſivogliano, e debbono determinarſi tanto nel ſuppoſto che le pareti dei vaſi, in cui il fluido è contenuto, ſieno fleſſibili, quanto nel ſuppoſto che ſieno infleſſibili. Le condizioni neceſſarie alla ſtabilità dei corpi galleggianti, e la natura delle loro oſcillazioni ſono pure oggetto dell' Idroſtatica. La ricerca ſulla figura degli aſtri, ſugli effetti dei barometri e delle varie ſpecie d'antlie ne preſenta altrettante applicazioni dei principj di queſta medeſima ſcienza.

XXVII. Il moto dei fluidi può conſiderarſi in più maniere, e ſotto varj aſpetti; e l'Idraulica conſiſte principalmente in quella ſerie di propoſizioni, che eſprimono le leggi di queſto moto conſiderato in tutte le maniere, e ſotto tutti gli aſpetti poſſibili. Ora il fluido o è contenuto in vaſi, dai quali eſce per luci aperte al fondo o ai lati, o ſcorre per canali. Nel primo caſo o ſi cerca la natura del moto che ha il fluido nell' interno del vaſo, o la natura del moto che ha al ſuo uſcire. La ſoſtanza della queſtione ſi riduce generalmente a trovare la relazione tra il tempo, la quantità del fluido ſgorgato in quel tempo, l'altezza del fluido nel vaſo, e l'apertura per cui il fluido ſgorga. Queſta relazione è ſoggetta a cangiamenti al cangiarſi della figura della luce, o ſemplicemente della ſua poſizione, e varia ſecondo la varia lunghezza e figura dei tubi, che poſſono intenderſi applicati alla luce. Quì ci ſi offre l'eſame degli effetti della reſiſtenza per lo fregamento del fluido lungo le pareti della luce o dei tubi per cui eſce. Tutto il trattato dei getti è un' applicazione delle leggi ſtabilite nelle ricerche finora indicate. E' da avvertire, che il vaſo, da cui ſgorga il fluido, può ſupporſi mobile, e può ſupporſi ancora diviſo per mezzo di diaframmi in varie cavità inſieme comunicanti: queſti caſi meritano d'eſſere conſiderati particolarmente. Per ultimo appartiene a queſta parte dell' Idraulica, che eſamina il moto dei fluidi contenuti in un vaſo, la determinazione della natura delle oſcillazioni, che dee concepire un fluido chiuſo in un ſifone di qualſivoglia figura, quando al fluido venga da qualche cauſa eſtrinſeca impreſſo moto in uno dei bracci del ſifone, e ſi rimanga di poi il fluido abbandonato all' azion libera della propria gravità.

XXVIII. La quantità di fluido, che ſmaltiſce un canale di erogazione chiuſo all'intorno, e tutto inveſtito dal fluido medeſimo, è la primaria e più ſemplice ricerca, che ſi offre da farſi alla ſeconda parte dell' Idraulica, la quale verſa intorno al moto dei fluidi che ſcorrono per canali. Queſta quantità è diverſa ſecondo la diverſa figura, la diverſa groſſezza, la lunghezza diverſa, e la diverſa poſizione del canale. Qui ſi vuol eſaminare e la preſſione che eſercita il fluido contro le pareti del canale, e la reſiſtenza che patiſce per lo ſregamento. Appreſſo viene la medeſima ricerca da farſi nei canali aperti: dove merita una particolar attenzione la legge delle velocità del fluido a diverſe profondità ſotto la ſua ſuperficie, come pure nelle varie ſezioni del canale; e l'ordine con cui camminano le altezze del fluido ſopra il fondo nelle diverſe larghezze del canale, e diſtanze dallo sbocco; e la parte che prende in tutte queſte determinazioni la varia pendenza, che ſi può ſupporre al fondo del canale. Le alterazioni, che ſubir debbono tutti queſti elementi, allorchè nel canale ſe ne fa influire un altro, o da eſſo ſi leva mediante un canale di derivazione una parte del fluido, formano un ramo importantiſſimo dell' Idraulica. Che ſe il fondo e le ſponde del canale ſono di materia ſoggetta alla corroſione, come avviene nei fiumi; dee l' Idraulica moſtrare ſecondo quali leggi ſi ſtabilirà il letto del canale, e quali vicen-

vicende soffrirà per l' aumento o per la diminuzione del corpo di fluido in esso scorrente, e per le derivazioni o le influenze d' altri canali. Finalmente le leggi della percossa dei fluidi, e le varie maniere d' impiegare quella percossa a far muovere le diverse macchine, e principalmente le ruote, sono oggetto dell' Idraulica. Nelle ricerche in questo e nel precedente numero accennate suol ordinariamente supporsi il fluido non elastico; ma è di dovere, che si esamini anche il moto dei fluidi elastici, e si espongano quelle poche leggi, che sono state fino al presente intorno ad esso determinate.

XXIX. Una ricerca di conseguenza, e però da non omettersi, intorno ai fluidi elastici, a qualunque delle due parti dell' Idrodinamica vogliasi che essa appartenga, si è quella della legge, secondo la quale debbono propagarsi per un mezzo pieno di materia fluida ed elastica le vibrazioni e i tremori, che posson venir eccitati in una parte di esso: nè di minore importanza è il determinare la legge, secondo cui debbono queste vibrazioni e questi tremori riflettersi, ove nel loro propagarsi incontrino per via qualche ostacolo, o refrangersi, ove passar debbano da uno in altro mezzo di densità diversa. A tale ricerca sono appoggiati i principj fondamentali di tutta l' Acustica, e fors' anche di tutta l' Ottica, delle quali due parti della Mattematica passiamo ora a dir brevemente.

XXX. L' Ottica è la scienza della visione. Questa si fa nell' occhio mediante la luce. La luce consiste o in una emanazione di particelle sottilissime scagliate d' ogn' intorno dal corpo lucido, o, come ad alcuni piace, in una serie di vibrazioni da lui eccitate in un fluido tenuissimo e sommamente elastico. Dee il Mattematico esaminar le leggi della propagazione della luce nell' una sentenza e nell' altra. Questa propagazione o si fa sempre per un medesimo mezzo e senza incontrar verun ostacolo, o incontra qualche ostacolo, o passa d' un mezzo in un altro. Secondo questi tre diversi rispetti l' Ottica si divide in tre parti, cioè Ottica strettamente detta, Catottrica, e Diottrica. All' Ottica s' appartiene principalmente d' investigare la velocità con cui la luce si propaga, l' ordine col quale se ne diminuisce l' intensità nelle varie distanze dal corpo lucido, e la causa per cui i raggi di luce provenienti da varj punti non abbiano a turbarsi scambievolmente per via, e rendere la visione confusa. Alla Catottrica spetta d' indagare le leggi della riflessione della luce, e gli effetti che ne risultano: quindi il trattato dei fuochi, delle caustiche, e delle immagini è la materia principale, di cui ella si occupa. Sebbene s' occupa di questi stessi oggetti anche la Diottrica, se non che li tratta dipendentemente dalle leggi, secondo le quali ha prima stabilito farsi la refrazion della luce. Ma l' esperienza ne ha mostrato, che ogni raggio di luce al refrangersi si divide e si separa in varie parti diversamente colorate: ha mostrato ancora, non ha gran tempo, che questa separazione di parti non è sempre proporzionata alla forza refrattiva dei diversi mezzi. Tocca al Mattematico di far vedere come si possa, combinando insieme mezzi dotati di diversa forza dispersiva delle varie parti colorate della luce, togliere la dispersione o disunione di queste parti senza togliere la refrazione: e a produrre questo effetto, che è cosa di sommo rilievo nell' uso delle macchine Diottriche, dee il Mattematico mostrare quali figure dar si convenga alle superficie dirimenti un mezzo dall' altro secondo la varia forza dispersiva dei mezzi medesimi. Tutte l' altre cose, che sogliono trattarsi nell' Ottica, nella Catottrica, e nella Diottrica, sono ordinariamente materia propria piuttosto del Fisico, che del Mattematico; nel numero delle quali cose può mettersi ancora la descrizione, l' effetto, e l' uso di molte macchine inventate per ajutare e perfezionare la visione.

XXXI. Come un ramo dell' Ottica suol

riguardarsi la Prospettiva, la quale altro non è, che il metodo di descrivere geometricamente sopra di una superficie le figure, che sono le comuni sezioni di quella stessa superficie, e delle piramidi ottiche, le quali hanno per basi gli oggetti visibili, e per vertice comune la pupilla dell' occhio. La Prospettiva presa in questo senso, nel qual senso chiamasi Prospettiva lineare, consiste in una pura applicazione della Geometria. La Prospettiva aerea, che è l' arte di dare alle diverse parti del disegno formato mediante la Prospettiva lineare i colori convenienti, e nel grado d' intensità, che corrisponde alla varia distanza in cui si vogliono far credere dall' occhio, e alla varia quantità d' illuminazione a cui si suppongono esposte, è piuttosto un ramo della Pittura, e trae per la massima parte i suoi precetti dalla Fisica. Ma veniamo all' Acustica.

XXXII. L' Acustica, per quanto porta l' interpretazione del nome, è la scienza che versa intorno all' udire. Ciò, che s' ode, è il suono; e il suono non v' ha chi dubiti, che non consista in tremori e vibrazioni delle fibre minime dei corpi, i quali tremori e le quali vibrazioni comunicate all' aria giungono all' orecchio, e commovendone il sensorio determinano la sensazione. L' oggetto pertanto dell' Acustica è il suono, o vogliam dire i tremori e le vibrazioni, in cui abbiam detto consistere materialmente il suono. Vuolsi il suono considerare nella sua origine, nella sua propagazione, nella sua riflessione, e negli altri suoi accidenti. Il problema delle corde vibranti è la principal parte, che appartenga al primo capo: le colonne aeree, che vibrano entro i tubi degl' istrumenti a fiato, si possono rigoardare come corde vibranti. Ma intorno a questi strumenti non debbonsi trascurare i fenomeni particolari, che l' esperienza ha in essi scoperti; uno dei quali è quello, che par veramente maraviglioso, cioè che soffiando in alcun d' essi con veemenza grande gli si fa rendere un suono, che è o l' ottava, o la duodecima, o la doppia ottava ec. al di sopra del suono, che rende naturalmente. Ma sono ancora alcuni suoni, che nella loro origine non pare che si possano ridurre alla classe di quegli i quali son compresi nel trattato o delle corde vibranti, o degl' istrumenti a fiato. Tale è quello che eccita un' arma a fuoco sparata; e quello pure che eccita una sferza che di repente si sciolga, e con impeto si scagli contro l'aria. E di questi ancora s' ha a far menzione. Il secondo capo è un' applicazione di quella parte della dottrina dei fluidi, che s' è indicata al N°. XXIX. Sotto questo capo cade la determinazione sì della velocità del suono, come della diminuzione che patisce nella sua intensità al propagarsi che fa lungi dal corpo sonoro; e la spiegazione naturale del fenomeno, come più suoni eccitati contemporaneamente, e propagati pel medesimo mezzo giungono all' orecchio illesi e senza confusione. La riflessione del suono si fa allorchè alle fibre aeree, per le quali il suono si propaga, opponesi qualche ostacolo, contro cui le estremità delle fibre possono, per così dire, appoggiarsi. Da questo principio combinato coll' altro, cioè che il suono impiega un certo tempo a passare da luogo a luogo, fluisce la spiegazione dell' eco semplice e composta. Della refrazione del suono non facciam qui parola, perchè finora non sappiamo, che sia stata oggetto degli studj o dei Fisici o dei Mattematici. Gli altri accidenti più insigni del suono sono la sua grandezza, e la sua acutezza. A quest' ultimo si riferisce la divisione dei tuoni, e la loro natura. Qui si potrebbe avanzar qualche congettura anche sulla causa della differenza negli effetti, che producono in noi le varie consonanze, e le dissonanze. La più verisimile par quella, che ripete il fenomeno dalla concorrenza più o meno frequente delle vibrazioni. Potrebbesi mostrare come il celebre sistema del Sig. Tartini si riduce a questo principio, e come dal medesimo si può trarre ancor quello del Sig.

Rameau.

Rameau. Non si può però negare, che l'esperienza non ci scopra alcuni fenomeni, che sono affatto inesplicabili, qualunque dei principj fin ora pensati si adotti per render ragione delle consonanze e delle dissonanze. Questi sono i capi, che s'appartiene al Mattematico di trattare nell'Acustica: il di più è provincia o del Fisico, o del Professor di Musica.

XXXIII. Resta che si dica ancor dell' Astronomia e della Nautica; e si sarà poi detto di tutte le principali parti della Mattematica. L'Astronomia è la scienza delle leggi, secondo le quali sono governati i moti degli Astri. Queste leggi o si considerano relativamente alla loro causa, o relativamente ai loro effetti. La causa, qualunque ella siasi, si riguarda come un principio fisico, che in ultimo è egli stesso una legge: e così l'Astronomia, in quanto s'occupa in dedurre la natura dei moti dei corpi celesti dalla loro causa, suol chiamarsi Astronomia fisica, ed è una scienza del tutto speculativa, ed un ramo della Meccanica, che può distinguersi col titolo di Sistema del mondo. Gli effetti delle leggi del moto degli astri sono le relazioni e le posizioni, che hanno a ciascun istante i corpi celesti gli uni rispetto agli altri. L'Astronomia pratica insegna a determinare per qualsivoglia istante coll'osservazione o col calcolo la posizione degli oggetti celesti relativamente a un dato punto della superficie della terra.

XXXIV. Posta dunque nota la causa fisica de' fenomeni celesti, dee chi prende a trattare il Sistema del mondo, determinare il genere della figura delle orbite dei pianeti, la natura del moto dei pianeti stessi per queste orbite, il moto degli apsidi, quello dei nodi, e posto che il pianeta abbia un moto di rotazione intorno ad un asse, e sia fornito di qualche satellite, dee ancora determinare il moto degli equinozj, e la nutazione, e il reciproco alzamento e abbassamento della superficie supposto il pianeta fluido. L'Astronomia pratica poi può dividersi in Astronomia istrumentale, che descrive i principali e più usuali strumenti che servono alle osservazioni, tra' quali comprendesi anche la linea meridiana; in Astronomia occupata nelle osservazioni, la quale, premessa la descrizione di quei circoli della sfera, mediante i quali si stabiliscono le posizioni degli oggetti celesti, tratta dell'uso degli strumenti, e del metodo di eseguire con essi le osservazioni; in Astronomia occupata nel calcolo, per paragonare insieme le osservazioni, e trarre da questo paragone, indipendentemente dalla loro causa, le leggi dei moti dei varj corpi celesti; e finalmente in Astronomia tabulare, cioè occupata nella costruzione delle tavole astronomiche, e nell'esposizione dei precetti per l'uso delle medesime. Lungo sarebbe il voler indicare i capi che abbracciano queste varie parti, e specialmente le ultime due; nè è pur tale indicazione necessaria, poichè chiunque prenda alcuna di esse a trattare, non può non essere abbastanza informato della estensione sua e delle sue appartenenze.

XXXV. Il Calendario, e generalmente la Cronologia non sono parti della Mattematica, se non in quanto suppongono una misura del tempo, e questa è uno dei primarj fini dell'Astronomia. In oltre, quando i fatti, che la Cronologia vuol al debito luogo collocare nella serie dei tempi, sono accompagnati da fenomeni celesti, convien che ella si serva dei calcoli astronomici. Sembra dunque questa scienza chiamar piuttosto in ajuto l'Astronomia, che diventar parte di essa o della Mattematica.

XXXVI. La Geografia, in quanto si ferma a stabilire la posizione dei varj punti della superficie della terra, le loro distanze, e le relazioni che hanno ai varj circoli e punti della sfera celeste, è materia del Mattematico, e si può riguardare come una parte, o almeno come un'applicazione dell'Astronomia. L'altre cose, che voglion da alcuni comprendersi sotto la Geografia, sono meri trattati istorici.

XXXVII. La Gnomonica è una parte della Mattematica connessa coll' Astronomia: ma a considerarla giustamente, si riduce ad una semplice applicazione della Geometria, non consistendo essa in altro, che nella soluzione del seguente problema: Data qualsivoglia superficie, e dato fuori di essa un punto che si riguardi come il centro della sfera, descrivere sopra di quella superficie le linee, che sono le comuni sezioni di lei, e dei piani dei circoli orarj, i quali piani s' intendono passare pel punto dato, che è quello, che chiamasi poi Gnomone. La descrizione di queste linee può in molti casi facilitarsi non poco mediante l' uso di certe tavole, della costruzion delle quali, chi assume a trattar questa materia, dovrà dare qualche idea.

XXXVIII. In tre parti principali suole comunemente dividersi la Scienza Nautica, che qui basterà semplicemente accennare. La prima può chiamarsi Architettura navale, e tratta della costruzione delle navi, la quale porta diverse ispezioni secondo il diverso uso che aver debbono le navi medesime. Suppone quello trattato la scienza dell' Analisi per la soluzione di varj problemi, che in esso occorrono, come sarebbe quello di trovare la figura del solido soggetto alla minima resistenza. La seconda parte suol distinguersi col titolo di Pilotaggio: abbraccia questa molti capi; a cagion d' esempio la costruzione e l' uso della bussola; la lossodromia; la maniera di misurare col loc o con altro strumento il cammino della nave; la descrizione e l' uso delle carte marine, e la loro riduzione; il metodo di fare e di adoperare le osservazioni astronomiche per fissare la longitudine e latitudine del luogo, ove trovasi la nave, ec. Molte delle ricerche, nelle quali versa questa seconda parte, e in particolar modo quelle che cadono su i moti della nave intorno all' uno o all' altro dei suoi assi orizzontali, sono mere applicazioni dei principj dinamici e idrodinamici. Conseguenze pure dei medesimi principj sono tutti i precetti, che formano l' oggetto della terza parte, la quale intitolasi la Manovra dei Vascelli. Insegna questa parte il maneggio, che dee farsi principalmente delle vele per ottenere prontissimamente qualsivoglia moto d' evoluzione. La perizia, che vuol supporsi in chi prenderà a stender gli articoli appartenenti a ciascuna delle tre indicate parti, ci esime dall' entrar in un' enumetazione minuta delle materie che egli dee avere in veduta, la quale male ancora si confà alla natura di un semplice piano.

XXXIX. Nelle materie fin quì indicate ci pare, che possa dirsi essere compresa tutta quanta è la sostanza della Mattematica; seppure non si creda, che debba aggiungervi anche la Scienza Militare, l' Architettura civile, l' arte di regolare i fiumi, e tali altre facoltà. Ma la parte più mattematica della Militare è forse la Balistica; e questa si comprende già nella Meccanica, non essendo essa altro, che un caso particolare dei moti curvilinei; di maniera che, indicata la natura della curva che descrivono i projetti, ed esposto il problema, in cui di queste tre cose, cioè forza di projezione, angolo di essa coll' orizzonte, e ampiezza del tiro presa su d' un piano orizzontale, o anche in qualsivoglia modo inclinato o elevato, datene due, si cerca la terza, altro non par che resti più a fare per la Balistica, se non se recar le tavole della correzione, che a cagione della resistenza dell' aria dee applicarsi in pratica ai risultati della soluzione di quel problema, e accennar in quale maniera sieno state fatte le sperienze per format queste tavole. Che se l' Architettura Militare ancora e la Tattica richieggon qualche uso della Mattematica, niuno però negherà, che la prima non sia contenta della cognizione dei soli elementi della Geometria, e la seconda, almeno così come suole ordinariamente trattarsi, appena offera alcun problema al Geometra o all' Analista. Quanto poi all' Architettura civile, se si eccettui qualche ricerca

sulla

sulla spinta degli archi, e delle volte, e su la forza dei piè diritti, nelle quali cose entra il Mattematico; essa nel rimanente siegue proporzioni per lo più arbitrarie, e dipendenti piuttosto dal gusto, che da regole certe. Finalmente il trattato del regolamento dei fiumi e dei torrenti, tutto quel che ha di mattematico, lo desume dall' Idrodinamica, e per rispetto a questo sembra da essa niente più distinguersi di quel, che si distingua la parte dal suo tutto. Non pareva dunque necessario far di queste facoltà menzion particolare nel piano: molto meno poi d'altre, s'altre pur sono oltre le mentovate, che considerino la quantità. Al qual proposito vuolsi generalmente avvertire, che non basta a costituir una parte della Mattematica, che una facoltà s'eserciti circa cosa quanta, o circa proporzioni e relazioni; ma richiedesi inoltre, che abbia principj certi cui seguire, e regole costanti, e dedotte dalla natura stessa dell' oggetto su di cui versa, secondo le quali fissar poi le grandezze e i rapporti e le relazioni che prende a considerare. Non è però, che chi s'incarica di fare gli articoli appartenenti a tali facoltà, qualunque si sieno, non possa e non debba anzi trattare colla Mattematica tutti quei, che ne sieno naturalmente capaci; e sì questi, come gli altri si potranno nell' Enciclopedia porre sotto il titolo della facoltà, di cui sono articoli, senza impegnarsi a decidere, se debba tale facoltà riguardarsi come parte della Mattematica, o no; decisione che poco o nulla importerebbe, come quella che all' ultimo non dipenderebbe se non se da una definizion di nome, la quale è sempre arbitraria.

XL. Ma molti articoli, che sono certamente materia del Mattematico, non si trovano compresi nè espressamente nè implicitamente nel piano: a cagion d'esempio *Geometria degl' Indivisibili*, *Analisi degli Antichi*, *Metodo*, che chiamano, *delle Esaustioni*. Non è però da credere, che tali articoli possano restar dimenticati. Verseranno ordinariamente circa materie connesse in qualche modo con quelle d'articoli espressi nel piano; e però queste ne chiameranno a quelle, e chi scrive questi articoli verrà avvisato così ancora di quelli. Oltre di che abbiamo già le Enciclopedie pubblicate, e i Dizionarj, che sono come altrettanti nomenclatori. Per lo contrario sono forse non pochi articoli, che possono egualmente cadere sotto una parte e sotto un' altra della Mattematica, o sotto la classe mattematica e sotto la fisica; perchè era troppo difficile nel piano separar tutte le materie, e circoscriverle per modo, che non restasse alcuna cosa come nel confine tra una scienza e l'altra, o tra una parte e l'altra d'una medesima scienza. Ma niun male sarà, che un medesimo articolo venga trattato da più d'un autore: e già il direttore della classe, e all' ultimo l'Editore dee veder tutti gli articoli; onde trovandone un medesimo trattato da più autori, può prender da ciascun autore quel che stimerà più a proposito, e fare di più articoli un articolo solo unito e compiuto: dall' altra parte poi non disdirà, che nell' Enciclopedia si vegga talvolta un medesimo titolo ripetuto, e considerato ora sotto un aspetto, ora sotto un altro; e di ciò abbiamo spessi esempj nelle altre Enciclopedie.

XLI. Nello stender adunque il piano, che quì si è dato, della classe mattematica, abbiamo inteso solamente di porre sotto l'occhio degli autori le varie parti della Mattematica, e i varj capi principali che formano ciascuna parte, e di accennar oltre a ciò le connessioni e le scambievoli dipendenze, che hanno quelle varie parti e quei varj capi tra loro; onde possa ogni autore scegliere speditamente, e stabilire la parte o il capo che vuol prender a trattare, e insieme vedere sotto quale aspetto dee prenderlo, e con quale spirito trattarlo. Perchè è vero, che del Dizionario d'una Scienza non è come d'un corso, il quale vuol essere così tessuto e ordinato, che camminando passo passo secondo l'or-

l' ordine naturale delle idee niuna cosa venga dopo, che non abbia la ragione di se stessa nelle cose dette avanti; laddove il dizionario portando le materie distaccate, e disposte secondo l' ordine alfabetico, pare che conceda molta libertà, massimamente se si consideri il vantaggio che si ha dalle citazioni, potendosi alla materia d' un articolo colla citazione d' un altro risparmiare tutta quella preparazione, che le sarebbe necessaria in un corso. Ma è altrettanto vero, che sarebbe non piccol mancamento del dizionario, se trattandosi di dottrine e di metodi connessi e collegati insieme, l' articolo, che si ha attualmente alle mani, si facesse dipendere da un altro, che mediatamente o immediatamente dipendesse da lui stesso. In queste materie i diversi articoli debbon essere talmente concepiti, che volendo s' hanno da poter approssimare e unire in modo, che facciano come parte d' un corso; altrimenti il dizionario non meriterebbe più il nome d' Enciclopedia, poichè a mostrar propriamente la connessione delle nostre cognizioni non basta solo il dire, che tali e tali cognizioni si connettono, ma bisogna di più indicar come connettansi, e qual sia il passaggio semplice e naturale dalle une alle altre. E' dunque necessario che i diversi articoli appartenenti a un medesimo trattato teorico si conformino nell' ordine delle idee ad un certo sistema, affinchè possano formare un tutto, e un tutto che s' accordi con gli altri tutti, che insieme con lui sono per avventura parti d' un tutto maggiore. Ora il sistema, secondo cui ordinar si possono le idee nel trattare ciascuna materia, potendo esser vario; quale principalmente abbia da scegliersi da ciascun' autore nello stendere i suoi articoli, dovrà rilevarsi dal piano. Ed è questo il fine primario, per cui l' abbiam fatto, anzi piuttosto l' unico; giacchè se non dee servire a questo, non si vede perchè occorresse fare un piano. Egli è in veduta di questo fine, che si è presa la cosa dalla sua prima origine; cioè si è cominciato dal considerar l' oggetto generale della Mattematica, affinchè venendo indi a mostrare come esso ci si presenti in varie cose, e disponendo queste cose o secondo l' ordine appunto con cui han dovuto presentarsi alla mente degli uomini, o secondo quello della loro semplicità, si desse luogo all' enumerazione delle varie parti della Mattematica, e per quanto possibil fosse si circoscrivesse ciascuna di loro entro i suoi confini, fissandone nella miglior maniera l' ufizio, onde possa meglio apparire con quali avvertenze si convenga ognuna trattare.

XLII. Seguendo dunque scrupolosamente il piano, il quale è concepito così, che potrebbe servir anche a chi volesse comporre un corso universale di Mattematica, altro appunto non parrà che possa risultare se non se una serie d' articoli sufficiente per un corso, ma non già per un Dizionario, nel quale tante notizie si ricercano di più che in un corso. Ma avvertasi, che, come abbiamo già detto poco fa, il piano dee servir di regola principalmente per la formazione di quegli articoli, che entrano nella catena delle cognizioni, affinchè ogni autore vegga quali sieno i principj donde trar dee le sue dimostrazioni, e i fondamenti su cui appoggiare le sue dottrine; cosicchè non succeda, a cagion d' esempio, che le dottrine dinamiche intanto solamente reggano, inquanto regga la misura delle forze vive alla Leibniziana o alla Cartesiana, o vengano dedotte da principj, che, come questo, sieno ancor in questione. Gli altri articoli, che non sono di sostanza d' alcuna parte della Mattematica, e che per conseguenza potrebbono non aver parte in un corso, se non sono chiamati nel nostro piano, poco importa; giacchè, come si è avvertito di sopra, non è da temere, che restino dimenticati: e dall' altra parte non formando anello nella catena delle proposizioni, in cui è contenuta una scienza, possono o piuttosto debbono esser trattati solo istoricamente.

Tale

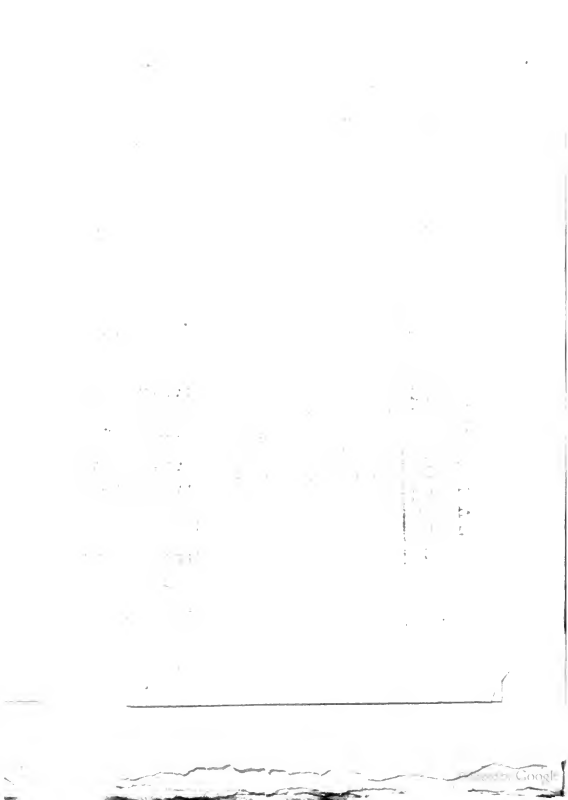
Tale appunto è l'articolo *Forza viva*, ben avvertendo però, che nella forte di lui non intendiamo compreso anche l'articolo *Conservazione delle forze vive*.

XLIII. Del resto per rispetto alle materie o necessarie o utili o curiose, e però degne d'essere esposte nell'Enciclopedia, le quali per altro non si sono espressamente toccate in questo piano, osserviamo primieramente, che queste in buona parte apparterranno a facoltà, che propriamente non saranno parti della Mattematica, benchè in molte occasioni possano aver bisogno della Mattematica, e portino qualche problema, che tocchi al Mattematico di sciogliere. Noi non abbiamo comprese queste facoltà nel piano, poichè non v'era ragione di comprenderne alcune e non tutte: tutte poi era cosa troppo lunga, e probabilmente da nissuno pretesa: perchè chi pretenderà, che come parte della Mattematica si riguardi per esempio l'Orologeria? pure quante ricerche anche sottili e difficili si possono fare in quest'arte, che richieggono l'uso della più fina Mattematica? Non v'ha forse arte o mestiere, che non possa proporre al Mattematico qualche ricerca da fare degna di lui. Ma queste ricerche troveran luogo nell'Enciclopedia, benchè non sieno mentovate nel piano, poichè gl'indici stessi dei nomi, che si posson avere da tante parti, condurranno gli autori a notarle, e a tenervi dietro. Lo stesso succederà pure per rispetto a tutti quei lavori e a tutte quelle costruzioni, che sogliono farsi nei fiumi e nei torrenti per regolarne il corso, o per renderli atti alla navigazione. Le voci *torbida*, *ghiaja*, *palificata*, *gabbioni*, *chiusa*, *cateratta*, *sostegno*, e altre tali chiameranno gli autori a trattar queste materie, e a proporre quelle regole e quei precetti, che colle dottrine dinamiche e idrodinamiche unite all'esperienza e al lungo uso si sono trovati utili e degni d'entrare in un corpo di scienza pratica, la quale non s'è forse abbastanza contemplata nel piano. Tutte queste cose formano come tanti capi particolari e staccati, in quanto all'ordine delle idee, l'uno dall'altro: onde non occorre cercare qual metodo nel trattarli debbasi tenere. Osserviamo inoltre, che non in maniera da questa diversa avranno luogo nell'Enciclopedia tanti articoli, che appartengono ancora a scienze, che si sono espressamente considerate in questo piano; ma perchè non sono del numero di quelli, che entrano a formar il sistema d'alcuna scienza, perciò restano fuori del piano, benchè non fuori dell'Enciclopedia; e l'autore, che prende a trattar quella scienza sotto cui cadono, dovrà comporli, ma non sarà astretto componendoli a maneggiarli d'una maniera piuttosto che d'un'altra, appunto perchè non sono della sostanza di quella tale scienza. Di questo genere è, per recar un esempio, l'articolo *Nove*, *ultimo dei numeri*, *che nella comune aritmetica denaria si scrivono con una sola figura*. Competono a questo numero alcune belle proprietà, che vogliono esser esposte nell'Enciclopedia: ma perchè ad esse non è attaccata la sostanza dell'Aritmetica, perciò l'Autore, che si addossa questa parte della Mattematica, non sarà ad esse chiamato dal piano: sarà però avvisato dell'esistenza di questo articolo o dalle idee che agiterà colla mente nello stendere gli articoli che sono essenziali all'Aritmetica, o dagl'indici che sono somministrati dai Dizionarj e dalle altre Enciclopedie. Tratterà poi queste proprietà con quell'ordine e in quella maniera, che più gli piacerà; anzi potrà, se lo trovi comodo, servirsi nelle dimostrazioni anche dell'Algebra. Ed è questo un vantaggio grande, che si ha componendo un Dizionario, e non si può avere componendo un corso, che trattandosi di materia, la quale non formi anello nella catena delle cognizioni, si può a maneggiarla trar profitto da una parte di scienza, la quale ancora dipenda da quella stessa, a cui la materia che si maneggia appartiene. Osserviamo finalmente, che negli articoli, che sono

il ti-

il titolo di qualche parte della Mattematica, come sono *Aritmetica*, *Geometria*, *Algebra*, *Meccanica*, *ec.*, si dovrà dir qualche cosa dell'origine e dei progressi di quella tal parte della Mattematica; e ciò darà ordinariamente occasione di scoprir un buon numero d'articoli, che non sono compresi nel piano. Egli è a questa maniera, che si presenteranno all'animo gli articoli di sopra citati *Geometria degl' Indivisibili*, *Analisi degli Antichi*, *Metodo delle Esaustioni*. Si dovrà pure in quei medesimi articoli dar la divisione della Scienza, di cui sono il titolo, nelle sue parti. E questa divisione, almeno per le principali Scienze Mattematiche, si trova già in questo piano, il quale in essa appunto si può dire che quasi tutto consista. Noi quì la ripeteremo brevemente, e in forma d'albero, perchè gli autori possano più comodamente averla sotto l'occhio: ricordando loro, nel chiuder che facciamo tutto questo discorso, quel medesimo, che dalle cose dette negli articoli precedenti abbastanza si raccoglie, cioè che da essa debbono rilevare le varie parti, e per così dire le varie appartenenze della Mattematica, per poter fare la scelta di quella parte o di quelle parti, che prender vogliono a trattare. Con quale spirito poi abbiano a trattarle, massimamente in quegli articoli che sono fondamentali e della sostanza di ciascuna scienza mattematica, e formano parte del sistema delle nostre cognizioni in questo genere di scienze, debbon rilevarlo dal piano stesso.

Del Sig. S. C.

DIVISIONE

PIANO
DELLA CLASSE
FISICA.

I. LA Fisica, come il nome medesimo indica, è la Scienza delle cose naturali. Toccherebbe dunque al fisico d'esporre tutto ciò, che intorno alle cose naturali l'uomo è arrivato fin' ora ad osservare e sapere. Ma l'uso oggidì è diverso; e la Fisica resta confinata nella sola considerazion dei corpi.

II. Sogliono ordinariamente dividere la Fisica in generale e particolare. La prima considera i corpi generalmente, e le loro primarie qualità; l'altra discende ai corpi particolari che ci si presentano nel mondo, li riduce a certe classi, ne esamina le nature, indaga le leggi secondo cui si operano i fenomeni che in essi vediamo accadere, e studia di spiegar questi fenomeni, se non altro facendo vedere come i più particolari sono conseguenze dei più generali.

III. Dell'esistenza dei corpi, i quali già non sono da noi conosciuti se non mediante le loro qualità, pare che, secondo la moderna maniera di pensare, tocchi al metafisico di trattare, come pure di stabilire di quale de' nostri sentimenti sia propriamente oggetto ciascuna di quelle qualità. Comunque sia, ognun sa, che delle qualità dei corpi altre son dette reali, altre apparenti. Le reali principalmente sono oggetto della Fisica generale. Di esse alcune sono comuni ai corpi tutti, come l'estensione, l'impenetrabilità, la mobilità ec.; altre si trovano solo in alcuni, come la durezza, la fluidità ec.

IV. Pare, che l'essenza del corpo debba esser posta in una o in più delle qualità reali comuni, o forse nel complesso di tutte. La questione è oscurissima; e quel che possono fare gli autori dell'Enciclopedia a questo proposito, è di riferire le varie opinioni dei filosofi, accompagnandole colle proprie riflessioni. Diranno ancora quel che dir si può in cose sì difficili, dei principj elementari de' corpi, e dei loro principj chimici.

V. Ben dovranno diligentemente nei rispettivi articoli trattare di ciascuna delle qualità reali comuni a tutti i corpi, e darne l'idea la più chiara che sia possibile. Tali sono, come abbiam accennato, l'estensione, l'impenetrabilità, l'inerzia, la mobilità ec. L'estensione ne chiama all'esame della questione sulla divisibilità della materia all'infinito, che gli autori ridurranno ai suoi giusti termini, e risolveranno convenientemente. La mobilità trae a parlar del moto, e per conseguenza anche dello spazio e del tempo; sebbene di questi due articoli una gran parte si arroga il Metafisico, ed il primo è quasi totalmente provincia del Mattematico. E quì appunto è da avvertire, che tutte quelle dottrine intorno al moto, che nei trattati di Fi-

fica stanno forse bene, nell' Enciclopedia vogliono affatto risparmiarsi agli autori di Fisica, e lasciarsi a quelli di Mattematica.

VI. L' attrazione non ci si presenta nei corpi così immediatamente come l'estensione, l' impenetrabilità ec.; e quindi è che ad alcuni non parrà forse una proprietà dello stesso ordine che quest' altre. Pure i fenomeni più grandi dell' universo, e non pochi di quei, che ci accade d' osservare in questa nostra Terra, mostrano regnare nella natura un principio, che opera i fenomeni appunto come li opererebbe un' attrazione comune a tutta la materia. Può dunque stabilirsi l' attrazione universale almeno come un fenomeno generale, che contiene la cagione d' innumerabili altri particolari. Ci bisognerebbe forse qualche nuovo sentimento per iscoprire quelle proprietà del corpo, che legano l' attrazione, checchè ella siasi, colle proprietà generali e primarie a noi note, cioè coll' estensione, coll' impenetrabilità ec.

VII. La gravità riducesi all' attrazione universale: e quì sarà poi a proposito di portar gli argomenti, con cui ciò si prova.

VIII. Con non minore diligenza dovranno stendersi gli articoli, che hanno per titolo le qualità reali particolari, come la fluidità, la solidità e durezza, l' elasticità ec. Essendo poi queste qualità come altrettanti generi, sotto de' quali cadono molte specie (perchè, a cagion d' esempio, dei corpi duri altri sono più duri, altri meno, altri friabili, altri duttili, altri fossili ec.); si dovranno trattar ancora queste specie distintamente. Ben è vero, che quanto alle cause di queste qualità poco altro si può fare, che recar la storia delle opinioni dei varj filosofi, le quali non di rado si riducono a pure ipotesi, o a sistemi, che ordinariamente son poi quasi lo stesso.

IX. E quì cade in acconcio di notare, che gli articoli *Ipotesi in Fisica*, *Sistema in Fisica* sono della provincia del fisico, il quale farà vedere qual genere d' ipotesi, e quale spirito di sistema sia utile nella Fisica, e quanto sia facile abusar e di quella e di questo a pregiudizio della scienza.

X. Le qualità apparenti formalmente non sono che mere sensazioni; materialmente hanno fondamento nelle qualità reali. Al fisico tocca di considerarle principalmente nella seconda maniera; e l'autore degli articoli riferirà le varie opinioni, che sono state e sono tuttavia intorno alla natura di queste qualità, accompagnandone l' esposizione colle sue osservazioni tanto in pro, quanto incontro.

XI. Cogli articoli finora accennati si viene a comprendere buona parte della Fisica sì generale, come particolare. Resta ora, che si discenda agli effetti ed ai fenomeni, che ci si offrono nei corpi, che attualmente compongono l' universo; il che è ufizio propriamente della Fisica particolare. Uno di questi effetti è il moto. Le leggi generali del moto, come anche quelle dell' equilibrio, tanto per li solidi, quanto per li fluidi, sono oggetto della Mattematica, nè formano parte della Fisica generale, se non in quanto che in un corso di Fisica non si suppone il lettore istruito nella Mattematica: ma nell' Enciclopedia si vogliono lasciare, come di sopra fu detto, totalmente al Mattematico. Il Fisico dee considerar il moto e l' equilibrio nei corpi attuali.

XII. Quanto ai corpi celesti basta recar le leggi scoperte da Keplero, per conchiuder che si muovono i pianeti come se gravitassero nel Sole con una forza reciprocamente proporzionale al quadrato della distanza. Certe piccole anomalie o irregolarità, che si scoprono nel moto de' pianeti, per le quali succede, che un pianeta non sia sempre in quel luogo, ove esser dovrebbe se fosse solo nel sistema planetario, ed il ritardo del ritorno della cometa del 1682. cotanto illustrato dal Sig. Clairaut, provano, che i corpi del sistema planetario gravitano anche scambievolmente gli uni verso

verso degli altri, checchè sia questa che noi chiamiamo gravitazione. Queste cose si possono dal Fisico portar istoricamente, spettando al Mattematico d' entrar nelle teoriche a fondo e per minuto. Al Fisico debbon bastare i fatti per provare l' esistenza d' una causa, che, operando come una gravitazione universale, regola così e governa i moti de' corpi celesti.

XIII. Venendo ai corpi terrestri, si contenterà il Fisico d'esporre quegli esperimenti e quei mezzi, onde s'è potuto venir in cognizione, che la gravità è costante, almeno sensibilmente, per un medesimo luogo della terra in qualunque tempo, e a qualunque di quelle altezze a cui possiam salire. Ciò posto, dagli articoli, che avrà stesi il Mattematico, si conoscerà qual debba essere la legge del moto tanto nei gravi cadenti liberamente, e per piani inclinati, o per linee curve, quanto nei projetti. Mostrerà ancora come la forza, che fa cadere i corpi alla superficie della terra, è la stessa che tiene la Luna nella sua orbita; e quindi apparirà non altro essere la gravità terrestre, che un effetto della gravitazione universale, come si è indicato al N°. VII. Mostrerà finalmente, come si sia scoperto, che la gravità è diversa a diverse distanze dall' equatore, e che i corpi terrestri non solo gravitano verso un punto posto dentro alla massa della terra, ma scambievolmente ancora gli uni verso degli altri.

XIV. Recherà pure gli esperimenti, con cui si sono provate le leggi delle pressioni dei fluidi gravi, come sono l' acqua, l' olio ec., e del loro moto, quando escono per fori aperti nel fondo o nelle pareti de' vasi in cui sono contenuti, o quando scorrono per canali. Riferirà gli esperimenti, che provano la gravità e l' elasticità dell' aria, e spiegherà gli effetti che ne dipendono. Darà i metodi, che si possono tenere per fissare le gravità specifiche dei varj solidi e dei varj fluidi, e quindi le loro densità. Qui si darà occasione di parlare delle diverse densità dell' aria a diverse distanze dalla superficie della terra, e dell' altezza dell' atmosfera. E' chiaro, che nelle dottrine indicate in questo numero resta compreso l' uso dei barometri, delle macchine pneumatiche, ec.

XV. Benchè niuno sia per avventura degli effetti e dei fenomeni de' corpi, che non si riduca in ultimo a qualche moto; pure quelli, che si sono finora accennati, sembrano essere i principali che formano la parte di Fisica, la qual può dirsi Meccanica. Sebbene a questa classe richiamar si può anche il flusso e riflusso del mare, fenomeno che commenda mirabilmente la gravitazione universale. Ma s' appartiene propriamente al Mattematico di darne distesamente la spiegazione tratta dai suoi veri principj: al Fisico par che debba bastare l' accennarla, fermandosi ad esporre i fatti, e notar i risultati dell' osservazione.

XVI. Sono molti fenomeni non compresi nella parte meccanica della Fisica, che per altro sembrano spiegarsi comodamente per un' attrazione. Quest' attrazione non è quella universale, che regola i fenomeni grandi del mondo, ma una particolare, che si crede da alcuni esercitarsi tra le particelle minime dei corpi, ma non egualmente tra le particelle di tutti i corpi, e dicesi calar non secondo che crescono i quadrati delle distanze, ma secondo una ragione molto maggiore. A questa particolare attrazione convien pure assegnare il suo articolo nell' Enciclopedia, almeno per esporre quel che i Fisici ne han detto, i motivi che gli hanno indotti a pensarla, gli argomenti con cui credono di provarla, e gli usi che ne han fatto. Lo stesso dee dirsi per riguardo della repulsione, giacchè questa pure è stata creduta necessaria a spiegar certi fenomeni: sebbene non è mancato chi dica non altro essere questa repulsione stessa se non se un' attrazione, che attese le circostanze si manifesta nell' effetto sotto forma d' un principio repellente. Non può negarsi, che mediante le attrazioni

 par-

particolari non si svolgano felicemente alquanti fenomeni, come la salita dei liquori nei tubi capillari, l'adesione mutua di certi corpi levigati, la soluzione di certi solidi in certi fluidi, e la precipitazione che siegue la soluzione, quando a questa si affonda certo liquore.

XVII. Comunque sia dell'attrazione e repulsione particolare, egli è certo, che gli accennati fenomeni vogliono trattarsi nei loro proprj articoli dell'Enciclopedia, e principalmente le soluzioni e le precipitazioni, alle quali debbon aggiungersi le fermentazioni e le effervescenze. Sono questi come altrettanti fenomeni universali, ai quali si riducono moltissimi particolari, che compongono una parte di Fisica, che può dirsi chimica. Alla qual parte riducesi ancora tutto ciò che è stato fin' ora detto dai Fisici moderni intorno all'aria fissa; materia che merita certamente d'essere esposta con particolar diligenza nell'Enciclopedia. E' questo un ramo della Fisica, a cui col tempo si ricorrerà forse utilmente per aver la spiegazione d'un gran numero di fenomeni.

XVIII. Quanto sarebbe ben fatto, che il Fisico nei convenienti articoli desse un'idea di quegli agenti chimici, di cui si serve la natura nelle mutazioni e alterazioni, che vediam far essa subire continuamente, e talora con tanta prontezza ai corpi! Potrebbe il Fisico dar di questi principj, e delle leggi secondo cui agiscono, una nozione più piana, e per così dire più alla mano di quella, che sogliono darne i Chimici, i quali usano comunemente un linguaggio, che non è alla portata d'un mero Fisico. E' vero, che tutta la Chimica non è all'ultimo altro che una parte della Fisica: ma è altrettanto vero, che so n'è formata come una scienza distinta, la qual si tratta dai Chimici al modo loro, e che, in quanto può aver uso nella Fisica, ha bisogno d'esser trattata a modo del Fisico, e non del Chimico.

XIX. Alla parte chimica si riduce ancora il trattato del fuoco elementare. Quì si porteranno gli argomenti, che ne provano l'esistenza, e le proprietà principali. Da esso dipendono innumerabili fenomeni; lo scioglimento di certi corpi, la distruzione di cert'altri, ec. I liquori stanno sciolti forse in quanto che hanno una certa dose di fuoco elementare: sminuita che questa sia a un certo segno, diventan duri. Se ciò è, la congelazione sarà un fenomeno, che cadrà sotto questa parte della Fisica; del quale si dovrà certamente far un articolo usandovi tutta la diligenza per levare i pregiudicj, che comunemente regnano intorno a questa mirabile conversione dell'acqua in corpo solido. Molte gravi questioni si presenteranno a chi tratterà del fuoco elementare: a cagion d'esempio, se egli sia generalmente materia della luce; se sia almeno materia della luce dei fosfori; se sia materia dell'elettricità. Intorno alle quali questioni converrà imparzialmente dire tutte le ragioni pro e contro.

XX. Una parte della Fisica niente meno importante, e forse niente meno estesa di ciascuna delle due, che distinte abbiamo co' nomi di Fisica meccanica, e di Fisica chimica, si è il trattato dell'Elettricità. Quali cose e quante abbracci questo trattato non occorre quì esporlo: i capi, che lo compongono, sono troppo uniti e legati, e inoltre troppo noti perchè non s'abbia a temere, che chi intraprenderà a stenderne gli articoli, sia per omettere cos'alcuna; massimamente se egli sia, com'è ben credibile che sarà, molto versato nella materia.

XXI. Il Magnetismo è pure una parte non indifferente della Fisica. La forza direttiva, la polarità della calamita, la comunicabilità della virtù di lei al ferro, la declinazione e l'inclinazione degli aghi magnetici sono altrettanti capi, in cui si risolve questo trattato; ai quali si voglion aggiunger anche quest'altri, cioè il modo di misurare la declinazione e l'inclinazione dell'ago; i modi di calamitare gli aghi; quelli di accre-

accrescere la forza delle calamite armandole; quelli di far le calamite artificiali. Ancora bisogna dire della varietà di declinazione dell'ago nei varj luoghi della terra nel medesimo tempo, e in un medesimo luogo in diversi tempi; ed esporre i tentativi, che si son fin'ora fatti per iscoprire in questa varietà qualche ordine e legge. Finalmente non si dovrà lasciar di notare le affinità, che si sono trovate, tra il magnetismo e l'elettricità.

XXII. I Fosfori somministrano un interessante articolo, nel quale si dovrà venir divisando le varie loro specie, i metodi di farli artificialmente, e di conciliar loro varj colori, ed esporre ciò, che è stato detto, o che par che dir si possa del modo onde risplendono.

XXIII. Le qualità apparenti dei corpi saran già state generalmente considerate negli articoli, che hanno il titolo da esse. Ma si dovrà ancor particolarmente dire nei convenienti luoghi delle affezioni loro, e delle anomalie, e degli effetti di queste, notando, a cagion d'esempio, come la diversa grossezza delle laminette dei corpi fa che si riflettano o si trasmettano diversi colori, e similmente come si crede d'avere scoperto, che il diverso colore, che si osserva nei corpi, venga in essi combinato con una diversa dose di flogisto; come il calore s'eccita in varie maniere; come dilata i corpi, ed il freddo per lo contrario li costringe, ond'è venuto l'uso de'termometri; come mediante gli specchi cavi si aumenta il calore, e mediante le trombe stenterofoniche ed altre tali costruzioni il suono; come il calore si propaga e diffonde; come certi corpi, quale sarebbe l'acqua, sono capaci di ricever il calore fino ad un certo segno, e non oltre; come alcune materie danno fiamma, altre permanente, altre momentanea ec. E nominatamente intorno alla luce, ai colori, ed al suono si esporranno tutte le sperienze, che ne dimostrano e specificano la riflessibilità, e, trattandosi de'primi, la refrangibilità, la diffrangibilità ec., come pure quelle, che somministrano al Mattematico i dati, su cui egli fonda i suoi calcoli, e le sue teoriche ottiche, catottriche, diottriche, ed acustiche.

XXIV. Molte altre cose sono oggetto della Fisica, nè sono comprese ne' capi finora descritti. Ad abbracciar queste ancora gioverà osservare, che i fenomeni, prescindendo dai celesti, succedono o nell'atmosfera, o alla superficie della terra, o nelle viscere di questa. L'aria stessa, ond'è formata l'atmosfera, è un corpo forse non meno composto degli altri, e come tale vuol essere esaminato dal Fisico. I vapori e le esalazioni, che sollevandosi in essa ne alterano il peso, l'elasticità, la salubrità, e, per dir tutto in una parola, la condizione, meritano un'attenzion particolare. Le molte e varie meteore poi, che sono appunto altrettanti fenomeni dell'atmosfera, si tratteranno ciascun sotto il suo titolo, descrivendole diligentemente, e dandone quelle spiegazioni o certe o dubbie, che posson darsene, le quali saranno sempre tratte da alcuni de' capi della Fisica, che sono già stati di sopra indicati. Il colore azzurro del cielo, l'apparente sua figura d'un segmento minore di sfera, sono ancor fenomeni, che dimandano d'essere considerati; e a questo capo vuol pure riferirsi, benchè si tratti di corpi posti fuori dell'atmosfera, lo scintillar delle stelle, e quel maraviglioso inganno, per cui ci comparisceno, non solamente il Sole e la Luna, ma anche le costellazioni, tanto più grandi verso l'orizzonte che non verso il vertice.

XXV. Alla superficie della terra incontriamo i mari, i laghi, e i fonti, onde formansi poi i fiumi; inoltre i monti, le piante, gli animali. La salsedine pertanto, e l'amarezza delle acque marine, i tentativi fatti per ispogliarle di queste qualità, le varie doti delle acque dei varj fonti, dove vengono comprese le acque minerali, termali ec.; come pure l'origine generale de' fonti, sono altret-

tan-

tanti articoli pel Fisico; al quale ancora spetta di trattare della struttura delle montagne e dei vulcani. La divisione delle piante e degli animali in generi, e di questi generi nelle loro specie, e la descrizione di ciascuna specie non s'appartiene propriamente al Fisico, ma bensì a quegli autori, che prenderanno la Botanica, la Tetrapodologia, l'Insettologia, l'Ornitologia, l'Ittiologia, la Conchigliologia ec. Della provincia del Fisico pare il mistero della generazione delle une e degli altri, del quale per conseguenza egli tratterà recando in mezzo i diversi sistemi che sono stati finora pensati, e aggiungendo sopra di ciascuno le sue riflessioni. Tratterà anche generalmente della vegetazione delle piante, e della nutrizione degli animali, come pure dei mirabili fenomeni delle riproduzioni, e degli animaletti infusorj; dando così nei convenienti articoli qualche saggio di Fisica tanto vegetabile, quanto animale.

XXVI. Nelle viscere della terra troviamo oltre le acque, di cui abbiam già detto, le pietre, i metalli, i corpi lapidefatti, le varie concrezioni saline, sulfuree, tartarose ec., gli olj, i bitumi, le terre ec. Il Fisico lascerà la divisione di tutti questi fossili nelle diverse loro classi, e la descrizione delle varie specie agli autori, che vorranno addossarsi l'Orittologia, la Metallurgia ec. e generalmente le varie parti della Mineralogia. Egli si limiterà a trattare della natura di queste cose da Fisico, e principalmente della loro origine, tenendo dietro alle questioni che su di questo particolare si agitano tra' Filosofi, e interponendo opportunamente e concisamente le proprie riflessioni.

XXVII. Nelle cose fin qui esposte pare abbastanza compreso o espressamente o implicitamente tutto ciò che è materia della classe Fisica. La storia della Fisica verrà quà e là sparsa negli articoli, ne' quali occorrerà d'esporre i pensamenti dei Filosofi passati e moderni intorno a varj fenomeni della natura: ma gli articoli *Platonicismo*, *Peripateticismo*, *Cartesianismo*, *Newtonianismo*, ed altri tali daranno ampio campo di soddisfare alla parte storica. Le liste poi delle voci tratte dall'Enciclopedia Francese, dagli altri Dizionarj di Scienze, e dai Dizionarj stessi delle lingue, potran suggerire ai diversi autori, che si distribuiranno tra loro la Fisica, quegli articoli, i quali per avventura non si presentasser loro alla mente nel considerar che faranno questo, qualunque siasi, Piano.

XXVIII. Resta solo che per comodo della distribuzion medesima aggiungiamo qui in compendio i capi, ai quali tutta si riduce la materia considerata nel Piano.

I. Essenza, qualità comuni, qualità reali, qualità apparenti de' corpi, e principj loro tanto elementari, quanto chimici. *Vedansi i numeri* I. II. III. IV. V. VI. VII. VIII. X.
II. Fisica meccanica. *Ved.* XI. XII. XIII. XIV. XV. XVI.
III. Fisica chimica. *Ved.* XVII. XVIII. XIX.
IV. Elettricità. *Vedasi il numero* XX.
V. Magnetismo. *Ved.* XXI.
VI. Fosfori. *Ved.* XXII.
VII. Affezioni delle qualità apparenti, anomalie, ed effetti indi provenienti. *Ved.* XXIII.
VIII. Fenomeni, che si presentano nell'atmosfera. *Ved.* XXIV.
IX. Idrologia, e Geologia. *Vedasi il principio del num.* XXV.
X. Fisica dei vegetabili, e degli animali. *Vedasi il rimanente del num.* XXV.
XI. Fisica dei fossili. *Ved.* XXVI.
XII. Storia della Fisica. *Vedansi i numeri* IX., e XXVII.

Del Sig. S. C.

PIANO

PIANO DELLA CLASSE *MEDICA.*

Due cose propongonsi in questo Piano; di dare una idea generale della Medicina, e di ridurre tutta la materia che comprendeli in questa classe a certi capi determinati. La prima non sarà per avventura discara a chi brama di conoscere questa Scienza almeno di faccia. La seconda sarà utile, e forse ancor necessaria a dividere senza confusion le materie tra' nostri colleghi.

I. La Medicina è l' arte di conservare e di restituire la sanità, o in altre parole di prevenire e di curare le malattie, le quali sconcertano e tendono a distruggere il corpo umano. Quest' arte, quantunque siasi lungamente aggirata pe' paesi fantastici de' sistemi, or è da' buoni Medici ridotta a nulla più che a un complesso di osservazioni moltiplicate e minute, e alla sagacità di combinarle felicemente, e di applicarle ai casi che si presentano. Pertanto tutta la scienza Medica (parlo dell' utile, e della importante) può ridursi I. alla *Storia* naturale e filosofica *del corpo umano*, II. alla storia naturale e filosofica delle *Malattie*, III. alla storia naturale e filosofica de' *Rimedj*.

II. Per tessere la storia del corpo umano non basta averlo osservato al di fuori, ma conviene servirsi della dissecazione, ed esaminarne l' interna struttura. Da ciò è che la storia naturale dell' uomo, o sia l' esatta descrizione di tutte le parti che lo compongono e delle interne massimamente chiamasi *Anatomia*, che suona appunto dissecazione. L' Anatomico dunque descrive le ossa, i muscoli, i visceri, i nervi, le vene, le arterie, le glandule, e ogni più minuta parte del corpo: e ne spiega minutamente la situazione, la tessitura, la forma, l' articolazione, l' origine, le ramificazioni, le inserzioni dell' una nell' altra, e quanto può essere necessario a scoprirne gli usi. E perchè l' umanità ha sbandito il crudel costume di aprir gli uomini vivi, e ne' morti i visceri non sono presso che mai nello stato lor naturale; l' Anatomico non contentasi della dissecazione de' cadaveri umani, ma taglia eziandio i corpi vivi d' alcune bestie la cui organizzazione somiglia meglio alla nostra, e in cui certe parti si osservano più facilmente che nell' uomo medesimo. La descrizione del corpo degli animali, ch' è frutto di questa dissecazione, suol nominarsi con generale vocabolo *Zootomia*; e perchè essa dà occasione a varj confronti tra il corpo umano e quello de' bruti, addimandasi ancora *Anatomia comparata*. L' Anatomia comparata comprende altresì la dissecazion delle piante, che può anch' essa essere al Medico di gran vantaggio per meglio conoscere gli animali, co' quali le piante hanno più somiglianza che il volgo comunemente non pensa.

III. La

III. La perfetta cognizione delle parti del corpo umano apre la via a conoscerne le funzioni, dal cui libero e regolare esercizio dipende la vita e la sanità. Nondimeno come l'avere esaminata minutamente una macchina non varrà ad intenderne gli usi, se non ad un buon meccanico: così l'Anatomico senza l'ajuto delle scienze mattematiche e delle fisiche non potrà mai essere un buon *Fisiologo*. L'applicazione di queste scienze all'economia animale è appunto quella parte della Medicina che chiamasi *Fisiologia*. Ad essa dunque appartiene lo spiegare in che consista la vita e la sanità, e quali sieno gli effetti della conveniente struttura de' varj organi, e quali organi cooperino alle varie azioni *naturali*, *vitali*, e *animali*. Essa può seguir passo passo l'Anatomia; e alla descrizione di ciascuna parte del corpo soggiugnerne le azioni e gli usi: e può considerare direttamente le principali azioni del corpo vivente, la respirazione esempigrazia o la nutrizione; esaminando sotto un sol punto di vista la parte che in esse hanno i diversi organi che vi cooperano. Il più utile è tener tutte insieme queste due vie: al che pare che necessariamente porti l'indole d'un dizionario, come dovremo indicare or ora. Egli è inutile d'osservare, che la *Zoologia* è riguardo alla *Zootomia* ciò che la *Fisiologia* è riguardo all'*Anatomia*.

IV. La Fisiologia conduce naturalmente alla *Patologia*. Perchè chi conosce esattamente lo stato naturale di un corpo sano, dee facilmente conoscere le alterazioni che possono in esso seguire, e gli effetti di queste alterazioni; e però posto un tale sconcerto d'una parte del corpo può assegnare qual malattia debba nascerne; e posta una tal malattia può conghietturare da quale sconcerto essa nasca. Ma la macchina del corpo umano è complicata tanto, e la fisiologia stessa è tanto imperfetta, che chi volesse discorrere delle malattie co' soli lumi della Fisiologia assai spesso s'ingannerebbe.

V. La *Patologia* suol dividersi in *Nosologia*, *Etiologia*, *Patologica*, e *Sintomatologia*. Egli è però chiaro che queste parti non possono separatamente trattarsi, mentre il trattar d'una malattia, lasciandone da parte le cagioni e i sintomi, sarebbe il trattar la materia meno che per metà.

VI. Noi, avendo ancora riguardo alla forma dell'opera a cui dee servir questo piano, divideremo la patologia in *teorica* e in *pratica*. Alla teorica resterà il nome stesso di *Patologia*, e la pratica assumerà qual proprio quel di *Nosologia*. La teorica, che comprende massimamente l'Etiologia, seguirà l'ordine dell'Anatomia e della Fisiologia; e poichè queste han descritta ciascuna parte del corpo umano e le sue funzioni, essa ne accennerà le alterazioni e i morbosi effetti. Così sarà un'appendice della Storia filosofica del corpo umano, che forma la prima parte del sapere del Medico.

VII. Ora per facilitare l'esecuzione e la divisione di questa prima parte, piacemi d'osservare, che gli articoli che ad essa si riferiscono seguono la nomenclatura o delle parti o delle azioni del corpo umano. Nel corpo dell'opera non li raccoglie e non li divide che il solo alfabeto. Ma quando un solo autore non s'incarichi di tutta questa prima parte, non dee essere l'alfabeto che la divida tra molti. Non sarebbe forse inopportuno seguire la natural divisione dell'anatomia, sicchè uno trattasse delle ossa e delle cartilagini, un altro de' muscoli, un terzo de' vasi, e così de' nervi, delle glandule de' visceri ec. Potrebbe ancora seguirsi la divisione del corpo in *capo*, *torace*, *basso ventre*, *arti superiori e inferiori*: Sicchè chi imprende a trattare del *capo*, tutta ne abbracci l'Osteologia, la Miologia, l'Adenologia. Meglio di tutto sarebbe l'aver di mira e l'una divisione e l'altra: con questo che coll'ordine della prima si descriva minutamente negli articoli particolari ciascuna parte da se, e coll'ordine della seconda si diano i più generali, rimandando

dando opportunamente dagli uni agli altri. Ciò quanto alla nomenclatura delle varie parti del corpo. Quanto alla nomenclatura delle azioni, queste sogliono dividersi in *vitali*, *naturali*, *animali*. Le animali, la cui sede è nel cervello, possono da noi lasciarsi a' metafisici nostri colleghi. Le *vitali*, la cui sede è nel petto, riduconsi a due articoli principali *Respirazione* e *Circolazione*. Gli articoli *Nutrizione* e *Generazione* e i molti che nascon da questi, sono i più importanti delle *naturali*, la cui sede è nel basso ventre. L' individuar più minutamente le cose sarebbe certamente superfluo.

VIII. Passiamo alla storia naturale e filosofica delle malattie. In questa consiste la *Nosologia* che noi abbiamo poco fa separato dalla Patologia, puramente teorica ed Etiologica. Le malattie non sono che una disposizione viziosa di qualche parte del corpo, che ne impedisce e ne altera le funzioni. La Nosologia nel dividerle e nel trattarne non suole ora seguirne nè l' ordine Etiologico, nè l' Anatomico: non il primo; perchè dona troppo alla conghiettura e al sistema: non il secondo; perchè molte sono le malattie, di cui spesso ignorasi la principal sede, e i cui sintomi attaccano molte parti del corpo insieme. E' dunque omai ricevuto universalmente il metodo di dividere le malattie secondo l' ordine sintomatico, della qual divisione noi dovremo parlar or ora.

IX. Ma prima piacemi d' accennare che, oltre le differenze caratteristiche e distintive d' una particolare specie di malattia secondo le quali ciascuna si colloca nel suo genere e nella sua classe, altre ve ne sono comuni a più generi ed a più classi, e che dir si sogliono *accidentali*. Queste dal celebre *Astruc* riduconsi ad otto: il *movimento* o vogliam dire il periodo, la *durazione*, la *intensione* che noi diremmo veemenza, il *carattere* or benigno or maligno, l' *esito* or salutare or mortale or pericoloso, il soggetto o *sede*, la *cagione* che le produce, ed infine il *luogo*, dalla quale ultima circostanza si denominano altre *epidemiche*, altre *endemiche*, ed altre *sporadiche*. A queste otto differenze alcuni ne aggiungono due la *stagione* e l' *età*, e pare che debba aggiugnersi ancora il *sesso*. Ed è bene l' averle qui tutte accennate, perchè dal considerare le malattie sotto questo punto di vista risultano alcuni articoli appartenenti alla Nosologia, i quali non verrebbero avvertiti da chi si tenesse alla sola Nosologica nomenclatura.

X. Del resto ufizio del Nosologo è descrivere esattamente la malattia, assegnarne la principal sede, formarne il carattere, esporne i sintomi. Ma assai più che questa descrizion generale gioveran d' ordinario le storie particolari delle malattie individue di quella spezie di cui si tratta. Noi abbiam molti libri di medicina antichi e moderni, che altro non sono che una raccolta di simili osservazioni. Un buon trattato delle malattie dee raccogliere le più fedeli, le più esatte, le più istruttive. Egli è chiaro che un medico, il quale studj su queste storie, fa sua la pratica di più uomini e di più secoli. Quindi se l' esperienza è la guida la più sicura del Medico, una Nosologia disposta in questa maniera è una istruzione la più utile, che possa darsi agli amici della natura. Che se queste storie terminano colla dissecazion del cadavere, neppur questa non dovrà omettersi dal Nosologo, quasi appartenesse piuttosto alla Anatomia. Essa è una parte troppo essenziale della descrizion delle malattie, e in più circostanze la via unica e la sicura di discoprirne la vera cagione.

XI. Nel descrivere la malattia è necessario parlare de' segni sì *diagnostici*, sì *pronostici*, sì *anamnestici*: i quali sogliono ricavarsi o dall' esame delle funzioni, come il *polso*; o da ciò che osservasi negli escrementi, come il *sudore*; o da' fenomeni delle qualità che si cangiano, come il *colore*. Questa parte della Medicina, che chiamasi *Semejotica*, mal potrebbe

trebbe dividersi dalla Nosologia di cui forma una parte troppo essenziale. Ben vero è però che gli autori soglion distinguere una Semejotica della malattia ed una della sanità. Ma questa seconda rimarrà naturalmente incorporata nella Fisiologia, come la prima nella Nosologia.

XII. Giudico superfluo d'avvertire che nella Nosologia comprendesi ancora in gran parte la *Chirurgia*: giacchè la Nosologia non tratta solo delle malattie interne o mediche, ma ancora delle esterne o chirurgiche. E nel descriver queste seconde il Chirurgo dee tenere lo stesso metodo, che si è accennato intorno alle prime. I soccorsi chirurgici verran compresi nella terza parte, a cui passeremo dopo aver più particolarmente accennata la nomenclatura di questa.

XIII. Or questa in gran parte riducesi a' nomi delle malattie. Per facilitar dunque la distribuzion degli articoli divideremo le malattie nelle loro classi, e queste ne' loro generi, secondo l'ordine più comunemente seguito. Le malattie, come abbiam detto or ora, altre sono *interne* o mediche, altre *esterne* o chirurgiche. Le *interne* si dividono in otto classi.

I. Classe. Le *febbrili* semplici, che si dividono in *intermittenti*, *continue*, ed *esacerbanti*.

II. Classe. Le febbrili composte o *infiammatorie*, che si dividono in *parenchimatose*, *membranose*, ed *esantematiche*.

III. Classe. Le *convulsive*, che si dividono in *toniche*, *cloniche*, e *dispnoiche*.

IV. Classe. Le *paralitiche*, che si dividono in *sincopali*, *soporose*, e *degli organi esterni*.

V. Classe. Le *dolorifiche*, che si dividono in *vaghe* e *fisse*.

VI. Classe. Le *parafreniche*, che si dividono in *melancoliche*, in quelle che *istupidiscono*, e in quelle che *depravano*.

VII. Classe. Le *evacuatorie*, che si dividono secondo la qualità delle materie evacuate: che sono *materie rosse* o *sangue*, *materie bianche* o *sieri* ec.: *materie d'altro colore*.

VIII. Classe. Le *cachettiche*, che si dividono secondo la diversa deformità che cagionano di *diminuzione*, di *aumentazione*, di *eruzione*, di *mutazion di colore*.

L'*esterne* si sogliono dividere da molti in due sole classi.

I. Classe. Le *superficiali*, che possono essere *senza prominenza* e *con prominenza*, e queste o *dolente* o *indolente*.

II. Classe. Le *diabitiche*, che possono essere *con perdita di sostanza* o *senza perdita di sostanza*.

In pratica nondimeno riesce più comoda l'antica divisione di tutte le malattie Chirurgiche in cinque classi: *Tumori*, *piaghe*, *ulcere*, *lussazioni*, *e fratture*.

XIV. Posta questa divisione, è facile a chiunque il voglia, senza incaricarsi di tutta la Nosologia, scegliere una classe o un genere di malattie e ristringersi a quello solo. Benchè non è nemmen necessario, che un solo abbracci o tutte le spezie d'un genere o parte delle spezie di un solo genere: e infine basta far tenere o al Direttore o all'Editore una nota di quegli articoli che ciascuno elegge di fare. La divisione da noi recata varrà però sempre a facilitare la scelta, inoltre eziandio a ricordare che tutti i nomi delle classi, de' generi, delle spezie delle malattie danno altrettanti articoli Nosologici. A' quali se aggiungansi gli altri che nascon pure dalle differenze accidentali e da' segni, la nomenclatura di questa parte sarà compiuta.

XV. La terza parte comprende la storia naturale e filosofica de' *rimedj*. Io prendo qui il nome di *rimedio* nel suo senso il più esteso, sicchè non solo abbracci i *medicamenti*, e i *soccorsi chirurgici*, ma tutte affatto le cose il cui retto uso giova alla sanità, e che da' medici sogliono chiamarsi non naturali. Quindi questa terza parte abbraccia tutto il *metodo medicinale* che dividesi in *Igiene* ed in *Terapeutica*.

XVI. *Igiene* chiamasi quella parte del metodo medicinale che tratta della conservazione della sanità ed insegna la *dieta*, o il

e il buon governo che dee farsi del proprio corpo per mantenerlo sano, robusto, e bello. Ella ne è senza dubbio la più importante e la più sicura: perchè non solo è assai meglio, ma è ancora molto più facile il conservare la sanità che il ricuperarla. Or sei sono le cose, della cui salubrità e del cui uso tratta principalmente l' Igiene. 1. L' *aria* e tutto ciò che comprendesi nell' atmosfera. 2. La materia degli *alimenti* e della *bevanda*. 3. Il *moto* e il *riposo*. 4. Il *sonno* e la *vigilia*. 5. La materia degli *escrementi* e delle *soppressioni*. 6. Le *passioni* dell' animo. All' Igiene eziandio appartiene non solo la *Ginnastica* medica e la *Cosmetica*; che insegnano a mantenere ed accrescere l' una le forze, l' altra la bellezza del corpo: ma ancora l' arte della *Cucina* che per essere esercitata da gente prezzolata e vile, non è però meno utile e meno importante.

XVII. La *Terapeutica* tratta de' soccorsi che servono a restituire la sanità. E questi non meno che le malattie si dividono in *medicinali* e *chirurgici*. Non è però qui necessario ridurre i medicamenti a diverse classi secondo i diversi effetti loro attribuiti. La scienza della *Materia Medicinale* e della *Farmacia* non è che un' appendice della storia naturale e della Chimica Fisica. Pertanto alla descrizione e all' analisi d' ogni prodotto naturale e d' ogni chimica preparazione, di cui suol usare la Medicina, potranno aggiugnersi le medicinali virtù che a quelle attribuisconsi; le malattie contro le quali sogliono adoperarsi; il modo in cui si debbono prepararne e comporne i medicamenti. Quando questo facciasi con esattezza, non rimarranno a compir questa parte che pochi articoli, i quali dovranno seguir la nomenclatura di certi medicamenti composti, che non prendono il nome da veruno de' prodotti naturali che li compongono.

XVIII. Se questa parte però dovesse essere nell' Enciclopedia tanto breve quanto noi vorremmo che fosse nella pratica della Medicina, essa ridurrebbesi a due o tre articoli. Noi siamo tuttavia ben lontani dal consigliar ciò; e crediamo anzi che gli articoli de' medicamenti fatti a dovere possano essere d' un gran vantaggio, e supplire a' difetti grandissimi che sogliono trovarsi in simili opere. Per ottenere questo fine converrà 1°. astenersi dagli elogj smodati che il più degli autori dona prodigamente a ciascun rimedio, vantandolo quasi per una panacea universale: 2°. portare non sol quelle osservazioni che provano il buon effetto d' un medicamento, ma quelle ancora che ne provano il cattivo: 3°. guardarsi da quella fallace conseguenza di molti osservatori: *Post hoc; ergo propter hoc*. In una parola dee piuttosto seguirsi l' esempio di Tralles nel suo esame rigoroso de' medicamenti terrosi, che quello di Geoffroi.

XIX. Quanto a' *soccorsi chirurgici* i quali chiamansi eziandio *operazioni*, intendesi con questo nome tutto ciò che la man dell' uomo o ignuda o armata d' opportuni strumenti opera salutarmente intorno all' infermo. Tutte le operazioni chirurgiche si riducono a quattro classi: alla *sintesi* o riunione delle parti divise: alla *dieresi* o divisione delle unite: alla *eseresi* o estirpazione delle superflue e nocevoli, a cui riducesi eziandio l' estrazione de' corpi stranieri: e finalmente alla *protesi* o aggiugnimento e restituzione delle mancanti. Convien riflettere che spesso avviene che la cura d' un solo male esiga tutte e quattro queste operazioni congiunte. Nondimeno la divisione giova a separar meglio gli articoli. Alla sintesi per esempio appartengono le *fasciature*, le *cuciture*, le *otturazioni* ec.: alla dieresi le *amputazioni*, i *salassi*, i *cauterj* ec.: alla protesi le *membra posticcie*: alla eseresi il *taglio della pietra*, i *parti sforzati* ec. E ho voluto riflettere questi principalmente perchè dalla eseresi nasce un' arte chirurgica che suol considerarsi divisa dal rimanente della Chirurgia, qual' è l' *Ostetricia*. Arte necessarissima, che a' nostri tempi ha avuto valentissimi professori; ma in cui dovrebbesi

cercar d'istruire, più assai che non si suol fare comunemente, le *Levatrici*, che ordinariamente sogliono esercitarla. Tuttociò che riguarda i parti sarà trattato da un solo: e però non v'è bisogno di sminuzzaar più la materia.

XX. Noi possiamo altresì risparmiare di ritornare alla nomenclatura di questa parte. Ciò che abbiam detto sin qui mostra abbastanaa a quali vocaboli se ne debbano riferire gli articoli. Resta al più di accennare riguardo alla Terapeutica medica certi articoli generali per esempio *Purgante*, *Diuretico*, *Diaforetico*, *Cordiale*, *Alessifarmaco*, *Alterante* ec. che sono i titoli delle classi in cui sogliono schierarsi i medicamenti: e riguardo alla Chirurgia gli articoli degli *strumenti*, che sogliono adoperarsi nelle operazioni Chirurgiche.

XXI. Quanto abbiam detto sin qui della Medicina riguardo all' uomo, tutto dee applicarsi alla medicina di quegli animali, la cui vita e la cui sanità, essendo all'uomo di gran sollievo e di grande ajuto, merita d'essere conservata e ristabilita con ogni studio. La teorica di questa Medicina, che suol chiamarsi *Veterinaria*, non è diversa dalla storia naturale e filosofica del corpo umano, se non nel soggetto: e noi abbiam già accennato la *Zootomia* e la *Zoologia*. La storia delle malattie e de' rimedj proprj de' bruti dovrà anch' essa trattarsi col metodo stesso. Nè altro ci rimane da dire intorno alle tre parti in cui abbiamo divisa la Medicina.

XXII. Ma sarebbe vergogna del Medico ch' egli non conoscesse l'origine, le vicende, i progressi della scienza ch'egli professa. Nè certo queste notizie debbon mancare in una Enciclopedia. Or queste somministrano quattro sorte d'articoli. 1°. Articoli di Mitologia medica, che si collocheranno sotto i nomi delle mediche divinità. 2°. Articoli de' Medici e Chirurghi Illustri: altri de' quali, come il divino *Ippocrate* e alcuni pochi a lui simili, avranno un articolo proprio col titolo *Medicina d'Ippocrate* ec., altri poi si uniran tutti all' articolo generale *Medico*, *Chirurgo* ec. 3°. Articoli delle varie sette di Medici che si daranno sotto il nome di ciascuna setta, per esempio *Dommatici*, *Empirici*, *Metodici*, *Meccanici* ec. 4°. Ciò che non avrà luogo proprio in queste tre sorte d'articoli dovrà dirsi agli articoli generali *Anatomia*, *Medicina*, *Chirurgia* ec., a' quali appartiene un ristretto della storia generale dell' arte.

XXIII. In fine il Medico può essere consultato dal foro ecclesiastico e secolare e sulle guarigioni credute miracolose, e su i segni del veleno, e sul tempo del parto, e sulla salubrità de' cibi quaresimali, e su mill' altre simili cose. Quindi nasce la *Medicina Forense*: a cui pure si consacreran quegli articoli, che si riputeranno i più necessarj.

XXIV. Noi speriamo che, se questo piano sarà eseguito a dovere, la *Classe Medica* della Enciclopedia Italiana non si meriterà dal pubblico quelle riprensioni che hanno a ragione incontrato altri simili dizionarj. Sarebbe superfluo il pregare i nostri colleghi ad applicarvisi con tutto l'ardore e con tutta la diligenaa, e l'avvertirli ad esser frequenti ed esatti nelle citazioni tanto necessarie in un dizionario, e dove trattasi di fatti singolarmente. Noi conchiuderemo dunque pregando tutti gli altri professori di Medicina singolarmente Italiani, i quali avessero qualche articolo o qualche memoria meritevole di essere inserita in quest' opera, soprattutto riguardo alle malattie endemiche del lor paese, a volercela comunicare. Intorno a che sappiamo che gli editori hanno usato la maggior diligenza: ma nondimeno abbiamo creduto che fosse nostro dovere l'aggiugnere in questo luogo le nostre esortazioni e le nostre preghiere.

Tratto in gran parte da due Memorie del Sig. G. L. T. e del Sig. C. M.

PIANO

PIANO
DELLA CLASSE
METAFISICA.

I Varj generi di dottrina hanno le loro vicende del pari o poco meno che le varie foggie dell' abbigliarsi: e spesso avviene che quelli, i quali in una età furono più in onore, giacciano trascurati in un' altra. Non sarebbe però maraviglia, che in un secolo tutto poetico la Metafisica fosse in dispetto. Ma che ciò avvenga nel nostro, che si dà il vanto d'essere il filosofico per eccellenza; questa è una stravaganza dell' umano intelletto, che nella storia delle lettere non ha forse esempio. Eppure non son così pochi coloro, i quali udendo raccomandar da' più savj le scienze utili, ricevono queste voci come un grido di guerra contro la Metafisica. Essi vorrebbero che tutto fosse agricoltura, tutto commercio: e se soffrono che vi sieno al mondo degli storici naturali, de' fisici, e de' geometri; è sol perchè sperano che costoro o scoprano una pianta incognita, la cui corteccia ci somministri tele più fini, o inventino direi quasi de' conduttori novelli che difendano non dal fulmine ma dalla grandine le campagne, o certamente rendendo la navigazione più sicura più facile e più spedita rechino al commercio un sensibil vantaggio. Laddove qual pro vuol attendersi da un metafisico perduto dietro a certe smilze fantasime senza corpo, sempre figliuole delle tenebre, spesso madri delle inquietudini, certo tali che nè dan pane all' autore, nè accrescono nello stato il danajo? Così essi ragionano: e non sarà troppo facile il persuader loro, che la Metafisica è una scienza utile, se l'idea dell' utilità dee ristringersi al granajo ed al fondaco. Benchè per altro la Metafisica è una scienza che diffondesi in tutte l'altre, e tutte le anima e le ravviva: e quelle stesse che costoro riconoscono per le più utili, senza di lei non avrebbero nè giuste nozioni nè sicuri principj. Ma oltre ciò il conoscer se stesso e il suo principio e il suo fine e le sue forze ed i suoi doveri, tanto non è inutile, che a chi ben pensa sopra ogni altra cosa dee parer necessario. Che se molti hanno abusato della Metafisica in inutili sottigliezze, molti in dannose empietà; dee togliersi l'abuso, ma non la scienza. Altrimenti, perchè costoro abusarono altresì dell' ingegno, converrà in avvenire schiacciare il capo a'bambini per rendergli stupidi come gl' Yomaguas. Del resto se il nome di Metafisico, come già quel di Sofista, è divenuto sì odioso; io lo scancellerò volentieri dal titolo di questa Classe, e in vece la intitolerò *filosofica*.

I. Comunque però si chiami, essa comprenderà l' *Ontologia* e la *Pneumatologia*, vale a dire la scienza dell' essere in generale, e la scienza degli spiriti; l' una delle quali suol ancora chiamarsi *Filosofia prima* e *Metafisica generale*, l' altra *Metafisica particolare*.

II. L' *On-*

II. L' *Ontologia* non è già solo ristretta, come forse pensano alcuni, a certe troppo sottili e tenebrose quistioni. Anzi quando i filosofi dicono che tutte le scienze e tutte le arti hanno una Metafisica, essi debbono intendersi della Ontologia. Perchè il dominio che questa esercita sulle nozioni generali e su' termini, che le rappresentano, dee necessariamente stendersi a tutte le scienze e le arti, che abbisognano di nozioni e di termini generali. Pertanto non è credibile quanto una cattiva Ontologia possa ritardare il progresso dell' altre scienze, e quanto possa accelerarlo una buona.

III. Non è necessario ch' io dica che l' Ontologia delle scuole non è quella buona che si desidera. Ad essa Bacone attribuisce in gran parte i difetti della filosofia che regnava a' suoi tempi. *In notionibus nil sani est.* (Nov. org. lib. 1. 15.). *Si enim in primis notionibus errores radicati non fuissent, fieri non potuisset quin nonnulla recte inventa perperam inventa correxissent.* (ibid. 122.). Pareva dunque che per riformare tutte le scienze dovesse incominciarsi appunto da questa, al che Bacone certamente contribuì molto. Egli però non ha trattato l' Ontologia come una scienza a parte. Ciò fu eseguito dal Wolfio: ma questo filosofo troppo amico di certi sistemi, e portato da uno strano suo genio ad oscurare le cose chiare col voler dimostrarle, non era l' ingegno il più proprio per questa impresa: sicchè io penso che il nostro secolo non abbia un' Ontologia molto miglior de' passati. E quindi non è maraviglia se qualche Scrittor modernissimo, proponendo un non so qual suo sistema sulla natura degli esseri, ha realizzato le astrazioni come usavasi due secoli fa, e forse ancor più. Che se nondimeno la Mattematica e la Fisica hanno fatto de' passi sì celeri e sì importanti; egli è che le nozioni mattematiche son tanto semplici che non possono esser confuse: e che le idee degli oggetti immediati de' sensi, de' quali tratta la Fisica, oltre che si rettificano coll' induzione, sono di lor natura assai giuste. *Reliquae omnes*, dice Bacone, *quibus homines hactenus usi sunt, aberrationes sunt, nec debitis modis a rebus abstractae & excitatae* (ibid. n. 16.) Io non dubito d' asserire che la imperfezione e la oscurità della Teologia, e mille dispute eterne nascono da questa origine. Ma di ciò parleremo in appresso.

IV. Quanto all' Ontologia essa tratta della possibilità, della necessità, della contingenza, dell' esistenza, della durazione, della successione, della essenza, della identità, della uguaglianza, della ragion sufficiente, della relazione di causa e d' effetto, e di mill' altre simili relazioni e proprietà che possono indagarsi in qualunque essere sia corpo o spirito, sia reale o ideale. Noi cercheremo di presentar con chiarezza queste nozioni, e ancora le men generali, che han tuttavia bisogno d' essere esattamente determinate: mostreremo l' ambiguità, e però l' abuso che in molte scienze si fa de' vocaboli, con cui queste nozioni si esprimono: vaglieremo gli assiomi per lo più inutili e spesso falsi che se ne ritraggono: indicheremo le quistioni che quindi hanno avuto origine, e che spesso al solo spiegarne i termini son belle e sciolte: e andremo così togliendo un vocabolario ontologico che a nostro credere manca alle scienze, e che certamente è lor necessario. Io intraprendo questa fatica tanto più volentieri, quanto più son persuaso che se ne' lunghi miei studj mi è qualche volta riuscito di sciogliere qualche nodo in maniera da soddisfare almeno a me stesso e al mio amore per la chiarezza, tutto il mio merito è stato il toglier l' equivoco delle parole e il determinar le nozioni più esattamente.

V. Passiamo alla *Pneumatologia*. Questa si divide opportunamente in tre rami che corrispondono a tre classi di spiriti, alla cui cognizione ci solleva il riflettere su noi stessi e sulla natura, e ci ajuta eziandio la rivelazione divina. Nella prima classe non ha luogo che il solo Dio. Nella seconda possono collocarsi

tutti

tutti gli spiriti buoni o cattivi, i quali credesi che non informino verun corpo. Alla terza rimangon le anime. Da queste tre classi prendono il nome la *Teologia*, la *Demonologia*, la *Psicologia*.

VI. La Teologia suol distinguersi in *naturale* ed in *rivelata*, e queste due Teologie contansi a ragione per due scienze diverse. Perchè quantunque esse abbian comune il sublime oggetto delle loro meditazioni, che gli scolastici direbbero materiale, fondansi nondimeno in diversi principj. La naturale non ha altra guida che la sola ragione. La rivelata appoggiasi principalmente al testimonio della rivelazione divina. Tuttavia come a ragione condannerebbesi chi dopo la felice applicazione dell'Algebra alla Geometria e di questa alla Fisica, per uno sciocco scrupolo di non confonder i limiti delle scienze volesse sbandire dall'ultima i calcoli e le figure geometriche; così io son d'opinione che non debba meritar lode chi per un simil motivo dopo la luce della rivelazione si formasse una teologia naturale simile a quella che avrebbe potuto farsi venti secoli addietro un filosofo greco. Nè per questo io credo che alcuno m'accuserà di pensare come un uomo dabbene ch'io ho conosciuto, il quale seriamente diceva che il miglior mezzo di convincere un Ateista dell'esistenza di Dio era l'autorità del Papa: perchè essendo il Papa il Vicario di Cristo, ancor l'Ateista, diceva egli, sarebbesi certamente rimesso ad un arbitro sì rispettabile. Io intendo solo di dire, che ancor trattando di quelle verità, che può in qualche modo scoprire la ragion sola, dobbiamo profittare de' lumi maggiori che la rivelazione ci somministra: e più ancora intendo d'escludere quella distinzione d'alcuni, che si persuadono di potere oggi tenere una sentenza come filosofi, e domani un'altra come teologi. Del resto l'autorità del divin testimonio non può usarsi per prova, se non presso coloro che ammettono non solo l'esistenza d'un Dio, ma quella altresì d'una rivelazione divina. Così quantunque le controversie co' Deisti sieno una parte e forse la più utile della teologia rivelata, chiaro è che in queste gli argomenti non debbon desumersi dalle Scritture e da' Padri, ma dalla sana critica e dalla buona filosofia. In somma io tratterò queste due scienze come indivise: ma spero che niuno dovrà accusarmi di confondere le provincie dell'autorità e della ragione.

VII. La Teologia è stata quasi l'unica scienza di cui si è occupato l'ozio letterario ne' secoli che noi sogliamo chiamare col nome di barbari. Ed essa ha certo avuti per coltivatori degli uomini sommi. *Tommaso d'Aquino* non è inferiore nè a Cartesio nè a Newton. Nel nostro secolo egli avrebbe portato questa Scienza a un tal grado, da non lasciar luogo in questo genere ad altro studio, che a quello di leggere le sue opere. Ancora in quell'età i pregiudizj filosofici, in cui egli trovavasi avvolto per colpa del tempo, non impedirono ch'egli fosse il Principe de' Teologi. Egli sorpassò quanti lo avevano preceduto, e niuno di quelli che lo seguirono lo uguagliò; niuno gli si accostò in modo, che possa paragonarsi con lui. Mentre dunque tutte le altre scienze hanno fatto de' progressi sì grandi, la Teologia è presso a poco in quello stato medesimo in cui era al tempo di S. Tommaso.

VIII. E però io non credo di meritare la taccia di troppo ardito, se dico, che la Teologia delle scuole nudrita in seno all'antica filosofia ha un bisogno grandissimo di riforma. Non è forse ancora venuto un uomo che siasi proposto di spogliarla interamente di que' vecchi cenci peripatetici che pur le cadono di dosso a pezzi, e che danno ansa agli increduli di deriderla. Il peggio è che costoro confondon la Teologia della Chiesa colla Teologia della scuola, e trovando spesse volte che i Teologi insegnano dottrine assurde, conchiudono che assurda è la dottrina medesima della Chiesa, assurdi

surdi i dogmi che da essa si propongon da credere, come rivelati da Dio. Ma io spero che come le particolari eresie hanno contribuito a porre in più chiara luce i dogmi impugnati, così la guerra universale degl' increduli de' nostri tempi ecciterà qualche Teologo filosofo a riformare la Teologia. Io soglio chiamar quello secolo, non già il secolo della filosofia, come molti: questo onore riserbasi al secolo decimonono: ma bensì il secolo della fermentazione. E a certe anime buone ma timide, che veggendo i progressi della incredulità disperano quasi della perpetuità della fede. Il moderno spirito filosofico, io dico, ha cagionato questa fermentazione. Non vi maravigliate se tutto è torbido. Ma questo medesimo spirito opererà la precipitazione eziandio. Le materie straniere, che erano dissolute e mescolate nel buon liquore, precipiteranno al fondo del vaso, ed il liquore resterà limpido e puro.

IX. Che se alcuno pensasse d' intraprendere questa riforma, egli dovrebbe a mio credere seguire un metodo non molto dissomigliante da quello che per la filosofia naturale propone Bacone. Ciò ch' egli dice della storia naturale io lo applicherei alla storia de' dogmi, e alterando un poco le sue parole direi. Primo *paranda est historia* dogmatum *sufficiens & bona*, *quod fundamentum rei est*: *neque enim FINGENDUM AUT EXCOGITANDUM, sed inveniendum quid* Ecclesia credendum proponat (Nov. Org. lib. II. 9.) Io consiglierei dunque a formar delle tavole di definizioni Ecclesiastiche simili a quelle delle osservazioni naturali del gran Cancelliere. Così una tavola per esempio abbraccerebbe le definizioni de' Concilj intorno al peccato originale. Ma come la dottrina intorno allo stato d' Adamo ha una stretta relazione a quello soggetto, le proposizioni condannate dalla Chiesa intorno allo stato d' Adamo somministrerebbero una seconda tavola da confrontar colla prima. L' una dee necessariamente dar luce all' altra. In seguito dovrebbero esaminarsi i vocaboli usati in queste definizioni, e in quelle massimamente che paresse più difficile il conciliare: e dovrebbe avvertirsi che il significato ecclesiastico di certi termini è non rade volte diverso dal significato volgare: e che una stessa voce serve spesso a significare due cose dissimiglianti. Se dopo quello confronto ci si esibissero più spiegazioni che si accordassero senza violenza con tutte quelle definizioni, allora l' *Instantia Crucis* dovrebb' essere la buona filosofia: certo essendo che quella spiegazione tra queste è la vera, posta la quale la ragione resta meglio appagata, e le obbiezioni degl' Increduli non han più luogo. Se intorno al peccato originale questo metodo m' abbia guidato a collocare la verità nel suo lume, i lettori potran giudicarlo, perchè questo è uno degli articoli inseriti in questo Prodromo.

X. Con un metodo non molto diverso io ho avuto altre volte in animo di scrivere un *Saggio d' Elementi di Teologia*. Il darne ora un' idea varrà a mostrare qual ordine io seguirò in tutta la parte teologica della Enciclopedia. Io divido gli elementi di Teologia in quattro parti. Le tre prime sono quasi i prolegomeni di quella Teologia a cui la storia dommatica dee servire di fondamento. Ecco in breve il contenuto di ciascheduna.

XI. La prima dee comprendere un trattato dell' esistenza, dell' unità, della bontà, e della giustizia di Dio. In questa han luogo i celebri nodi dell' origine del male, della libertà, dell' ottimo, della sanzione della legge naturale ec. L' articolo *Libertà* ch' io pubblico in questo Prodromo farà vedere ch' io non mi credo sempre obbligato di pensar come gli altri.

XII. La seconda parte è diretta a provare la possibilità e la necessità d' una rivelazione, e l' esistenza della cristiana, e ad esaminare l' obbligazione che gli uomini hanno di crederla. Intorno alle prove della rivelazione io non dico nulla che non abbiano già detto altri: anzi ho

procu-

procurato di usare più sobrietà di molti che m'han prevenuto. Quelli che moltiplicano gli argomenti in prova d'una verità non sanno a mio credere che moltiplicar le obbiezioni contro di essa. Mi lusingo bensì di esporre con qualche maggior chiarezza che non sogliasi comunemente ciò che riguarda l'obbligazione di credere, considerando i varj gradi d'ignoranza, di dubbio, di probabilità, di certezza che la rivelazione può avere riguardo a diverse persone, e quali obbligazioni corrispondono a ciascun grado in ciascuna persona..

XIII. La terza parte dee provare, che tra le varie comunioni del nome cristiano la sola cattolica conserva intatto il deposito della cristiana rivelazione. Questo deposito debb'esser sacro a Dio stesso, ed egli dee provvedere che si conservi nella sua purità. Dunque è necessario un giudice vivo, perpetuo, infallibile. Io provo l'infallibilità della Chiesa ristringendomi a quella che ogni cattolico dee ammettere: e conchiudo che la sola proposizione di questa Chiesa è l'immediata regola della pubblica fede. Infine adatto alla religione cattolica ciò che più generalmente ho detto riguardo alla cristiana dell'obbligazione di credere.

XIV. Com'io non pretendo di dare che i soli elementi della Teologia, così io sono assai breve; e queste tre parti dovrebber comprendersi in un discreto volume in ottavo. La sola quarta occuperebbe forse altrettanto spazio. In questa propongomi di mostrare quali articoli la Chiesa abbia proposti da credere. Intorno al qual punto principalmente io ho fatto delle ricerche storiche, che forse mancavano alla Teologia. Il che non è maraviglia: essendosi molti teologi curati assai più di far passare per dogmi le loro opinioni, che di esporre e di difendere la dottrina de' Concilj e de' Padri. Io per contrario, dove non ho trovato la proposizion della Chiesa abbastanza chiara, ho voluto piuttosto passar l'articolo sotto silenzio, che arrischiar nulla in materie sì dilicate. Questo studio però mi ha somministrato le selve di qualche dissertazione che potrebbe darsi separatamente alla luce. Del resto negli elementi di Teologia io procuro d'espor ciascun dogma colla maggior chiarezza, distinguendo ciò che la Chiesa intorno ad esso propone da credere da ciò che v'hanno aggiunto molti Teologi ed alcuni Padri eziandio: e di mostrare che ciò che la Chiesa propone da credere in nulla si oppone alla buona filosofia, benchè spesso possa parere che vi si opponga ciò che certi teologi v'hanno aggiunto. Io aveva altresì intenzione d'aggiugnervi il Catalogo di alcune proposizioni che gli eretici e gl'increduli spesso ci obbiettano come assurde: e che dee concedersi che son tali: ma che o la Chiesa cattolica non ha mai insegnate, o di più ha ancor condannate. Quelli che han voluto difenderle, e difenderle come dottrina cattolica, han contribuito a diffondere l'incredulità forse piu che i falsi filosofi.

XV. Così io credo che dovrebbe ordinarsi un libro di elementi di Teologia ad uso non solo degli ecclesiastici ma di tutte le colte persone del nome cattolico: e in simil maniera penso che la Teologia debba esser trattata in un dizionario simile al nostro. Ma questo non è che un saggio di quella riforma ch'io giudicherei necessaria, e a cui richiederebbesi un'opera molto maggiore. Intanto chi si aspettasse da me de' sottili articoli sulle quistioni scolastiche s'ingannerebbe d'assai. Non perchè io non abbia fatto ancor su queste de' lunghi studj. Ma se gli scolastici hanno nojato me, son io forse perciò in diritto di nojar gli altri? Io dunque non ne darò d'ordinario che una brevissima storia, quando mi paja che per la loro celebrità meritino di essere ricordate. Sono per altro entrato nelle materie scabrosissime della grazia. La mia teoria della libertà mi vi ha naturalmente condotto.. Io però espongo il mio sistema senza entrare a contrastar con veruno. E spero che niuno vorrà accattar brighe con me. Ma quando pure io do-

io dovessi intraprendere una guerra teologica, al che non m'indurrò mai se non costretto dalla necessità, il campo di battaglia non sarà certamente l'Enciclopedia. Io non ho nemmeno in animo di far gran battaglie cogli eretici e massime cogli antichi i quali già più non esistono, se non forse in un angolo dell' Asia o dell' Africa, dove l' Enciclopedia Italiana non sarà letta così facilmente. Io mi riposo sulla diligenza de' nostri valorosi storici ecclesiastici, i quali nel dar la storia delle Eresie e de' Concilj diranno storicamente tutto ciò, che può esser utile a sapersi su queste materie.

XVI. Il detto fin qui dee bastare quanto alla Teologia. Se non che ad alcuni è paruto male, ch' io collocassi questa scienza nella classe Metafisica. A' quali rispondo 1.° Ch' essa è veramente una parte della Pneumatologia. 2.° Che molti articoli debbono necessariamente essere un misto di Teologia naturale, di Psicologia, di Morale, e di Teologia rivelata. 3.° Infine che avendo io la direzione della classe Metafisica insieme e la cura degli articoli teologici, m' è tornato più comodo d' unirli a questa classe che di dividerli.

XVII. La *Demonologia* è una scienza assai limitata. Noi non sappiamo degli Angioli e de' Diavoli se non ciò che la rivelazione ce ne ha insegnato: e la rivelazione ce ne ha insegnato pochissimo. Noi ristringeremo dunque le notizie che li riguardano a pochissimi articoli: *Angelo*, *Demonio*, *Magia* ec.

XVIII. Vastissima all' opposto è la *Psicologia*. Essa abbraccia la scienza dell' anima umana e quella dell'anima delle bestie. Inutile sarebbe d' investigare qual sia la natura e l' essenza dell' anima. Noi non siam fatti per conoscere l' essenza delle cose, e dobbiam contentarci di conoscerne gli attributi. Or tre sono gli attributi principali dell' anima nostra, che noi giudichiamo essenziali a qualunque spirito. Io voglio dire che noi diamo il nome di spirito a qualunque sostanza ne sia dotata, e che lo neghiamo a qualunque sostanza ne manchi. Quest' altre sostanze sono invece estese, impenetrabili, figurate. Noi le chiamiamo corpi. Ma lo spirito ha la forza d' intendere, la forza di volere, la forza di muovere i corpi: e noi non conosciamo sostanza veruna che abbia intrinsecamente l' una di queste forze senza aver l' altre due.

XIX. La forza di muovere i corpi, checchè sia degli altri spiriti, nell' anima nostra è assai limitata. Essa immediatamente non si esercita che su d' un solo corpo organizzato che è unito a quest' anima con un invisibil legame sentito ancor dal volgare, ammirato sol dal filosofo, e non inteso nè dall' un nè dall' altro. Comunque sia, l' anima e il corpo insieme formano un sol *supposto*, o, come si ama oggi di dire, un sol *me*: e l' uomo non è nè la sua anima nè il suo corpo, ma un maraviglioso composto di queste due sostanze, i cui attributi non solo son diversissimi, ma pajono affatto insociabili. L' anima dà a questo corpo la vita e il moto. Gli organi di esso, sciolto che sia il legame, restano tutti in un inerte riposo. Ma finchè questo sussiste, esercitano le loro funzioni: ad altre delle quali basta dirò così la presenza dell' anima, ad altre richiedesi il suo comando. Il corpo a vicenda per una inesplicabil maniera opera anch' egli sull' anima; e benchè incapace di sentire e d' intendere, somministra all' anima tutte le sensazioni, prima ed unica fonte di tutte le cognizioni di essa. Dunque per mezzo degli organi del corpo si sviluppa a così dire nell' anima la forza d' intendere. Ella sente, ella riflette sulle sue sensazioni, ella le analizza. Ecco donde traggon l' origine tutte le idee. Ma l' anima non riceve tutte queste sensazioni, non contempla queste idee con indifferenza. Altre la dilettano, altre la molestano. E quindi se per mezzo degli organi del corpo svilluppasi nell' anima la forza d' intendere, per mezzo dell' idee svilluppasi quella altresì del volere. A questa è in gran parte subordinata la forza motrice.

XX. Ecco i principali fatti che servono alla

alla Psicologia di principj: giacchè infine ogni scienza è fondata su' fatti. Ma la Psicologia gli svolge, gli anatomizza, gli considera minutamente a uno a uno. Questi fatti certi fan nascere molte quistioni su cose la maggior parte incertissime: Se l'anima abbia un commercio immediato con tutto il corpo, o con una sola parte di esso, per mezzo di cui comunichi con tutto il resto: in qual maniera e con qual certezza dalle sue sensazioni ella deduca l'esistenza d'altre sostanze da lei diverse: come ella ricordisi di ciò che una volta ha sentito e pensato: come dall'intendere passi al volere; e se voglia sempre necessariamente ciò ch'ella vuole, o possa ancor non volerlo. E a quant'altre quistioni non possono dar occasione i fatti accennati? Ma il vero filosofo si limita alle più utili, e a quelle di cui spera di poter rinvenire qualche probabile soluzione: e in quelle stesse, che pur tratta in qualche maniera, spesso confessa la sua ignoranza.

XXI. Egli però non dubita di asserire che l'anima è immateriale e immortale. L'immaterialità dell'anima si deduce dalla considerazione dell'intelletto, e da quella immaterialità a molti piace di dedurne l'immortalità. E io non nego che questa seconda conseguenza sia molto probabile. Ma io deduco l'immortalità dell'anima direttamente dalla considerazione della volontà: e convinco lo stesso materialista, che l'anima dee infallibilmente sopravvivere al corpo, e probabilmente per sempre: io dico *probabilmente*, attesa la sola ragion naturale; perchè poi la rivelazione cangia questa probabilità in *infallibil certezza*. Questo non è il luogo di svolgere queste verità: ed io forse mi son trattenuto ancor troppo lungamente sull'anima umana.

XXII. Ma l'anima delle bestie non solletica meno la nostra curiosità. Le bestie hanno esse un'anima come la nostra? e se l'hanno perchè dunque non son capaci se non solo d'idee dirette e non di nozioni? perchè non han libertà? ed è poi così certo che non abbiano nessuna nozione, nessuna libertà; che non sieno capaci di nessun bene, di nessun male morale? Perchè dunque altre soffrono ed altre godono? E quando l'animal muore, dell'anima che avvien mai? Noi tenteremo di dire qualche parola su queste quistioni, che rimarranno però in gran parte da sciogliere a' nostri nipoti.

XXIII. Intanto benchè la sola Psicologia consideri l'intelletto, la volontà, la forza motrice dell'anima; nondimeno le due prime di quelle tre facoltà fanno nascere altre due scienze figliuole della Psicologia, ma diverse da essa. Conviene indirizzar l'intelletto alla verità: e quindi la *Logica*. Convien piegar la volontà alla virtù: e quindi l'*Etica* o la *Morale*.

XXIV. La *Logica* suole oggi distribuirsi in tre rami: *Arte di pensare*, *Arte di ritenere*, *Arte di comunicare*. Io avverto che la Logica de' nostri avoli non era propriamente nessuna di queste tre arti. Essi la definivano l'*Arte di disputare*: e forse intendevano l'arte di difendere e d'impugnare con sottigliezza e con forza qualunque proposizione, o vera o falsa che fosse. Qual maraviglia dunque se quest'arte non giovò molto a trovare la verità? Un rispettabile vecchio pien di fuoco e d'ingegno, gran dialettico e acerrimo disputatore, dissemi ingenuamente, ch'egli disputando non avevala cercata mai. Nondimeno quest'arte contenziosa somministra al filosofo de' buoni lumi, e ben usata conduce alla precision dello stile. Il certo è che han tutto il torto coloro, i quali mantengono il costume peripatetico delle pubbliche dispute, e non insegnano l'arte peripatetica del disputare. O lascino in buon'ora le dispute, inutili a promuover le scienze, e dannose per lo più al buon metodo di studiarle; o se pur vogliono mantenerne l'usanza, credendole forse lo stimolo il più potente per indurre i giovinetti allo studio, non li costringano a volar senz'ali. Quanto a noi ci contenteremo di accennar di quest'

arte i soli punti di maggiore importanza, e singolarmente in che consista la verità o la falsità delle proposizioni composte, e quali sieno le loro contraddittorie, e le lor contrarie ec. punto che importa bene assai più, che i modi e le figure del sillogismo. In questo a mio giudizio ancora le antiche dialettiche son troppo corte. Noi ne diremo sobriamente il bisogno agli articoli *Condizionale*, *Disgiuntiva*, *Causale* ec.

XXV. Le operazioni dell'intelletto sogliono distinguersi in quattro classi: *idee*, *giudizj*, *discorso*, *metodo*. L'arte di pensare dirige l'intelletto nell'acquisto e nell'analisi delle idee. Ella insegna a comporle, a separarle, a dividerle, a salir da una in un'altra astrazione fino alle nozioni più generali. E poichè le idee sogliono da' Logici chiamarsi *apprensioni*, sotto questo aspetto ella può chiamarsi *Arte di apprendere*.

XXVI. L'intelletto paragona insieme le idee, e giudica de' rapporti di convenienza o di sconvenienza che passan tra loro. Quì è dove l'arte divide le idee da paragonarsi in diverse classi secondo i loro diversi oggetti. Se queste idee non rappresentano verun oggetto particolare che esista fuor della mente, la sola e nuda ragione è giudice delle lor relazioni. Se hanno un oggetto particolare che esista in noi stessi, il giudice ne è il senso intimo. Se l'oggetto esiste fuori di noi; o esso è a portata de' nostri sensi esteriori, o no. Se sì; questi sensi medesimi ne sono i giudici: se no; convien riportarsene all'altrui testimonio. L'arte di pensare ci somministra i criterj o le regole per giudicar sanamente di tutti questi oggetti diversi; e secondo questo riguardo può chiamarsi *Arte critica*.

XXVII. Quando l'intelletto ha conosciuta una verità egli se ne serve di scala per salire a molt'altre. E ancor questa operazione si dirige dall'arte. Il sillogismo e l'induzione sono i due mezzi che questa ci somministra: e rapporto a questo ufizio essa può chiamarsi *Arte di ragionare*.

XXVIII. Noi ordiniamo i nostri discorsi con certo metodo. Nel ricercare la verità, sogliamo fissar prima l'occhio nell'oggetto medesimo della ricerca, svolgerne a poco a poco l'idea, svilupparla, simplificarla, e salir passo passo a' primi principj. Quest'è l'*Analisi*. All'incontro nell'esporre la verità, incominciam d'ordinario da' primi principj, e componendo a poco a poco le idee, discendiamo fino all'oggetto di cui si tratta. Quest'è la *Sintesi*. L'arte che dirige l'intelletto nell'una e nell'altra può chiamarsi l'*Arte di dimostrare*.

XXIX. Ma non sempre noi possiamo scoprire ad evidenza la connessione o l'opposizion tra due idee. In questi casi l'Arte di dimostrare non ha più luogo e noi siam costretti di ricorrere all'*Arte di conghietturare*, la quale c'insegna a servirci bene singolarmente dell'induzione. I Mattematici si sono impadroniti di questo ramo dell'Arte di pensare, ch'è forse il più importante di tutti, e noi dobbiam consolarci, ch'esso è in buone mani. Niuno può meglio dirigere l'intelletto a trovare conghietturando la verità, di chi conversa sempre alla scoperta con lei, e però la conosce meglio d'ogn'altro. La Geometria e la Logica sono più amiche che il volgo non pensa: e i buoni geometri son d'ordinario i migliori logici, ancor fuori de' calcoli e delle figure.

XXX. Io mi sono diffuso assai sull'Arte di pensare. Ma sarò breve altrettanto sull'*Arte di ritenere*, e mi basterà d'accennare, che parleremo di essa agli articoli *Memoria*, *Emblema* ec. Perchè, quanto a'supplementi della memoria, all'arte cioè di scrivere e di stampare, esse non appartengono a questa classe.

XXXI. Vengo all'*Arte di comunicare* i nostri pensieri. Uno spirito superiore può forse conoscere i nostri pensieri in se stessi e nelle traccie del nostro cervello, che lor corrispondono. E certo è che Dio li vede e nell'una e nell'altra maniera. Ma un altr'uomo non potrebbe conoscerli se noi non glieli manifestassimo

nifestassimo per mezzo di qualche segno. Or il segno che gli uomini han comunemente convenuto d'usar tra loro son le parole, delle quali formasi l'orazione o il discorso. Queste però in vano userebbonsi co' lontani di luogo o di tempo. E però gli uomini, dopo avere indarno tentato d'esprimer gli stessi pensieri co' segni simbolici de' loro oggetti, hanno inventato de' segni permanenti non del pensiero immediatamente, ma della parola. Tali sono i caratteri usuali che rappresentando i suoni articolati, da cui le parole risultano, rappresentano ancora lo stesso pensiero, di cui le parole sono l'immagine. Ma o l'uomo usi la voce o la penna, egli comunica coll' altro uomo ora per mezzo dell'orecchio ora per mezzo dell'occhio, ma sempre però egli parla. Sicchè l'arte di comunicare i nostri pensieri può dirsi più brevemente l'*Arte di parlare*.

XXXII. Conviene però avvertire che l'uomo che parla non ha sempre lo stesso fine. Egli può parlare solo per far conoscere ad un altro uomo i suoi pensieri ed i suoi affetti: e può parlare per persuaderlo, per muoverlo, per dilettarlo. Questi due fini tanto diversi fanno nascere due arti diverse. La *Gramatica* è l'arte di parlare in modo da farsi intendere. La *Rettorica* è l'arte di parlare in modo di persuadere. Noi lasciam la Rettorica alla classe delle belle arti, e trattiam quì della sola Gramatica.

XXXIII. Se tutti gli uomini parlassero una sola lingua, una sola sarebbe la Gramatica di tutto il mondo. Ma per disavventura delle lettere il progetto d'una lingua filosofica e universale, per quanto abbialo abbellito e facilitato il P. Magnan, è ancor più difficile da eseguirsi di quello d'una buona Enciclopedia. Ogni nazione dunque come ha una lingua diversa, così ha ancora una diversa Gramatica. Nondimeno come tutte le lingue, che parlansi o si posson parlare, convengono in questo, che tutte sono un complesso de' segni de' pensieri dell' uomo; così debbono esservi certe regole generali, a cui tutte le lingue del pari sieno soggette. Queste regole costituiscono la *Gramatica generale*: e questa è propriamente quella che noi quì consideriamo come una parte della Logica.

XXXIV. Non può negarsi che la Gramatica nell' Enciclopedia di Parigi sia stata trattata con dignità. A tutti è noto il nome del Signor *Du Marsais*. Ma i Signori *Douchet* e *Beauzee* che gli succedettero non furono a lui inferiori, se non forse quando vollero parere più metafisici e più profondi di lui. Noi crediamo che una maggior sobrietà sarebbe stata lodevole. Nondimeno niuno ha applicato all'arte di parlare e di scrivere la Logica e la sottigliezza peripatetica con maggior arte e con maggior frutto di questi Scrittori, e del secondo massimamente. Noi non li seguiremo sempre; perchè alle volte ci pare di non dover essere del lor sentimento: ma li seguiremo però per lo più, avvertendo solo di ridurre ciò che hanno scritto a una maggior sobrietà, e all'uso della nostra lingua massimamente. Io non potrei certo dipartirmi da loro, se volessi quì dividere la Gramatica nelle varie sue parti. Essi lo han fatto assai bene all'articolo *Grammaire* dove ne han dato altresì il sistema figurato, o vogliam dir l'albero. Io stimo superfluo l'inserirlo nel piano che vo tessendo.

XXXV. A compierlo, non mi rimane, se non di dir due parole della *Morale*. Se la classe della *Giurisprudenza* non ne volesse la maggior parte per se, questa scienza non occuperebbe quì uno spazio sì piccolo. Ma per non entrare nell' altrui messe, noi ci ristringiamo a due soli capi: al trattato *de' principj fondamentali della Morale*, che la Giurisprudenza suppone, e al trattato *delle virtù e de' vizj*, che non cadono sotto alle leggi, contente solo di mantenere la probità e d'impedire i delitti.

XXXVI. L'intimo sentimento che, ancor prima che gli s'intimi veruna legge, l'uomo ha in se stesso, d'essere obbligato a far certe azioni, e ad astenersi da certe

certe altre: una certa intima compiacenza che segue al vedere o al far quelle, una molesta sensazione ch'è il frutto di queste: ecco il fatto che serve di base a tutta la Morale e a tutte le leggi. Ma donde nasce questo sentimento e questo dettame nell' uomo? Come può in esso riconoscersi una legge naturale e divina? dipende questa dalle sole essenze delle cose, delle cui immutabili relazioni sia un risultato, oppure dalla istituzione di Dio, o forse ancora dalla educazion nazionale? Potrebbe almeno darsi un caso, in cui o la società in cui viviamo, o Dio stesso ci potesse dispensar dal seguirla? E se essa sempre ci obbliga, qual n'è la sanzione? Questa sanzione è essa sufficiente? è essa giusta? Ecco i principali punti che debbono sviluppparsi in un trattato de' principj fondamentali della Morale. Noi non dubitiamo di dire che alcuni tra essi sono i più importanti insieme ed i più difficili della Filosofia e della Teologia.

XXXVII. Il trattato *delle virtù e de' vizj* nella Enciclopedia segue la loro nomenclatura. Esso vi terrà luogo eziandio di *Moral Teologia*. Perchè pensiamo che non vorran qui trovarsi le soluzioni de' casi di coscienza, che occupan già tanti grossi volumi in foglio, quanto poi utili, Dio vel dica. La morale dell'Evangelio non è diversa dalla morale della natura. La luce dell'Evangelio ha solo servito a farci leggere più facilmente ciò ch' era già scritto ne' nostri cuori. Noi cercheremo dunque di trattar questi articoli da filosofo cristiano, non da casuista. Alcuni nondimeno dovranno essere teologici. Tali sono gli articoli delle virtù teologali e alcuni pochi che riguardano la materia dei Sacramenti. Noi procureremo di essere giusti e precisi: di schivar tutte le quistioni superflue, e di somministrar tutte le notizie utili che da un Dizionario filosofico posson richiedersi.

Del Sig. Ab. Alessandro Zorzi.

DIVISIONE

PIANO
DELLA CLASSE
DI GIURISPRUDENZA.

I. La Giurisprudenza non è che una parte della Morale, o almeno è una scienza molto analoga ad essa. Ma dove il principal fine della *Morale* è la perfezione dell' individuo, lo scopo diretto della *Giurisprudenza* è la conservazione e il buon ordine della *società*. Quindi la *Morale* prefiggesi di condur gli uomini alla *virtù*; la *Giurisprudenza* contentasi di mantenere nella repubblica la *probità*: quella proscrive del pari tutti i peccati; questa cerca d' impedire i delitti, o più generalmente le azioni che oppongonsi al pubblico bene. Anzi ancor quando queste due scienze considerano la stessa relazione tra le due persone medesime esempigrazia tra padre e figliuolo, potrebbe parere che affettassero di distinguersi per parte del diverso termine della relazione che più dirittamente prendono in mira. La *Morale* osserva nel figliuolo un *dovere*: la *Giurisprudenza* contempla nel padre un *diritto*. Nondimeno come *dovere* e *diritto* son sempre termini relativi, così questa diversità riducesi presso che a' soli vocaboli, e ne' vocaboli stessi i Giureconsulti sogliono trascurarla, e servirsi or dell' uno or dell' altro come torna lor meglio. A me, per distinguere chiaramente i diversi diritti, tornerà meglio considerare direttamente i diversi doveri.

II. Io non mi farò dunque scrupolo di diffinir la *Giurisprudenza*, *la Scienza de' doveri sociali dell' uomo*. E quante saranno le diverse fonti donde derivano i doveri sociali dell' uomo, in altrettanti principali rami dovrà dividersi questa vastissima Scienza. Or l' uomo può considerarsi come membro della società *generale*, o del mondo: come membro della società *civile*, o dello stato: come membro della società *religiosa*, o della Chiesa. Dalla *società generale* nascono i doveri di ciascun uomo verso un altr' uomo qualunque. *DIRITTO NATURALE COMUNE*. Dalla *società civile* nascono 1.° I doveri di ciascun cittadino verso lo stato, e dello stato verso ciascun cittadino. *DIRITTO POLITICO*. 2.° I doveri de' diversi stati tra loro. *DIRITTO DELLE GENTI*. 3.° I doveri de' cittadini dello stesso stato tra loro. *DIRITTO CIVILE*. Finalmente dalla società religiosa nascono molt' altri doveri dell' uomo che tutti comprendonsi col nome di *DIRITTO SACRO* o *CANONICO*.

III. Conviem poi riflettere che sotto il nome di *diritto* o di *leggi naturali* d' ordinario non vengono sol quelle leggi che servon di norma a' doveri degli uomini l' un verso l' altro, in quanto son membri della società generale. Perchè chiamandosi naturali tutte le leggi che sono *necessarie conseguenze delle relazioni tra l' essenze delle cose*, le leggi naturali abbracciano ancora, anzi principalmente comprendono i doveri degli uomini

uomini verso Dio, e di ciascuno verso se stesso. Ed in generale qualunque dovere viene imposto all' uomo dal solo dettame della ragion naturale, ed anteriormente a ogni legge positiva, o riguardi Dio o l'uomo, o un individuo o una società, è sempre un dover naturale, e dee però riportarsi al *Naturale Diritto*. Tuttavia perchè se noi prendessimo quì in questo senso le voci di *naturale diritto*, confondendosi esso e mischiandosi in tutte le parti della *Giurisprudenza*, troppo difficile ci riuscirebbe il partir le materie per comodo e per indirizzo di chi dee somministrare una parte degli articoli enciclopedici: perciò amiamo meglio di ristringere la significazione di *naturale diritto* a' soli doveri degli uomini in quanto son membri della comun società, e d' intitolar questo ramo *DIRITTO NATURALE COMUNE*.

IV. Pertanto se alcuno per avventura vorrà incaricarsene, non si creda obbligato a scorrere per tutte le parti della *Giurisprudenza*, e a cercare che v' abbia in ciascuna legge di naturale e di necessario, che di libero e di positivo. Anzi non pensi nemmeno che sia sua incombenza il provare che esista una legge non iscritta ma nata, non posta per libera volontà di verun essere intelligente, ma risultante dalla essenza immutabile delle cose. Tutto ciò che riguarda l' esistenza, l' essenza, l' indispensabilità, la sanzione della legge naturale appartiene assai più alla classe metafisica che a questa nostra: e però quantunque in un compito corpo di Giurisprudenza non dovremmo trascurare questo trattato; tuttavoltà nella Enciclopedia possiamo lasciarlo agli articoli filosofici, e rimettere il Lettore a quelli, dove occorresse. Rimarrebbe dunque al Giurisconsulto di trattar dei doveri che nascono dalla relazione tra uomo ed uomo. Ma quì pure si vuol riflettere che i doveri d' un cittadino verso d' un altro comprendono ancora i doveri comuni d' un uomo verso d' un altro. Così l' incorporare il *diritto naturale comune* nel *diritto civile* non servirà che a schivare le inutili e nojose ripetizioni. Nè però sarà da temersi che resti neglctto qualche punto importante: mentre le leggi scritte impongon bensì delle obbligazioni determinate, che non impongon le naturali: ma tutti i doveri dipendenti dalle leggi naturali, e che hanno relazione alla probità, sono considerati ancor dalle scritte. Quelli poi che si riferiscono piuttosto alla virtù che alla probità, secondo ciò che detto è da principio, non appartengono alla Giurisprudenza ma alla Morale. Da tutto ciò può conchiudersi che questo ramo si è distinto dagli altri più per amore di ordine, che perchè veruno de' nostri illustri colleghi debba separatamente incaricarsi di esso.

V. Or prima di considerare i doveri dell' uomo in quanto egli è membro della civil società, è pregio dell' opera esaminarne l' origine. Quì i Giurisconsulti del pari e i filosofi cercano qual sia lo stato naturale dell' uomo. Alla qual quistione io non dubiterei di rispondere col profondo filosofo di Edimburgo: Lo stato della natura è appunto quì, appunto tra noi: *e poco importa*, soggiugne egli, *il sapere se chi parla così sia nella Gran-Brettagna, o al Capo di Buona speranza, o allo stretto di Magellan*. Il Dottor Ferguson pensa che coloro, i quali hanno esaminato lo stato naturale dell' uomo, abbiano sostituito le ipotesi alla realtà, e confuso le provincie della immaginazione e della ragione, della poesia e della scienza. Secondo lui la società è tanto antica, quanto son gl' individui: l' arte non è distinta dalla natura, ma anzi niuna cosa è più naturale all' uomo che l' arte. Come l' individuo si avanza dall' infanzia alla virilità, così la spezie medesima ascende grado per grado dalla più informe rozezza al più perfetto incivilimento. In somma e ciascun individuo e tutta la spezie tende sempre a perfezionarsi: e lo stato naturale dell' uomo è sempre quello che l' uomo procurasi coll' esercizio e colla giusta applicazione delle sue facol-

facoltà. Ma l'accennarne così in ifcorcio i pensieri è far torto all'Autore. Veggasi *Ferguson Essay on the history of civil Society part. 1. sect. 1.* (*). Noi non lasceremo di dire che desideriamo che i nostri colleghi seguano i luminosi principj di questo autore, che soli bastano a rovesciare le ipotesi di Rosseau (**), di Elveaio, e di Hobbes.

VI. Noi però dobbiamo più particolarmente considerare l'origine di qnella società per cui più uomini uniti insieme formano un *popolo* ed uno *stato*. Questa nacque singolarmente dall'amor della proprietà e fu stabilita da un *patto* o piuttosto da un complesso di *patti*. Il complesso di questi patti chiamasi *contratto sociale*. In vigore del contratto sociale tutti gli uomini hanno sacrificato una parte della lor *libertà naturale* per ottenere la sicureaza e il tranquillo possesso delle loro persone e de'loro beni. Ma col sacrifaio della *libertà naturale* gli uomini aequistano la *civile*, che loro è assai più utile: e questa importa che ognuno possa far ciò che dalle leggi è permesso, e niuno possa far ciò che dalle leggi è proibito. Le leggi strettamente tali esprimono la *volontà generale* dello stato, la qual tende sempre al vero bene di tutti e di ciascheduno; e questa general volontà non può mai nè dividersi nè concentrarsi in una o più particolari persone. Non così è della *forza esecutrice* di questa stessa general volontà. Quindi, secondo che questa è generalmente divisa, nascono le varie forme di *Governo*: Il *Democratico*, l'*Aristocratico*, Il *Monarchico*, e le infinite maniere de' *Misti*. Il Governo *Despotico* distruttore d'ogni civil libertà è contrario alla natura stessa del contratto soeiale.

VII. Ma qualunque sia finalmente la forma del governo, la società dee a' suoi membri 1.° la *sicurezza*, 2.° la *tranquillità*, 3.° ancor l'*agiatezza*. Lasciando ora ciò che appartiene alla guerra e alla pace, che meglio riducesi ad un altro ramo, la società provvede alla sicureaaa de' suoi membri colle *Leggi criminali*, alla tranquillità colle *Leggi civili*, all'agiatezza colle *Leggi economiche*. E lasciando altresì da parte *le leggi civili* che formano da se un altro ramo, quì restano a considerare l'economiche e le criminali. Per tanto il *DIRITTO POLITICO*, oltre ciò che abbiamo accennato di più generale al N.° V. e VI. abbraccia 1.° il *Diritto Criminale*, 2.° l'*Economia politica*.

VIII. La Scienza del Diritto Criminale non è quella parte della Giurisprudenaa in cui l'Europa abbia fatto i maggiori progressi. Nondimeno noi possiam consolarci che un picciolo volumetto d'un illustre Italiano vivente abbia sparso una nuova luce su questa materia. A noi basterà di notare che questa scienaa si occupa 1.° de' delitti e delle pene, 2.° delle presunzioni e delle prove, 3.° degli esami e de' processi. I delitti sogliono dividersi in cinque diverse classi, secondo i varj beni della Società a cui s'oppongono. Altri sono contro la vita, altri contro l'onore, altri contro le fortune, altri contro la quiete pubblica, altri contro la decenza del costume. Alcuni però offendono più beni insieme e possono ridursi a più classi. Ad essi corrispondono altrettante classi di pene: 1.° La morte, o la mutilaaione di qualche membro, pena usitatissima nelle leggi Cinesi, e che potrebbe forse non senza vantaggio spesso sostituirsi alla morte. 2.° L'infamia. 3.° La privaaione de' beni. 4.° L'esilio o la prigionia. 5.° Il disprezzo pubblico: e in una parola tutte le pene afflittive. Di queste pene la seconda e l'ultima dipendono più dalla opinione del popolo, che dalla sentenza del giudiee: ma il criminalista filosofo

F può

(*) Potrebbe credersi che il Dott. Ferguson abbia veduto un libro che tra molti paradossi contiene alcune belle verità: *De la Nature à Amsterdam* 1761. Nel Capo 5. della I. Parte v'ha i germi di questa dottrina.

(**) Sur l'inègalité.

può additare le vie, per cui il giudice o piuttosto il legislatore possa insignorirsi dell'opinione, e servirsene a punire o meglio ancora frenare i delitti. Quanto alle altre tre classi di pene, esse sono interamente in poter della legge: e il Giurisconsulto dovrà additare qual debba essere il giusto ed efficace lor uso, e a quali delitti or l'una or l'altra debba applicarsi: giacchè non sempre in pratica le pene dovranno prendersi dalla classe che in astratto corrisponde al delitto; e spesso occorrerà che un delitto contro la vita debba punirsi con pene pecuniarie, e un delitto contro le fortune con pene afflittive. Al capo delle presunzioni e delle prove appartiene l'esaminare qual sia la necessità della confessione del reo: come ancor senza essa possa aversene il convincimento; qual peso debba avere il tenor della vita innanzi menata; quanto debba attribuirsi di autorità a' testimonj; e qual numero di testimonj ricerchisi per poter punire un cittadino sulla lor fede; qual finalmente sia la forza di certi indizj. Occorrerà ancora parlare dell'uso della tortura: della cui intera abolizione tra' colti popoli pare che questo secolo non debba lasciar l'onore al venturo. Il terzo capo finalmente è un oggetto di pratica il quale non dee trascurarsi del tutto, ma dee trattarsi però leggermente.

IX. L'Economia politica è la scienza favorita dell'età nostra. Niuno v'ha che non abbia letto o i profondi Saggi del filosofo Hume, o lo Spirito del Governo Economico del Sig. Boesnier de l'Orme, o le Lezioni del Genovesi. Noi abbiamo ancor la fortuna di contare tra' nostri colleghi alcuno degli scrittori più accreditati in questa materia. Tutto ciò ci dispenserà dall'entrare in questo proposito in una partizion più minuta: e basterà che avvertiamo generalmente che l'Economia politica tutta riducesi a questi due capi importanti: *RENDITE DELLO STATO*: *COMMERCIO DELLO STATO*.

X. Poichè abbiamo considerato una civil società riguardo a' suoi membri, relazione da cui nasce il *DIRITTO POLITICO*; convien ora considerarla riguardo alle altre società, relazione da cui nasce il *DIRITTO PUBBLICO DELLE GENTI*. Ora una società, o vogliam dire uno Stato, dee agli altri Stati tutto ciò che un uomo in quanto membro della società generale dee agli altri uomini. Quindi uno Stato 1.° dee fare agli altri Stati il maggior bene che può senza proprio danno o pericolo. 2.° non dee attaccar gli altri Stati se non quando ciò è necessario alla propria sua sussistenza. 3.° quando è costretto ad attaccargli dee far loro il minor male che può.

XI. Dal primo dovere e dal bisogno che gli stati realmente hanno un dell'altro nascono i trattati di *Commercio*. Questa materia, com'è chiaro, appartiene per se al *DIRITTO DELLE GENTI*; ma nulladimeno, per la connessione ch'essa ha colle materie di politica economia, sarà meglio lasciarne a questi autori l'incombenza e la cura. Da' Trattati di Commercio nasce la *Giurisdizion Consolare*, incognita agli antichi, e pur confusamente accennata qual necessaria da Senofonte. Noi ameremmo che questa materia fosse trattata da una persona sperimentata e destinata a ciò solo.

XII. Dagli altri due doveri nasce il *DIRITTO della GUERRA*, e *della PACE*, su cui il celebre Ugone Grozio e tanti altri distintamente hanno scritto. Basterà dunque averlo accennato. Ma dal Diritto della Guerra suol ancora dedursi il *Diritto di conquista* e il *Diritto di servitù*: due Diritti che il pubblicista durerà gran fatica a distinguere dal *Diritto* che chiamasi *del più forte*. Buon per noi che nè abbiamo servi in Italia, nè possediamo isole alla cui coltura sien necessarj gli schiavi Negri! e meglio ancora che le felici circostanze, in cui ora è la nostra nazione, ci fanno sperare d'essere fuor del pericolo di essere o conquistati o conquistatori! Dovrà nondimeno ancora di questi Diritti scriversi ciò che la filosofia e i veri maestri dell'arte c'insegnano.

XIII. Dalla necessità di fare la guerra, e di mantenere perciò in piedi una truppa

ra che vuol essere regolata colla disciplina la piu severa, nasce ancora la necessità di un *Diritto militare*. Questo potrebbe dividersi in *criminale* e in *civile*. Ma tanto il Diritto criminale quanto il civile del Campo sono e dovrebbono essere assai diversi da quello delle città. Le pene debbono esservi più rigorose e più pronte: gli affari debbono essere spediti con minore formalità, e con maggiore prestezza. Noi non crediamo che il *DIRITTO militare* sia in tale stato che non possa assai migliorarsi. Così chi vorrà incaricarsene non sol potrà dire ciò che costumasi, ma ancor ciò che meglio sarebbe di costumare. Bellissimo è nell'Enciclopedia Francese l'articolo *Disertore*, e ad esso forse può attribuirsi la gloria del più bell'editto di Luigi XVI.

XIV. Ma o sieno gli Stati in guerra o sieno in pace tra loro, tosto che essi possono avere qualche interesse comune, è necessario che possan mandarsi scambievoli ambascerie, e che vi sia un *Diritto di legazione*. Questa è una delle non ultime parti del *Diritto delle Genti*; e chi assumerà di scrivere i pochi articoli a'quali essa riducesi tratterà insieme dell'ufizio dell'Ambasciatore, e delle qualità necessarie in chi dee sostenere un impiego tanto importante alla felicità comune delle nazioni.

XV. Che se gli Stati che sono in certa maniera i cittadini dell'universo, benchè spesso divisi tra loro da lunghi tratti di terra e di mare, hanno tuttavia degli affari comuni che debbono regolarsi dal *DIRITTO DELLE GENTI*: molto più frequentemente gli uomini particolari, che sono i Cittadini di una particolar società, hanno tra loro de' doveri, delle dispute, delle contese, che debbono regolarsi dal *DIRITTO CIVILE*. La prima divisione del *Diritto civile* ci vien data dal tempo. Tutte le leggi anteriori all'invasione de' Barbari nell'impero Romano, e che or non sono più in uso, possono chiamarsi *Diritto antico*. Quella moltitudine di leggi diverse che portarono seco dal freddo lor clima i conquistatori settentrionali, come nelle Gallie i Franchi Salii e Ripuarj ed i Borgognoni, i Visigotti nella Spagna, i Longobardi in Italia; e tutte le modificazioni che ne seguirono poco dopo possono chiamarsi *Diritto medio*. Le leggi civili che or sono in vigore o in Italia o in qualunque altro paese, ancorchè sieno di data antichissima, come per esempio son le Cinesi, meritano il nome di *Diritto moderno*.

XVI. Nel diritto antico noi prendiamo singolarmente interesse al *Diritto Greco* e al *Romano*. Quantunque i nostri Stati non possano ora reggersi come una repubblica greca, tuttavia la cognizione delle leggi di Minosse, di Licurgo, di Solone, e di altri savj dell'antichità, che resero floride per molti secoli le piccole repubbliche della Grecia e dell'Italia meridionale, è un ramo d'erudizione utile al politico e al giurisconsulto. I Romani poi furono i nostri padri. La lor probità, la grandezza del loro impero ci fan desiderar di sapere sotto quali leggi fiorì e tanto s'accrebbe la lor repubblica. Non debbono dunque trascurarsi le leggi di Romolo, di Numa, di Servio, de' primi Consoli. Le Dodici Tavole formano un'epoca nella romana giurisprudenza. Succedono in seguito le leggi strettamente tali, i plebisciti, i senatusconsulti, gli editti de' pretori, le risposte de' prudenti, e ne' secoli più bassi gli editti e i rescritti de' Principi che tutti insieme formarono quell'immenso Codice di Legislazione che è uno de' segni della corruzion d'uno Stato. Infinita opera sarebbe il voler ragionare a parte di una farraggine sì grande di leggi: oltrechè molte conservansi tuttavia nel diritto moderno comune, e però cadono sott'altro titolo. Basterà dunque accennare le principali, e quelle che più influirono nello stato della repubblica. Già vedesi assai che chi s'incarica del Diritto Romano antico dee abbracciare il politico non men che il civile.

XVII. Per *Diritto medio* intendo, com'è chiaro, principalmente il *Diritto barbaro*.

baro. Le Leggi Longobardiche, che han regnato in una gran parte del nostro paese, invitano la nostra curiosità assai più che le altre. Le Saliche, le Ripuarie, le Burgundiche, le Turingiche ci appartengono assai men che a' Francesi. Le Visigottiche, le Bavariche, le Alemanne sono anch' esse in gran parte indifferenti per noi. Di tutte queste Leggi dovrà dunque darsi una nè lunghissima nè leggerissima erudizione agli Articoli de' loro Nomi. Se questi stenderannosi con diligenza, sarà miracolo che rileggendoli non incorrasi in que' vocaboli che possono meritare un articolo a parte. Tali forse potrebbero essere i vocaboli FALSIFICAZIONE GIUDIZIALE, COMBATTIMENTO GIUDIZIALE *ec.* I quali articoli, poichè dipendono da quasi tutte le Leggi barbare, non apparterranno nè al diritto Salico, nè al Longobardico, nè a verun altro in particolare, ma al Barbaro in generale. Ancora il vocabolo SUCCESSIONE può dare un articolo importante relativo alle Leggi Saliche.

XVIII. I Capitolari di Carlo Magno e degli altri Re Carolingi, che insieme furono Re d' Italia, come pure le Costituzioni degli Ottoni e degli altri Imperatori Germanici che comandarono ancora a noi, se non appartengono strettissimamente al *Diritto barbaro*, appartengono almeno al *medio*. Ancor queste leggi voglion trattarsi allo stesso modo: nè questo punto dee dal Giurisconsulto esaurirsi tanto, che non ne resti allo Storico la parte sua.

XIX. Al *DIRITTO BARBARO* io richiamo il *DIRITTO FEUDALE* incognito così come i feudi a' Greci e a' Romani, e nato appunto dalle invasion de' Barbari. La *GIURISPRUDENZA FEUDALE* forma a parte un ramo rispettabile di questa scienza: il quale, non potendosi così facilmente intralciar cogli altri, ci basterà d' aver quì distinto. Sarebbe però desiderabile che gli articoli di Diritto feudale, e gli altri di Diritto barbaro fossero tutti lavoro d' una man sola.

XX. Veniamo al *Diritto moderno*, e dividiamolo primieramente in *Comune*, e *Particolare*. Per diritto comune intendesi il *Diritto Romano*, quale ci è stato lasciato dall' Imperator Giustiniano: che può a ragione dirsi *comune* per essere stato comunemente ammesso in tutta l' Europa o come *diritto*, o almeno come *ragione scritta*. Nondimeno è noto che questa medesima Europa è piena tutta di Costituzioni, di Leggi Municipali, di Costumi, di Statuti, di Decisioni, che spesse volte sono contrarj al Diritto Romano. Dalle varie modificazioni, che e quindi e dal *Diritto Canonico* esso ha sofferte, nasce la distinzione di *Diritto Romano in se* e di *Diritto Romano adattato*. Ma chi tratta del Diritto Romano non dee aver riguardo ad altre modificazioni che a quelle che son generali; quali son d' ordinario le indotte dal Diritto Canonico. Le altre modificazioni sono piuttosto una parte del *Diritto municipale*.

XXI. Non occorrerà quì dividere il Diritto Romano nelle sue parti. Assai ci ha dispensati da questa fatica e Giustiniano medesimo e tanti autori d' Istituzioni. Ciò sarà ancora tanto men necessario, quanto minore è il pericolo di confondere le materie dove il lavoro debb' esser d' un solo. E superfluo ancora stimiam l' avvertire, che noi non dobbiamo già fare un corso di lezioni a' giovani che studin la Legge per farsene una professione; ma dobbiam dare un' utile erudizione a' Letterati che desiderano dall' Enciclopedia ancor questo ornamento. Or chiaro è che questi si nojerebbero dove non trovassero in noi brevità e precisione. Converrà ancora usare maggior brevità negli articoli di *Pratica forense*. Anzi poichè questa varia ne' varj paesi, chi tratta del Diritto comune non dovrà toccare se non que' punti che sono quasi costanti in Italia. Alla pratica forense riduco eziandio il *Notariato* che si sbrigherà in pochi articoli.

XXII. Il *Diritto particolare* dividesi per noi in *Italiano* e *Straniero*. Dello Straniero poco c' importa da una storica erudizione in fuori: e però è chiaro che

i mol-

i molti e lunghi e oojosi articoli dell' Enciclopedia Francese, che riguardano i *costumi* e la *pratica* di quel regno, debbooo da ooi tutti ommettersi: col che verremo a guadagnare un buon volumetto. In generale noi lasceremo agli Storici il dar conto ex professo delle Leggi degli stranieri che meritano di essere conosciute: e noi ce ne serviremo al più qualche volta per termine di confronto. Noi in somma ci terremo al solo *Diritto Italiano*.

XXIII. Vedesi chiaramente che per *Diritto Italiano*, noi noo intendiamo un solo uniforme diritto che abbia luogo per tutta l'Italia: ma il complesso di tutte le Leggi Municipali, che hanno vigore oe' diversi stati in cui il nostro Paese è diviso. In ogni stato e quasi in ogni città v' ha persooa deputata a scrivere su questo argomento. Esse debbono ricordarsi che oon dan cooto delle lor leggi a' lor cittadini, a' quali può esser utile di saperle tutte minutamente: ma agli altri Italiani ed agli stranieri altresì, la cui curiosità non può essere solleticata che da qualche cosa importante e degna per se medesima di esser saputa. Noi daremo qualche indirizzo intorno al modo che vorrebbe tenersi.

XXIV. Chi è iocaricato di somministrare uno o più articoli riguardo al Diritto Municipale della sua patria, dee abbracciare ooo solo il Diritto civile ma ancora il politico. Egli stenderà dunque primieramente un articolo generale in cui darà conto prima della costituzione politica della sua patria, e poi delle principali Leggi civili in ciò che variano dal Diritto comune. Per la maggior parte delle città questo articolo dee bastare, anzi non dee formar che una parte dell' articolo Geografico-Storico di quella città. Di questi articoli quello sarà il più bello che sarà in proporzione il più simile all' articolo *Geneve* del sempre grande Sig. d'Alembert. Se non che la maggior parte dovranno essere molto più brevi. Stesso questo articolo, osservisi, come appunto io diceva al N. XVII., se qualche vocabolo meriti un altro articolo particolare. Esempigrazia in Venezia lo meriteran certameote le voci *Consiglio maggiore*, *de' Quaranta*, *de' Dieci*, *Senato*, *Doge*, *Savio*, *Avvogadore ec.* E questi articoli dunque si stendano. Alle volte non sarà necessario un articolo particolare, ma sarà bene il somministrare una notiaia a parte da inserirsi a suo luogo: e. g. „ All' Articolo *Suntuaria Legge* si ag„ giunga: le Leggi *Suntuarie* di N. proi„ biscono ec. „. Ma noi dobbiamo fidarci de' nostri corrispondeoti. Quando essi eseguiscono diligentemente la lor commissione, non resterà nulla a desiderare circa il *Diritto particolare d' Italia*.

XXV. Al Diritto particolare alcuni riducono il *Diritto domestico*. Ma ooi non ne facciam ramo a parte, perchè quanto merita osservazione ne' diritti del padre, del marito ec. tutto è regolato dal *Diritto comune*.

XXVI. Resta duoque solo il *DIRITTO SACRO*: or questo dividesi naturalmente in due rami: *Diritto Divino* che riguarda la sostaoza della religiooe, e *Diritto Ecclesiastico* che ne riguarda la esterior disciplina. Il primo immutabile, dalla istituzione del Cristianesimo, aozi in gran parte dalla creazione dell' uomo fino a noi, è stato sempre il medesimo. Il secondo può diversameote modificarsi secoodo le diverse circostanze della società religiosa, il aul buon regolameoto può esigere una disciplina diversa.

XXVII. Il *DIRITTO CANONICO* è in rigore lo stesso che l'*Ecclesiastico*. Nondimeno come la *Chiesa* è non solo legislatrice in ciò che riguarda la disciplina, ma interprete ancora delle leggi divine in ciò che riguarda la sostanza della religione; e come essa adempie all' uno ed all' altro ufizio co' reverendi suoi Canoni: così la voce di *Diritto Canonico* suol prendersi più generalmente; sicchè abbraccì non solo il *Diritto Ecclesiastico*, ma ancora il *Diritto positivo Divino*. Tuttavolta i Canonisti si occupano principalmente di quella parte del Diritto Canonico che spetta alla Costituzione dell'

Ec.

Eccleſiaſtica Gerarchia ed alla eſterior diſciplina, e laſciano a' Teologi tutto ciò che ſpetta all' interno culto dovuto a Dio, e che non ha un' immediata influenza nel buon ordine della ſocietà religioſa.

XXVIII. I moderni Canoniſti dividono il *Diritto Eccleſiaſtico* in *Pubblico* e *Privato*, e l' uno e l' altro in *Comune* e *Particolare*. Il Diritto Eccleſiaſtico pubblico è quaſi il diritto politico della Chieſa. Il Diritto Eccleſiaſtico privato è quaſi il diritto civil della Chieſa.

XXIX. Nel *Pubblico comune* trattaſi della *podeſtà* della Chieſa in generale: e in particolare della podeſtà del Sommo Pontefice, che n' è il capo viſibile: della podeſtà del Concilio, che è la legittima congregazione de' ſuoi Paſtori: della podeſtà di queſti Paſtori ancor diſuniti o ſopra la Chieſa univerſale atteſo il comune lor voto, o ſopra le Chieſe particolari in cui lo Spirito Santo gli ha poſti Veſcovi: della podeſtà degli altri inferiori prelati: e finalmente della podeſtà de' Principi temporali in quanto ſono avvocati e difenſori della Chieſa, o ſia del Diritto dell' Avvocazia Eccleſiaſtica. A queſto capo appartiene ancora la *Materia delle cenſure*.

XXX. I diverſi coſtumi che oſſervanſi in diverſi ſtati riguardo al *Diritto delle decime*, alla immunità Eccleſiaſtica e al *Diritto dell' aſilo*, alla collazione de' Benefizj e al *Diritto di padronato* (o queſti diverſi coſtumi ſien nati dalle diverſe *Conceſſioni de' Principi* fatte alla Chieſa, o da' diverſi *Concordati* tra la Sede Apoſtolica e gli ſteſſi Principi), fanno che queſte materie riguardinſi come appartenenti al *Diritto Eccleſiaſtico pubblico particolare*. Noi avremo in viſta principalmente l' uſo più univerſale d' Italia, e non laſceremo di dare a ſuo luogo una opportuna notizia de' coſtumi, de' concordati, de' privilegj non ſolo degli Stati Italiani, ma ancora degli ſtranieri. A queſto capo intendiam di ridurre tutta affatto la *Materia beneficiale*.

XXXI. Al *Diritto Eccleſiaſtico privato comune* appartengono tutte le Leggi Eccleſiaſtiche che obbligano in qualunque paeſe qualunque membro particolare della ſocietà religioſa. Potrà dunque determinarſi quali ſieno quelle Eccleſiaſtiche coſtituzioni che hanno forza di legge. Diſcendendo poi al particolare, la *Materia Matrimoniale* è la più importante. Quanto al *Diritto Eccleſiaſtico privato particolare*, eſſo non è che la moltiplicazione che riſulta nel comune da qualche privilegio e conſuetudine particolare.

XXXII. Se poteſſe eſſervi al mondo più d' una vera Chieſa, come noi abbiamo riſcontrato nel Diritto Eccleſiaſtico una ſpecie di *Diritto politico* e di *Diritto civile*: potremmo forſe riconoſcervi ancora una ſpecie di *Diritto pubblico delle genti*. Ma la vera Chieſa è una ſola, ed eſſa non ha nè può avere veruno affare comune colle altre ſocietà religioſe da eſſa diviſe o ſieno o no del nome Criſtiano. Così queſto terzo diritto non può quì aver luogo. Che ſe alcuno voleſſe dar queſto nome a quella parte del Diritto Canonico che trattaſſe della *TOLLERANZA*, quiſtione tanto agitata a' noſtri ultimi tempi, egli a noſtro giudizio confonderebbe o i trattati dello Stato co' trattati della Chieſa, o il Diritto criminale col Diritto della guerra. Comunque ſia, queſta materia può eſigere un capo a parte, ed eſige certamente un autore religioſo inſieme e filoſofo.

XXXIII. Quanto al *Diritto ſacro* delle altre ſocietà religioſe o che ſeguirono un tempo una religion vera qual è la Sinagoga Giudaica, o che ne ſeguono una falſa quali ſono le innumerabili ſette che dividonſi una sì gran parte dell' Univerſo; il Canoniſta non entra a trattarne, e laſcia la cura agli Storici di accennar ciò, che può più invogliare la curioſità de' lettori. Noi crediamo pertanto che altro non ci rimanga ad individuare: e ci luſinghiamo, che quanto abbiam detto fin quì debba eſſer baſtante e a facilitare a' noſtri Colleghi il lavoro col ſepararne le parti, e ad indicare al pubblico il metodo e lo ſpirito, con cui nell' Enciclopedia Italiana ſi tratterà la *GIURISPRUDENZA*.

Di un Accademico dell' Iſtituto delle Scienze di Bologna.

DIVI-

PIANO
DELLA CLASSE
DELLE BELLE ARTI

I. Se la diverſità del clima e del cielo influiſce nel cervello degli uomini, e v' imprime diverſe attitudini a queſta o a quell' opera d' arte e d' ingegno: chiunque conoſca alcun poco la ſtoria degli ultimi cinque ſecoli, dovrà confeſſare che il cielo d' Italia è più d' ogni altro favorevole a quelle arti, che avendo il *Bello* per loro primario oggetto, BELLE ARTI appunto ſi chiamano. *Italiam Italiam*: quell' è l' epigrafe che il Sig. d' Alembert ha poſto in fronte al ſuo belliſſimo ſcritto ſulla libertà della muſica; e queſta potrebbe con uguale diritto uſarſi da chiunque imprendeſſe a ſcrivere o delle arti del diſegno o della poeſia. Perciocchè la patria del Corelli e del Pergoleſe è pure la patria di Raffaello di Michelagnolo e del Palladio: e in eſſa nacquero a' tempi antichi Virgilio e Ovidio, ed a' moderni l' Arioſto e il Taſſo. Queſta claſſe dunque comprende le più leggiadre e le più conoſciute ricchezze della noſtra nazione. Il che dee eccitare gli autori che ad eſſa ſi applicano a collocarvi tutto lo ſtudio.

II. Nella diviſione generale di tutte le ſcienze ſecondo le tre principali facoltà dell' eſſere intelligente *Memoria Ragione Immaginazione*, le Belle Arti riduconſi a queſta terza. L' *Arte Oratoria* e l' *Arte di verſeggiare* poſſono veramente non ſenza buone ragioni conſiderarſi come rami della *Logica*, e ridurſi però alla Ragione: ma tuttavolta non abbiamo voluto ſepararle dalla *Poeſia*, a cui ſono ſi ſtrettamente legate. Ognun vede che l' *Eloquenza*, non meno che la *Poeſia*, dalla *immaginazione* riceve i colori di cui ſi ſerve a dipingere sì vivamente gli oggetti. E quanto all' *Arte del verſeggiare*, ſe l' armonia della *Muſica* non impropriamente appellaſi una pittura, perchè non potrà dirſi tale l' armonia del *Verſo* altresì? Certo è che quantunque la *Poeſia* non dipenda aſſolutamente dal *Verſo*, il verſo però ne accreſce non ſolo la leggiadria ma ancor l' eſpreſſione. Comunque ſia, noi abbiamo voluto in quella claſſe raccogliere tutto ciò che diceſi *Belle Lettere*; ſeppur ſe ne eccettuino la *Gramatica generale* e l' *Erudizione*, troppo conneſſe quella alla *Metafiſica* ed alla *Logica*, queſta alla *Storia*; e che oltre ciò non han propriamente il *Bello* per loro oggetto primario. Qui dunque dovrà trattarſi delle *Arti del Diſegno*, della *Muſica*, della *Poeſia*, della *Eloquenza*, e in generale di quanto appartiene al *buon guſto* e allo *ſtile*.

III. Sotto il nome di *Arti del Diſegno* vengon comunemente la *Pittura* la *Scul-*

tura

tura e l' *Architettura*: e ben vuole aggiugnersi a queste tre l' *Arte d' incidere* in rame, che per poco anch' essa non è una pittura. Chi dovesse scrivere di ciascuna d' esse un trattato potrebbe dividerlo acconciamente in tre parti: *Storia*, *Teorica*, *Pratica*.

IV. La Storia potrebbe dividersi di nuovo in tre rami: Storia dell' Arte stessa, Storia degli Artisti più celebri, Storia delle opere più eccellenti. Tutto ciò nella Enciclopedia dee comprendersi in pochi articoli. La Storia dell' arte (per non parlare che della sola *pittura*; la quale però servirà a tutte l' altre di norma) si darà generalmente a questa stessa voce Pittura; dove si esporranno i principj, i progressi, le varie vicende dell' Arte a' tempi antichi ed a' nostri. Agli articoli Fresco, Tempera, Olio, Encaustica ec. potrà riserbarsi la Storia di queste specie di pittura particolari.

V. La Storia degli Artisti, seguendo l' esempio del Sig. Cav. de Taucourt, può compartirsi tra l' articolo Pittori e l' articolo Scuola. Avvertasi però che questi articoli nell' Enciclopedia di Parigi non sono gran fatto esatti, e che in vano cercherebbersi in essi i nomi di più illustri pittori Italiani, che se cedono a' Raffaelli e a' Tiziani, vagliono però molto più di non pochi Francesi di cui trattasi a lungo. Ferrara sola ne ha avuto tanti che potrebbe forse formare una scuola a parte: e tra questi i Dossi, il Bononi, lo Scarsellini grandissimi Maestri, e sopra tutti Benvenuto Tisi detto il Garofolo: a cui lode basterà dire ch' egli raffaelizzò tanto, che alcuni quadri di lui spesso furono da buoni intenditori creduti della stessa mano di Raffaello. Or di questi e di molti altri Italiani nella Enciclopedia di Parigi non si fa menzione veruna. Ancora agli articoli delle città, oltre agli uomini più illustri in lettere, potrebbero nominarsi non solo i pittori ma gli scultori ancora e architetti e incisori degni di essere ricordati.

VI. A' quali articoli delle città più che altrove par che debbasi riferire la Storia delle opere più eccellenti. Se non che piacerebbemi che, all' esempio di Raffaello Borghini ne' suoi dialoghi intitolati *Il Riposo*, negli stessi articoli didatcalici si spargesse la descrizione de' più pregiati lavori, lodandone il buono e il conforme a' veri precetti dell' arte, e riprendendone dove occorra il cattivo. Una particolar menzione però meritano le *gallerie*, o raccolte di quadri e di statue: e delle principali può darsi qualche notizia all' articolo di questa voce, senza prendersi però la briga d' annoverare tutti i lavori di buona mano che le compongono. All' articolo Campidoglio si parlerà delle superbe sculture antiche, che quivi conservansi: e non saprei nemmeno disapprovare che a qualche prodigio dell' arte si consecrasse un articolo proprio e distinto, come nell' Enciclopedia di Parigi si è fatto al Gladiatore al Laocoonte ec.

VII. Ciò quanto alla Storia: veniamo ora alla teorica e alla pratica insieme dell' arte. *La Pittura e la Scultura* (secondo il Borghini, da cui molti han copiato) *sono arti, delle quali l' una levando il superfluo della materia, e l' altra sopra aggiugnendo quello che giudica a proposito, fanno apparire ciò ch' era nella mente dell' artefice: imitando insiememente le cose naturali, e le artificiali che sieno o che possan essere* (Borgh. Rip. lib. I. pag. 51. dell' ediz. di Fiorenza). *L'Arte d' incidere*, benchè somigli la pittura nel tracciare l' immagini in piano, perchè però non aggiugne ma leva, convien piuttosto nella diffinizione colla *Scultura*. Con poca variazione altresì potrà la stessa diffinizione adattarsi all' Architettura: benchè meno fedele imitatrice dell' altre in tanto solo imiti la bella natura, in quanto dispone con giusta simmetria e con bell' ordine le varie membra e i varj ornamenti d' un edificio.

VIII. Il Borghini divide la pittura o sia l' Arte di dipignere in cinque parti: *invenzione*, *disposizione*, *attitudini*, *membri* e *colori*. L' *invenzione* che da altri chiamasi la composizione, il pensiero o il

il soggetto è quell' istoria o favola, quella figura reale o fantastica, che vuolsi rappresentare. E questa è al pittore comune collo storico e col poeta. La *disposizione* è la bella ordinanza con cui compartonsi le figure, i casamenti, e i paesi, in modo che ogni cosa sia al luogo più conveniente, e l' una non intrighi l' altra, e tutto appaja ben distribuito e ben posto. *Attitudini* si dicono gli atti e i gesti in che rappresentansi le figure: e altre sono sforzate e gagliarde, altre dilicate e graziose; e variano tanto, quanto sa variare la creatrice fantasia d' un pittore: ma debbono esser sempre dicevoli all' invenzione alla persona ed al luogo. Da queste più che da ogni altra cosa dipende ciò che si dice *espressione*. Per *membri* s' intende la proporzion che le membra debbono avere fra se: e i pittori ne hanno regole fisse tratte dall' Anatomia e dalla osservazione delle antiche statue, la cui proporzione è maravigliosa.

IX. Tutte queste quattro parti sono alla Pittura comuni colla Scultura e coll' Incisione: e in queste può dirsi che consista la teorica di quest' arti. I *colori* son proprj della sola Pittura, e posson considerarsi come appartenenti piuttosto alla pratica. Ma troppo lungo sarebbe l' accennare anche solo tutto ciò che alla pratica si richiede: e parlar de' disegni, e delle varie maniere di essi: delle preparazioni del campo ne' varj generi di Pittura: delle reti e de' cartoni: della varia composizion di colori che adopransi per dipignere ad olio a fresco ed a tempera ec. Noi ci contenteremo pertanto di rimettere i nostri Autori al pregiatissimo *Vocabolario del Disegno del Baldinucci*, il quale non solo servirà di Nomenclatura per gli Articoli di quest' arti, ma somministrerà ancora le spiegazioni de' termini, e spesso precetti ed osservazioni assai utili.

X. Ancor due parole intorno all' Architettura. La teorica d' essa ha qualche affinità colla Geometria: ed al Mattematico appartiene l' indagar per esempio qual sia la forza degli archi e la spinta delle volte (e l' insegnare il modo d' ottener certe proporzioni e certe figure. E se dall' Architettura dirò così di rilievo si passi alla piana (quale potrebbe chiamarsi la dipinta ne' quadri istoriati, e spesso ancor ne' paesi, e molto più nelle scene); allora convien ricorrere alle regole della *Prospettiva lineare* ch'è una pura applicazion della Geometria, e quelle altresì aggiugnervi dell' *aerea* che all' arte della Pittura più strettamente appartiene.

XI. La *Musica* è la scienza de' suoni, in quanto essi cagionano una sensazion dilettevole. Nel che differisce da quella parte della Mattematica che chiamasi *Acustica*, ed è essa pure la scienza de' suoni, ma in quanto son cagionati dalla vibrazione di corde elastiche. Quì ancora può considerarsi la Storia la Teorica e la Pratica della Musica.

XII. La Musica degli Ebrei e più ancora quella de' Greci, di cui si raccontano tanti prodigj, è stata l' argomento di molte ricerche e di molte dispute. Non debbon tacersi le notizie più utili e più curiose: ma tutta questa storia dee restringersi in pochi Articoli e in poche pagine. Ad essa potran servire la Storia della Musica del P. Martini, la Dissertazione preliminare alla traduzione de' Salmi del Sig. Saverio Mattei, più luoghi delle Memorie dell' Accademia dell' Iscrizioni ec. Io credo però che i lettori prenderanno maggior interesse alla storia di quella Musica che noi abbiamo al presente.

XIII. Quanto alla Teorica di quest'arte, se l' Acustica indaga come e perchè una corda più o meno lunga e grossa e stirata produca un suono or più grave or più acuto: la Musica teorica cerca come e perchè l' unione di varj suoni altri gravi, altri acuti, altri rapidi, ed altri lenti (o sia che succedansi gli uni agli altri, o che solletichino tutti insieme l' orecchio) eccitì in noi una sensazion dilettevole e lusinghiera. Essa esamina perchè certe armonie sien perfette e cert' altre

altre no; perchè certi intervalli che chiamansi *consonanze* sieno i più grati all' udito, e cert'altri che diconsi *dissonanze* non lo sieno che preparati e risoluti con certi artifizj: notomizza la natura de' varj *accordi*: indaga le proprietà de' *modi*: osserva i movimenti del *basso fondamentale*, le convenienze degli *accompagnamenti*, le *Modulazioni*, le *Cadenze*, le *Mutazioni di corde*, le differenze de' generi *Diatonico Cromatico Enarmonico* ec.; e guidata sempre dallo spirito filosofico stabilisce certe regole e certi principj, che o fondinsi nella scienza delle proposizioni e de' numeri, o nella esperienza e in un certo istinto, son però sempre inalterabili ed infallibili. La Musica pratica insegna a eseguire quanto la Teorica ha stabilito, e però a disporre gradevolmente i suoni secondo la succellione, la misura, e la consonanza. Ad essa ancora par che appartenga lo spiegare que' termini che nell' esercizio dell' arte debbon essere familiari.

XIV. Perchè poi la Musica altra è *vocale*, ed altra è *istrumentale*, perciò si dovrà ancora dar conto de' varj stromenti, or sieno da corde, come il Cembalo ed il Violino, or da fiato, come il Flauto e la Tromba, or da percossa, come il Tamburo e il Timballo: ed espor tutto ciò che al ben costruirli e al ben servirsene è necessario.

XV. Rimangono ora le Belle Lettere che noi dividiamo generalmente in *Poesia* ed *Eloquenza*. La Poesia si suol con Bacone distribuire in tre generi, *Narrativo*, *Drammatico*, e *Parabolico*. In fatti qualunque poema o vi racconta un' azione come passata, o vela rappresenta come se accadesse sotto a' vostr' occhi, o ve l' adombra sotto qualche figura. Non è difficile il vedere che al primo genere appartiene il poema *Epico* ed il *Romanzesco*; al secondo la *Tragedia* la *Commedia* e la *Pastorale*; al terzo le *Favole*. Ma molt' altre guise di poetici componimenti non saprebbero così facilmente ridursi ad un genere determinato: il che nasce perchè spesso partecipano di tutti e tre. Questo però non sarà nell' Enciclopedia di verun imbarazzo; non trattandosi in essa di ridurre ad alcuni pochi generi ogni specie di poesia, ma di dare a ciascun componimento il suo Articolo a parte.

XVI. Noi non dubitiamo di dire che gli Articoli COMMEDIA e TRAGEDIA sono de' più importanti: ma riguardo a questi non abbiamo certamente ragione di essere troppo contenti dell' Enciclopedia di Parigi. Nel primo d' essi il celebre Sig. Marmontel, per non uscir troppo dal caro suo centro delle Bell' Arti, poc' altro di noi ricorda che le gelosie de' nostri bisavoli e le maschere de' nostri Zanni; di cui senza perdere il tempo in leggere gli autori italiani poteva essere facilmente informato. Nel secondo il Sig. Cavalier de Jaucourt, benchè di memoria molto felice e di vastissima erudizione, dimentica interamente l' Italia e il teatro italiano. Noi confesserem volentieri che come superiam di gran lunga i Francesi nell' Epica, così siam superati da essi nella Drammatica. Benchè forse l' autor del *Burbero* non onora meno una nazione di quello del *Misanthrope*. Ma checchè sia di ciò, questi Signori dovevano ricordarsi, che fino all' anno 1548. in cui i Fiorentini rappresentarono in Lione la *Calandra* del Cardinal Bibbiena, i divoti lor padri non avevan veduto altro teatrale spettacolo, che le *Sante commedie* de'fratelli della Passione. Laddove ventiquattro anni prima (nell' anno 1524.) Roma aveva applaudito alla *Sofonisba* del Trissino composta fino dal venti, e preceduta di molto da molte regolate commedie e da quelle dell' Ariosto singolarmente. Il Sig. de Jaucourt confessa che gl' Inglesi e gli Spagnuoli aveano un teatro, quando i Francesi non aveano che saltimbanchi. Intanto se Shakespear fu quegli che creò in Inghilterra il teatro, quando pure egli avesse scritto e posto in sulla scena l' *Amleto* lo stesso anno 1665. in cui nacque, la prima Tragedia inglese sarebbe stata posteriore di molte decine d' anni alla *Soforni-*

fonisba, alla *Rosmonda*, alla *Canace*, ed a molte altre italiane. Ma qui non è luogo di far la storia del nostro teatro: e tanto più che la *Storia della Poesia* e della *Eloquenza*, parte tanto principale della Storia Letteraria, non dee comprendersi in questa classe, ma nella Storica. Torniam dunque a noi.

XVII. In ogni genere di poesia e in ogni poetico componimento suol distinguersi l' *Invenzione poetica* e l' *Arte del verseggiare*. Chiaro è che i diversi componimenti richiedono un' invenzion differente, e che il poeta dee, secondo il precetto d' Orazio, non solo nel verso ma ancor nel pensiero

Diversas servare vices operumque colores. Così gran parte di ciò che riguarda la condotta, il pensiero, la favola, della *Tragedia*, dell' *Epopeja*, dell' *Elegia*, della *Canzon*, del *Sonetto*, dovrà accennarsi agli Articoli particolari. Rimangono però nondimeno molti avvertimenti utili ad ogni genere di poesia. E così le voci *Entusiasmo*, *Favola*, *Immagine*, e molte altre simili potranno a un poeta filosofo somministrar l' argomento di bellissimi ed utilissimi Articoli. Anzi non v'ha quasi vocabolo che paja a prima vista tanto alieno dalla poesia, da cui non possa prendersi l' occasione di fare e molte e belle riflessioni poetiche. Nel che però desideriamo la sobrietà.

XVIII. Quanto all'*Arte di verseggiare* oltre a' vocaboli VERSO, PROSODIA, QUANTITA', ACCENTO ec. dee consacrarsi un Articolo breve e preciso ad ogni specie di verso usato o da' Latini o da' Greci o dagl' Italiani.

XIX. L' arte che insegna l' *Eloquenza* chiamasi con greca voce *Rettorica*: e questa si suol dividere con Aristotele in quattro parti che corrispondono alla *Invenzione*, alla *Disposizione*, alla *Elocuzione*, all' *Azione*: l' ultima delle quali comprende eziandio l' arte della *Memoria* di cui altri fanno una quinta parte. Se non che ciò, che appartiene alla Invenzione ed alla Disposizione, è in gran parte proprio della Logica e della Filosofia, e però dee rimettersi a quella classe. Nondimeno gli autori di questa potranno dirne alcuna cosa agli Articoli TOPICA, ESORDIO ec. Tutte proprie di questo luogo sono l' *Elocuzione* e l' *Azione*.

XX. Ma prima di passare a parlarne, piacemi d' osservare, che l' eloquenza non ricercasi solo negli Oratori, ma in chiunque parla ed in chiunque scrive. E perchè ogni genere di parlare o di scrivere può ridursi o alle *Orazioni*, o alla *Storia*, o a' *Trattati scientifici*, o alle *Lettere*: così tutta l' Eloquenza può dividersi in *Oratoria*, *Storica*, *Didascalica*, *Epistolare*.

XXI. Le Orazioni son destinate al *Foro* o alla *Chiesa* o alle *Radunanze Accademiche*. Venezia è oramai la sola Città d' Italia, in cui gli Avvocati sogliano salire in bigoncia, e possano essere e sieno oratori. Quindi non perchè la maggior parte delle istituzioni oratorie degli antichi rettorici si adatta all' uso del foro, anche ora, mutati i tempi, debbonsi impiegare molti precetti in un genere di poco uso. Di uso molto maggiore è l' eloquenza della Chiesa: e certamente noi non potremmo lamentarci di mancare di sacri oratori, se volessimo dar questo nome a chiunque ci arringa dal pergamo sull' importante affare della religione e del buon costume. Ma tra tanti predicatori un oratore spesso cercasi in vano. Molti hanno scritto dell' eloquenza sacra: e i migliori precetti proprj di questo genere, accompagnati dalle riflessioni filosofiche degli autori, dovranno distribuirsi opportunamente agli articoli PREDICHE, ELOQUENZA SACRA ec. Si renderanno perciò più frequenti i buoni predicatori? Vana lusinga! All' eloquenza sacra, secondo l' usanza cristiana, appartengono altresì le *Orazioni funebri*.

XXII. Le *Orazioni Accademiche* per poco non entrano nel genere didascalico: come gli *Elogj Storici* che sono in uso a' dì nostri, seppur si voglian seguire i buoni esemplari che son senza dubbio Fontenelle e il Sig. d' Alembert, entrano

trano assolutamente nel genere storico. Comunque sia e di queste tre sorte d' orazioni, e degli altri tre generi d'eloquenza testè accennati si daranno altrettanti brevi e sugosi trattati.

XXIII. Quanto alla *Elocuzione*, ch'è quanto dire allo *stile*, io son solito di divider lo stile in *interno* ed *esterno*. E perchè questa divisione a molti valentuomini è paruta acconcia, non voglio in questo Piano dipartirmi da essa. Stile *interno* piacemi di chiamar quello che non dipende tanto dalle parole, quanto dalla scelta, dall'ordine, dalla connession delle idee. Chi non ha una certa metafisica, che non acquistasi (seppure acquistasi) se non colla seria meditazione e col lungo esercizio; per quanto accozzi insieme scelti vocaboli e belle maniere di dire, non si lusinghi di scriver bene. Ma questa tal metafisica come s'insegna? Allo stile interno richiamo ancora tutto ciò che i rettorici dicono dell' *Amplificazione* e degli *Schemi* o figure di sentenze. Io sarei nondimeno assai più sollecito dell' Articolo PRECISIONE che dell' Articolo AMPLIFICAZIONE: e vorrei che gli *Schemi* stessi fosser trattati in maniera che in questi Articoli si riconoscesse il filosofo non l' umanista.

XXIV. Lo stesso si dica de' *Tropi* che spettan piuttosto all'*esterno*. Intorno a questi celebre è il Trattato del Sig. du Marsais, inserito a' suoi luoghi nella Enciclopedia: e chi ne vorrà parlar bene poco potrà dipartirsene. Ma sarà buon consiglio sostituire e quivi e per tutto altrove esempli d'autori italiani. Del resto assai più che la dottrina de' tropi, a cui suol supplire assai ben la natura, importa allo stile esterno la proprietà de' vocaboli, e la giustezza della sintassi: in somma ciò ch'è buona *gramatica* e buona *lingua*.

XXV. Egli è certo che la nostra lingua è la più copiosa, la più pieghevole, la più armonica, che si parli in Europa. Gli stessi stranieri (intendo que' che la sanno) ce lo concedono senza contrasto. Intanto convien confessare che non son molti i libri italiani, che leggansi con piacere. Lascio i difetti che traggon l' origine dalla mancanza di quella Metafisica che dicevamo. Ma laddove in Francia ogni meschino scrittore sa scrivere in buon francese, quanti v'ha in Italia che sappiano l' italiano? In chi troviamo un miscuglio intollerabile di voci barbare, in chi una ridicola affettazion di fiorentinismo: e se i più usano i buoni vocaboli, gli usano senza scelta; anzi abusano de' sinonimi di cui abbonda la nostra lingua, e prendendoli indifferentemente un per l'altro senza verun riguardo a quella degradazione che pur v'ha tra essi, trascurano la più essenziale belleaaa dello stile, ch'è certamente la proprietà. La sintassi poi è guasta dagli Anglicismi, da' Gallicismi, e spesso ancora da' solecismi, che formicolano ad ogni pagina di alcuni libercoli, ne' quali però tolga Dio che mancassero certe nuove eleganze, *lo che*, e *lo zelo*, e *il di lui valore*, e mill' altre che non è qui luogo di rammentare. Io nondimeno so bene che l'Enciclopedia non debb' essere un Vocabolario di lingua, ma un Dizionario di Scienze e d'Arti. E poi non è che manchino i libri di lingua, ma piuttosto che non si curano gli ottimi che vi sono. Un' opera però ci manca che potrebb' essere di gran vantaggio; un' opera, io dico, che tratti de' Sinonimi della lingua Italiana. I Francesi avevan già quella dell' Abate Girard: ma in questo proposito vi sono degli Articoli impareggiabili nella loro Enciclopedia: noi tenterem d'imitarli, e invitiamo intanto i nostri migliori Scrittori a concorrer tutti a render in questa parte perfetta la nostra.

XXVI. Ancor gli altri punti di gramatica italiana non debbono trascurarsi. Anzi qualche cosa dee dirsi ancora delle altre lingue. E quantunque ciò d'ordinario non voglia farsi che agli Articoli di *Gramatica generale*, dove un esempio latino o greco od ebraico, o ancora francese e inglese alle volte tornerà meglio d'un italiano: nondimeno potrebbe

pare-

parere un delitto che a certi termini proprj delle straniere gramatiche e delle lingue dotte singolarmente non si consecrasse un Articolo . Che direbbe infatti un Ebraista che presa in mano l' Enciclopedia non vi trovasse un Articolo sul participio *Benoni* o sulla conjugazion *Hithpahel* ? Chiaro è però che questi Articoli non debbon esser nè lunghi nè molti .

XXVII. L' ultima parte della Rettorica (quantunque per Demostene essa era la prima e la seconda e la terza), e l' ultima cosa che resti ad accennare è l'*Azione* . L' ordine Enciclopedico porta che ad essa riferiscansi alcune Arti , le quali per altro ancor fuor di ciò in nessun' altra classe si collocherebbero meglio che in questa . Tali sono l' *Istrionica* , la *Pantomimica*, e l'Arte della *Danza* , le quali a noi basterà d' aver quì nominate .

XXVIII. Nell' Albero , che aggiugniamo , potrà in un' occhiata vedersi tutta la divisione di questa classe .

Di un Socio della Regia-Imperial Accademia di Roveredo .

DIVI-

D I V I.

BELLE ARTI

liani
articolare

PIANO
DELLA CLASSE
STORICA

Non v' ha nell' Enciclopedia Francese ramo alcuno di scienza, che sia stato così trascurato, come quel della Storia; talche quasi si crederebbe, ch' essa non facesse parte del *deposito delle cognizioni umane*, che si è preteso di racchiudere e compendiare in quella grand' opera. Quindi volendosi intraprendere il lavoro di una Nuova Enciclopedia, è necessario il rivolgere a questa parte una singolare attenzione.

Se si volesse seguire il metodo de' Dizionarj storici, e inserire nella nuova Enciclopedia tutti gli uomini in qualunque genere illustri, disponendone in ordine alfabetico i nomi, e tessendone brevemente la vita, sarebbe ciò un ingolfarsi in un vastissimo oceano, che accrescerebbe a dismisura la fatica degli autori, il numero de' volumi, e la spesa de' compratori. Ma si può trovar modo di conseguire almeno in parte i vantaggi che da ciò verrebbono, sfuggendone insieme i danni.

Perchè meglio s' intenda qual piano debba tenersi nella parte storica dell' Enciclopedia, convien prima vedere ciò che comprendesi sotto il nome di Storia.

La scienza de' luoghi e la scienza de' tempi è necessaria allo studio della Storia; perciocchè insieme colla notizia de' fatti accaduti deesi aver quella de' luoghi e de' tempi in cui sono accaduti. La Geografia dunque e la Cronologia è necessaria alla Storia.

Ne' primi Tomi dell' Enciclopedia non si son notati i gradi di longitudine e di latitudine di ciascheduna Città; e a ciò converrà supplire nella Nuova Enciclopedia. Sopra ogni cosa si avverta, che sono infiniti gli errori dell' Enciclopedia Francese nella nomenclatura delle Città; molti sono gli Articoli inutilmente ripetuti, molti i nomi storpiati ec. Chi dovrà stendere questa parte, sarà bene che prima di ogni cosa si formi un indice alfabetico di tutti gli Articoli per assicurarsi, che nulla vi manchi, nulla vi sia di superfluo. Pertanto delle Provincie e de' Regni se ne debbono annoverare e distinguere le principali parti, e le più illustri Città, e non ommetterle come note a' fanciulli, come talvolta si è fatto nell' Enciclopedia Francese. Parlando delle Città si notin le fabbriche, e le altre cose più degne d' osservazione. Ne' fiumi si noti il lor corso.

La Cronologia abbraccia la cognizione de' tempi; ed essa nell' Enciclopedia è compresa sotto gli Articoli CRONOLOGIA, EPOCA, ERA ec., i quali però hanno bisogno di correzioni e di giunte, come potrà vedere chi sarà incaricato di tal materia.

Lo studio della Critica è parimente necessario alla Storia; perchè essa c' insegna a distinguere il vero dal falso, il certo dal dubbioso, il verisimile dall' inverisimile.

mile. L'Articolo CRITIQUE dell'Enciclopedia Francese non è abbastanza disteso per riguardo alla Storia, Si vorrebbe che in esso si desser le più accertate leggi della Critica riguardo alla Storia, valendosi di quelle che han date il le Clerc ec. e queste si potrebbero ivi accennare compendiosamente, rimettendo poi agli Articoli particolari di esse.

A questi tre studj, che sono come disposizioni a quel della Storia, si aggiugne quello delle Antichità, che servon di pruova alla Storia. *Iscrizioni*, *Medaglie*, *Diplomi*, sono i tre generi d'antichità, che danno ad essa maggior lume; e i loro Articoli però dovran contenere quanto può esser necessario ad avere una giusta idea e una sufficiente cognizione di tali studj.

Or venendo alla Storia, essa si può dividere in sei classi: Storia Favolosa, Storia Civile, Storia Sacra, Storia Genealogica, Storia Naturale, Storia Letteraria.

La Storia Favolosa comprende la Mitologia, ossia tutto ciò che appartiene alla Storia delle Divinità degl' Idolatri; delle quali perciò converrà ragionare secondo l'ordine alfabetico de' loro nomi, distinguendo esattamente le diverse opinioni de' diversi popoli, e osservando, ove è possibile, come le favole siano comunemente appoggiate su qualche fatto vero.

La Storia Civile è la Storia delle Provincie e delle Città, e delle principali loro rivoluzioni. Questa dev' esser distesa sotto i titoli di ciascheduna di esse. I primi Tomi dell' Enciclopedia Francese sono in ciò mancantissimi; gli ultimi son più copiosi di notizie, ma pieni di errori. Dovrassi dunque a ciascheduna Città, e a ciascheduna Provincia aggiugnere una relazion compendiosa delle principali loro vicende, de' cambiamenti di dominio ec. sarà bene ancora il nominar gli Scrittori che ci han dato la Storia di ciascheduna Città e Provincia.

Alla Storia Civile appartiene ancora la Storia delle Guerre, de' Trattati di pace, ec. e come tai cose hanno avuta l'origine dalle Provincie o dalle Città stesse, così se ne darà notizia nel parlare delle medesime.

Trattando di Regni o di Provincie che hanno, o hanno avuti Sovrani, sarà bene l'aggiugnerne la serie Cronologica.

La Storia Sacra abbraccia la Storia delle Religioni così delle vere, come delle false. La Storia del Vecchio Testamento, ossia del popolo Ebreo, si stenderà in breve agli Articoli EBREI, GERUSALEMME, *ec.* La Storia della Religion Cristiana sarà compendiata in breve generalmente all' Articolo CRISTIANESIMO. Quindi negli Articoli di ciascheduna Provincia si descriverà l'introduzione in essa della Religione medesima, le vicende che vi ha sofferte, ec. Si può riflettere se sia spediente l'aggiugnere a ciascheduna Città la serie de' suoi Vescovi; il che volendosi fare, potrà essere di grande ajuto il Dizionario Ecclesiastico del P. Richard, ove si trovano in gran parte. Certo non dovrà ommettersi la serie de' Papi all' Articolo ROMA.

Son parte della Storia Sacra 1°. la Storia degli Scismi; e di questi si stenderà la serie e un compendio storico all' Articolo SCISMA. 2°. La Storia de' Concilj, i quali si registreranno sotto ciascheduna delle Città, a cui appartengono così i generali, come i più celebri tra' particolari. 3°. La Storia delle Eresie, delle sette diverse, come di Maomettani, ec. la Storia delle quali si disporrà secondo l'ordine alfabetico de' loro autori. 4°. La Storia delle Religioni, la qual parimente verrà disposta coll' ordine stesso. In tutti questi capi, come ancora ne' precedenti, e in que' che seguono, si avrà l'avvertenza d'indicare gli autori che di ciascheduna materia ragionano più stesamente e più esattamente.

La Storia Genealogica abbraccia la Storia delle famiglie, e quella delle loro Divise, ossia il *Blasone*. Gli Enciclopedisti non debbon prefiggersi di formar la Genealogia di tutte le famiglie cospicue; ma solo di quelle che hanno o hanno avuto dominio; e ciò agli Articoli de' paesi o delle Città di cui sono stati Signori.

gnori. Quindi ciò si farà nell'atto medesimo di stender la serie de' Sovrani, come si è poc' anzi accennato. Riguardo al Blasone se ne daranno le notizie, e le regole principali sotto questo Articolo, e sotto quelli delle altre voci, che con esso han relazione, e si avrà inoltre l'avvertenza di segnar le Divise di ciascheduna famiglia sovrana, ove di essa ragionasi.

La Storia Letteraria comprende 1.° la Storia delle Scienze e delle Arti, dei loro progressi ec. Questa si estenderà negli Articoli, che a ciascheduna di esse appartengono, segnando i primi che han preso a coltivarla; i progressi in diversi tempi in essa fatti, le invenzioni e le scoperte. 2.° La Storia degli uomini illustri. Questa, per la ragione al principio accennata, non si può stendere facendo Articoli separati in ordine alfabetico, di ciascun uomo illustre. Si supplirà adunque in primo luogo assegnando sotto ciascheduna scienza gli Scrittori in essa più celebri; in secondo luogo ponendo sotto ciascheduna Città gli uomini in essa nati più famosi per lettere, e si potranno aggiugnere ancora i famosi per altri riguardi. Così si è fatto negli ultimi Tomi dell' Enciclopedia, benchè con molti errori, e con moltissime ommissioni. 3.° La Storia delle Scuole e delle Accademie: e di queste pure si parlerà secondo l'ordine alfabetico delle Città, a cui appartengono.

Quando alla Classe Storica s' aggiugne la Storia naturale, non s'intende di volere in questa classe comprendere la detta Scienza; solo s' intende che parlando delle Città e delle Provincie, sarà bene aggiugnere le produzioni naturali, che le arricchiscono, il che darà occasione di parlare del loro commercio.

Si può par ultimo considerare come un' appendice alla Storia il Trattato de' Riti sacri e profani, antichi e moderni, de' quali si dovrà ragionare secondo la serie alfabetica, che ci offrono i loro nomi; avvertendo solo di ben distinguere la loro diversità secondo i diversi tempi, e le diverse nazioni.

Ecco dunque la division della Storia.

I. Fondamenti della Storia.

1. Scienza de' tempi, o *Cronologia*.
2. Scienza de' luoghi, o *Geografia*.
3. Monumenti, cioè *Lapidi*, *Medaglie*, *Diplomi*.
4. *Costumi*.
5. *Critica*.
6. Arte di studiare e di scriver la *Storia*.

II. Storia Ecclesiastica.

1. Storia dell' *antico Testamento*.
2. Storia del *Testamento nuovo* e della Religion Cristiana.
3. Storia delle *Persecuzioni*, degli *Scismi*, delle *Eresie*.
4. Storia de' *Concilj*.
5. Storia de' *Papi*.
6. Storia degli *Ordini Religiosi*.

III. Storia Favolosa o Mitologia.

IV. Storia Civile.

1. Storia de' popoli e degl' Imperi antichi.
2. Storia de' popoli moderni, delle città ec.
3. Storia delle guerre, de' trattati di pace ec.

V. Storia Genealogica.

VI. Storia Letteraria.

1. Storia delle Scienze e delle Arti.
2. Storia degli Uomini dotti.
3. Storia delle Scuole, delle Accademie ec.

VII. Storia de' Riti.

1. Sacri } Antichi e Moderni.
2. Profani }

Del Sig. Ab. Girolamo Tirabofchi.

GIUNTA DELL' EDITORE.

PErchè gli Articoli delle Città d' Italia riescano pieni ed esatti abbiamo avuto la cura di spedire dovunque abbiamo corrispondenti le seguenti domande. Nondimeno come amiam meglio di aver troppe memorie che troppo poche, invitiamo chiunque ha zelo per l' onore della sua patria a somministrarcene. Ed ecco ciò che desideriam di sapere.

I. Qual è la latitudine o la longitudine di N? dove si avvertirà, se la risposta è fondata su osservazioni particolari e di chi.

II. Quali principali Città ha al Levante al Ponente ec. e quante miglia è discosta da ciascuna di esse? dove o si userà il miglio romano da settantaquattro e mezzo per grado, o si avvertirà in qual ragione sia al miglio romano il miglio particolare della Città, di cui per avventura si usasse.

III. Qual è l' estensione del territorio? dove se ne daranno i confini, e quanto più esattamente si può la misura del circondario, riducendo ancora l' estensione medesima a miglia quadrate.

IV. Se la Città è mediterranea o marittima? e se è marittima, qual sia la natura della piaggia e dell' acque rispetto all' ancoraggio e alla pesca, quale il porto ec.?

V. Quali i fiumi o i canali, navigabili o no, i laghi i torrenti ec. dove si noterà se vi sia qualche pesce particolare e proprio di quelle acque.

VI. Se nel territorio vi siano miniere o cave di marmi, e se si lavorino, e come, ed a chi appartengano?

VII. Qual sia la natura del terreno, se montuoso, piano, boschivo, paludoso ec.?

VIII. Quali i pascoli, la quantità e il genere delle greggie, e tutta la pastorizia del paese?

IX. Quale l' Agricoltura e i prodotti di grano, biade grosse e minute, vino, olio, cera, seta, lino, canapa ec.? dove sarebbe bene il dare una nota qual sia nell' anno medio la semente e il raccolto.

X. Quali sieno le principali Terre e molto più le piccole Città soggette, e come soggette?

XI. Se v' ha altri prodotti naturali osservabili in qualunque de' tre regni?

XII. Quale il numero delle anime nella Città, quale il numero de' Villaggi e delle anime nel territorio? e se la popolazione sembri scemare o crescere?

XIII. Quali le malattie proprie della Città o del territorio, e come soglian curarsi?

XIV. Quali le cose più osservabili nel materiale della Città? i vestigj d' antichità, le iscrizioni ec.?

XV. Quali le manifatture più considerabili? dove si darà ancora nel proprio dialetto un picciol Vocabolario de' termini proprj dell' arti, quando sien da' toscani notabilmente diversi: e questi termini o si spiegheran col toscano, o si diffiniran chiaramente, rappresentando eziandio dove occorresse in disegno la cosa per essi significata.

XVI. Quale il commercio attivo, passivo, d' economia ec.? dove se le misure, le monete, i pesi variino dalla capitale, ridurrannosi a questa regola.

XVII. Se ha Università, scuole pubbliche, Accademie di scienze, di belle lettere, di disegno ec.?

XVIII. Se ha Librerie pubbliche o private di molta considerazione, gallerie, musei, gabinetti di Storia naturale ec.?

XIX. Quale sia l' attuale stato politico della Città, il governo, i magistrati ec.?

XX. Quale sia lo stato militare? se ha fortificazioni, cittadella, presidio?

XXI. Se ha particolari statuti municipali, e in quali principali punti variano dal diritto comune?

XXII. Quando è stata fondata e da chi? a chi è stata soggetta? quali mutazioni ha sofferte nel suo governo?

XXIII. Se ha sostenuto assedj, se presso d' essa son seguite battaglie, se in essa si son fatti trattati di pace ec.?

XXIV. Quando abbia ricevuto la fede cristiana? chi sia stato il suo primo Vescovo?

ſcovo? e ſi darà la ſerie cronologica de' Veſcovi ovvero Arciveſcovi.

XXV. Se ha avuto Principi proprj, ſi darà la ſerie cronologica ancor di queſti.

XXVI. Si darà la ſerie degli uomini celebri nelle Lettere, nelle Arti del diſegno, o in altro, teſſendo brevemente l'elogio loro.

XXVII. Se vi ſia veruna ſtoria particolare di queſta Città, verun libro di memorie de' ſuoi Letterati, di deſcrizione delle ſue pitture o delle ſue fabbriche ec.? e in ſomma qualunque libro tratti particolarmente di eſſa, ſe ne darà per diſteſo il titolo, col luogo ed anno della ſtampa, ſcoprendone ancora l'autore, ſe il libro ſia anonimo ovvero pſeudonimo.

Si deſidera la verità la più ſcrupoloſa, l'eſattezza la più minuta, la brevità la più ſtretta. Infine ſi prega chiunque voglia farci tenere di tali memorie ad avvertircene prima per lettera, onde poſſiamo additargli la via più ſicura e men diſpendioſa.

PIANO
DELLA CLASSE
DELLE ARTI MECCANICHE E DE' MESTIERI

I. LE Arti che si dicon meccaniche sono trattate nella Enciclopedia di Parigi tanto maestrevolmente, che se v'ha in essa parte, cui sia difficile di migliorare, noi confesserem volentieri che appunto è questa. Ad ognuno son noti i rari talenti del Sig. Diderot, e l'instancabil pazienza, mercè di cui egli ha potuto internarsi in tutti i misterj i più reconditi degli artefici: e chiunque ha letto i begli Articoli usciti dalla sua penna, dee insieme aver conosciuto, che al pregio delle osservazioni corrisponde in essi la filosofica precisione e l'aureo nitor dello stile. Ma dopo di aver renduto questo debito omaggio di lodi al valente editor francese, noi osiamo nulladimeno di promettere al pubblico che neppure in questa parte la nostra fatica non sarà inutile.

II. Si sa che gli artefici delle diverse nazioni, benchè spesso si esercitino nell' arte stessa, non usano però sempre gli stessi artifizj. Nella Enciclopedia francese noi abbiamo le arti, quali esse son nella Francia: nell' Italiana noi faremo vedere quali sieno in Italia.

III. Il trasporto che ha la nostra nazione per le manifatture straniere, e il disprezzo che i più affettano per le nazionali non mi lascia dubitare che molti non esclamin quì subito, che ben meschina vuol essere questa classe in paragone dell' Enciclopedia di Parigi, se alla descrizione delle Arti Francesi noi sostituirem quella delle Italiane. Ma io prego questi Signori a sospender per alcun poco il loro giudizio, finattantochè io abbia pienamente esposto le nostre idee.

IV. E primieramente io non posso trattenermi dal dire, che questo disprezzo che alcuni si compiaccion d'avere per gli artefici dell'Italia, è un disprezzo ingiusto. Io confesso bensì che da Colbert a questa parte le manifatture francesi ban d'ordinario superato le nostre. Ma nego che le superino poi sempre, e nego che sia necessario che debbano superarle.

V. Per avere delle eccellenti manifatture par cbe null'altro richiedasi che la bontà della materia e l'abilità degli artefici. Or quanto alla bontà delle materie noi dobbiamo per verità invidiare a poche provincie. Non ogni terreno produce tutto. Ma se noi non abbiamo lane ugualmente fini che l'Inghilterra; la seta d'Italia è la miglior seta del mondo: e della Canapa del Bolognese, ch'è di gran lunga superiore a quella della Brettagna e di Riga, si tessono massimamente in Olan-

Olanda (e chi sa dirmi perchè non in Italia ?) bellissime tele.

VI. Qual fia poi il valore de' nostri Artefici potrebbesi forse argomentare abbastanza dalle arti del disegno in cui tutte le Nazioni ci debbon concedere di buono o di mal grado il primato. Ma fuori ancora di ciò, noi fummo i primi ad avere orologj, noi velluti, noi specchj: e molt' altri simili prodigj dell' arte umana gli stranieri gli apprefer da noi.

VII. E non è a dire che gl' Italiani contenti come in più altre cose della gloria dell' invenzione, si sieno dipoi lasciati vincere dalle altre nazioni. I velluti di Genova sono ancora i più ricercati: i Veneziani non cedono a chi che sia nella bellezza de' lor cristalli e nel raffinamento delle lor cere: celebri sono i bronzi gli argenti e le dorature di Roma: i lavori di pietre dure e i drappi di seta di Firenze: e piu altre città italiane si vantano d' altre egregie manifatture. La stampa nobilissima arte ha veduto alla nostra età rivivere ne' Comini i Manuzj; ed è stata portata in Parma dall'onoratissimo nostro Collega il Signor Bodoni al più alto grado di perfezione a cui fosse possibile. Noi non dobbiam quanto ad essa cedere in verun modo nè a Parigi nè a Londra: ed il non più oltre dell' arte è uscito da artefici Italiani in una città italiana e sotto gli auspicj di un Principe della più antica famiglia italiana.

VIII. Queste riflessioni vagliano a farci un po' meglio conoscere e stimar più noi medesimi. Quantunque non vorrei poi che ci lusingassimo sì facilmente, come que' nostri vecchi che Orazio riprende, d' esser saliti in tutto al sommo della fortuna, e di possedere qualunque arte meglio degli unti Achivi. L'Italia non ha avuto e forse non può avere un Colbert. Vero è che la Francia stessa avea dato ad uno de' nostri principati un ministro, che forse poteva emularne la gloria; e a cui non mancò che uno Stato più vasto e un erario più ricco per far tra noi rifiorire le Arti del pari almeno che tra' nostri vicini. Ma intanto convien confessare che nella maggior parte di esse ci restano ancora a far troppi passi.

IX. Eppure torno a ripetere non manca l' abilità negli artefici. A ciò che ho già detto potrei aggiugnere che in molte Città d' Italia molti io ne ho conosciuto capaci di uguagliare (quando vogliansi ancora pagar ugualmante) i più fini lavori d' Inghilterra e di Francia. Mancano dunque spesse volte gli stimoli, e spesse volte mancano le istruzioni. A quest' ultima parte almeno, che sola è in man de' privati, tenterem di supplire nella Italiana Enciclopedia.

X. Ed ecco il metodo che noi terremo. La moltitudine de' corrispondenti che noi abbiamo in tutte le più riguardevoli città d' Italia, ci pone in istato d' aver le memorie spettanti ad un'Arte da quella città in cui quell'Arte è più in fiore. Queste memorie varranno ad avere una Storia esatta dello stato in cui si trovan le Arti: ciascuna descriverà il mestiere di cui si tratta, gli strumenti e gli arnesi che ad esso servono, gli artifizj e le industrie che usan gli artefici, il lavoro che n' esce bello e finito. I nostri corrispondenti si proporran per modello gli Articoli del Sig. Diderot: i quali serviran loro eziandio dirò così d'una topica per le osservazioni che dovran fare negli edifizj e nelle botteghe. Noi non trascureremo nemmeno di cercare notizie sul punto stesso da luoghi diversi: e gli autori delle memorie aggiugneranno alla storia le lor riflessioni e le loro viste: massimamente dove paresse loro, che gli artefici mancassero di certe industrie che possono contribuire alla finezza e perfezion del lavoro.

XI. Tutte le memorie spettanti o ad una sol' arte, o ad arti affini tra loro, saran comunicate a una sola persona. Questa confronterà le memorie insieme, le paragonerà cogli Articoli del Sig. Diderot; non lascerà di leggere gli altri dizionarj o trattati d'Arti che abbiamo: e in fine meditato che avrà ogni cosa, stenderà l' Articolo generale che corrispon-

sponde al nome dell'arte. L'Articolo generale indicherà abbastanza quali altri subalterni sien necessarj ad esaurir la materia. E dove alcuno ne restasse mai fuori, la nomenclatura ne avvertirà abbastanza o gli autori o il direttor della classe o almen l'editore. Io mi riserbo di rivedere tutti gli Articoli di questa classe, e dove occorra, di rimpastarli. Un altro però ne farà il direttore. Tutti gli autori delle memorie, da cui trarrem qualche cosa, saran nominati.

XII. Credo di non lusingarmi vanamente se spero che un dizionario de' mestieri compilato con questo metodo e con questi presidj debba riuscire utilissimo. Noi avremo in esso la Storia dell'Arti come son presso noi. Ma vi avremo inoltre, per usare un vocabolo di Bacone, *le cose desiderate*. E queste cose desiderate tra noi, o son poste in pratica dagli artefici stranieri, o no. Se sì; additeremo l'usanza degli stranieri, e cercheremo di esporla sì nettamente, che un artefice di mediocre intelletto ci possa intendere. Nè solo faremo ciò quando l'Enciclopedia Francese ci serva di scorta: ma e ricercando le memorie dell'Accademie, e interrogando i nostri amici di Francia d'Inghilterra e d'Olanda, ci argomenteremo di fare in modo che niun artifizio che posseggasi dagli stranieri sia sconosciuto in Italia. Se poi ciò che manca a noi manchi ancora al resto del mondo, non lascerem di proporre modestamente non solo i nostri desiderj, ma ancora le nostre idee; e que' tentativi che parrebbeci opportuno di fare, o che taluno di noi avrà fatti.

XIII. Per ora non crediam di dover dare su ciò altro più minuto indirizzo. Se non che vuole accennarsi in questa più che in ogni altra classe, qual uso debba farsi de' vocaboli, e quale delle figure. Perchè quanto a' vocaboli appena v' ha due Città in Italia singolarmente fuor di Toscana, in cui lo stesso istrumento e la stessa azion d'un artefice si appelli col medesimo nome. Una voce usa il Toscano, un'altra il Lombardo, il Veneziano una terza, una diversa il Napoletano. Ed in tal arte forse avverrà che se un Artefice Veneziano vada ad acconciarsi nella bottega d'un Fiorentino o d'un Bolognese, costoro s' intenderan tanto tra se, quanto Spagnuoli e Tedeschi. Se dunque ne' termini delle Arti noi oseremo sempre il toscano solo, il nostro lavoro varrà al resto d'Italia poco più che se fosse scritto in lingua straniera. Eppur noi vogliamo giovare a tutta l'Italia ugualmente.

XIV. Pertanto rendasi pur di buon animo al dialetto toscano l'onore di cui è in possesso da quattro e più secoli: e i vocaboli che son in bocca agli artefici sulle sponde dell'Arno, antepongansi a quelli che risuonano lungo le rive dell' Adria, del Po, del Tevere, e del Sebeto. In somma nel corpo degli Articoli si usi pur sempre la voce toscana. Ma chi vorrà proibirci che noi avvertiamo per esempio che le bandelle e il saliscendi e la nottola de' Fiorentini, sono le bertuelle e il saltarello e la zicchignola de' Veneziani? Altrimenti il Veneziano artiere, e fors' anche il nobile, non saprebbe per *nottola* intender altro che *pipistrello*. Questa parte adunque della nostra Enciclopedia sarà il Dizionario non dirò delle sette lingue, ma talvolta delle dodici e delle trenta. Perchè ad ogni Articolo d'Arte, quando il termine toscano non sia comune a tutta l'Italia, lo interpreteremo in tutti i dialetti, niuna lasciando delle voci notabilmente diverse, che potran giugnere a nostra notizia.

XV. Di tutte queste voci, che altri forse chiamerà barbare, ma che spesso sono bellissime e assai spieganti, noi formeremo in fine un indice per alfabeto; in cui si porrà a fronte di ciascuna la corrispondente toscana, che varrà altresì ad insegnare il luogo dell' Enciclopedia dove trattasi della cosa per essa significata. E questo sarà a nostro avviso il più utile Vocabolario dell'Arti che possa desiderarsi ad uso comun dell' Italia. Questa è un' opera che ci manca: e certo è stato gran danno che Daniello Bartoli non ab-

abbia dato alle stampe quel suo libro che aveva già in qualche buon essere: *de' vocaboli proprj d' ogni arte e d' ogni professione così di puro ingegno, come altresì di mano ec.* (*Non si può*: Giunta alla pref.) Ma in verità quando pur vi fosse quest' opera, non sarebbe di tanto uso di quanto alcun pensa. Chi sa il termine fiorentino appena avrebbe bisogno di consultarla: e chi nol sa o vuol saperlo, come e dove e sotto qual lettera lo cercherebbe? Laddove ad ognuno è facile il sapere il vocabolo proprio degli artefici del suo paese. Or per servirsi del nostro indice basterà saper questo: questo condurrà dirittamente al toscano, e il toscano all' Articolo, in cui la materia corrispondente è trattata.

XVI. Ma de' vocaboli è detto abbastanza. Veniamo alle figure. Intorno alle quali ecco la massima che tutti gli Enciclopedisti e singolarmente gli Autori di questa Classe debbono avere dinanzi agli occhi. Niuna manchi delle necessarie, e niuna abbia luogo delle superflue. Così si provvederà alla chiarezza insieme e all' economia. Chiaro è che se noi vogliamo render comuni più che si può le cognizioni raccolte in quest' opera, non convien ributtare veruno col prezzo eccessivo. Ed io non ho difficoltà d' asserire, che la nostra edizione sarebbe più utile di tutte l' altre, sol che costasse meno di tutte l' altre. Essa sia dunque per quanto si può piena e perfetta per parte delle materie; sia monda anzi pure elegante per parte de' caratteri e della stampa; sia fornita eziandio di quelle figure, senza cui non potrebbersi fuorchè a stento intendere alcuni articoli: ma la pompa e il lusso e quella spezie di gloria che può parere l' accrescer piuttosto che scemare il numero delle figure, sacrifichiamola volentieri al vantaggio di quelle persone di lettere, a cui venti zecchini di più o di meno non sono una somma così indifferente; e vuol dire alle più. Io torno dunque a ripetere: Niuna figura manchi delle necessarie, e niuna abbia luogo delle superflue.

XVII. Ma quali figure debbono riputarsi superflue? Tutte quelle che non giovano all' intelligenza. Or alcuni strumenti, alcune azioni del manifattore, in somma alcune cose spettanti alle Arti ottimamente s' intendono senza figura. Ognun capisce senza figura che cosa sia *lima*. E se delle lime ve ne ha per così dire infinite sorte, assai meglio forse possono individuarsi colle parole che colle figure. Di nuovo alcune cose senza figura difficilmente possono intendersi. Tali sono certi strumenti meno comuni; tali d' ordinario le macchine ancor semplicissime, che adopransi in più mestieri. In fine cert' altre cose non possono intendersi neppure colla figura, se non forse da chi le conosceva già prima. E a questa classe appartengono e certe macchine compostissime, e tutti d' ordinario i giuochi di mano degli artefici e manifattori. Or la figura è ugualmente inutile e quando tutto s' intenda senza essa, e quando per essa non intendasi nulla di più. Si lascino dunque e le une e le altre del pari: e quelle sole si disegnino e s' incidano in rame, che o son necessarie o almeno son utili all' intelligenza.

XVIII. E se la lingua italiana diventa un dì lingua morta, chi intenderà allora che cosa fosse a' nostri tempi un martello e una pialla? Questa riflessione ha fatto moltiplicar le figure agli editori francesi. Nè io voglio riprovare la loro sollecitudine. Dirò bensì che poichè essi hanno sì ben provveduto a' secoli più rimoti, noi possiamo starcene col nostro cuor quieto e contentarci di esser utili a' più vicini. Possibile che periscano interamente tante migliaja d' esemplari dell' Enciclopedia di Parigi di Livorno e di Lucca? Or sol che rimangane alcuno, gli eruditi del Secolo quarantesimo ne avranno per questo bisogno abbastanza. Eppure ecco ciò che noi vogliam fare per soddisfar tutti. Negli Articoli d' Arti non solo ci riporteremo alle figure, che avremo giudicato a proposito di aggiugnere alla nostra edizione: ma ancora dove le avremo stimate superflue, e non-

di-

dimeno vi sarà nella Enciclopedia di Parigi una figura che in qualche modo appartenga alla materia che noi trattiamo; e noi citeremo l' Enciclopedia di Parigi e la figura che si dà in essa per ispiegare quell' istrumento, quel giuoco di mano ec. Così lascerem senza scrupolo e gli spaccati delle botteghe, e gli strumenti più volgari, e gli atteggiamenti degli artefici, e le macchine troppo composte, e mill'altre cose, che o per l' uno o per l'altro de' due titoli che abbiam detto, ci sembran superflue. E nondimeno chi bramerà di vederne il disegno, e vuol dire uno per mille de'nostri lettori, saprà dove dee cercarne: e questi stesso s' aggraverà forse meno di dover ricorrere una volta a una biblioteca per vedere un tomo dell' Enciclopedia di Parigi, che di pagare la nostra venti zecchini di più.

XIX. Rimane a dire della divisione di questa classe, la quale è forse più d'ogni altra arbitraria. Tuttavolta sotto due aspetti principalmente possono considerarsi le Arti, o secondo le materie che impiegano, o secondo gli usi della vita a cui servono. Sotto il primo la storia e la descrizione dell'Arti è un ramo della storia della natura: sotto il secondo della storia dell' uomo. Alla storia naturale infatti dopo Bacone le han riportate gli editori francesi: e noi vogliamo seguirli in gran parte. Ma nondimeno giudichiamo più utile l' accennar la seconda divisione altresì. Soggiugneremo dunque quasi due Alberi in cui tutte le Arti vedrannosi distribuite.

XX. Le ARTI e i MESTIERI pongono in opera i prodotti de' tre regni MINERALE, VEGETABILE, ANIMALE.

Del MINERALE I. i metalli, II. le pietre dure e preziose, III. i cristalli e i vetri. IV. i marmi e altre pietre ed ogni genere di selci, sabbie, crete, terre ec.

I. De'Metalli 1. *l' oro e l' argento* ch'è posto in opera dall' Orefice, dall' Argentiere, dal Monetiere, dal Battiloro, dal Filaloro, dall' Indoratore ec.

2. *Il ferro e l' acciaio* ch' è posto in opera dal Fabbro-ferrajo, dall' Armajuolo, dallo Spadajo, dall' Archibusiere, dal Coltellinajo, dall' artefice di corde sonore, dal Lattajo cioè da chi distende quella lamiera di ferro che chiamiam latta, e da chi ne fa imbuti cioccolattiere lanterne ec.

3. *Il rame*, dal Battirame, dal Calderajo ec.

4. *L' ottone il peltro il bronzo*, dall' Orologiajo, dall' Ottonajo, dal Peltrajo, dal fonditor di Cannoni e Campane ec.

II. Delle pietre dure e preziose si servono il Giojelliere, il Lapidario, l' Artefice di Mosaici di pietre dure ec.

IV. De' marmi, pietre, terre ec. il Tagliapietre, il Fornaciajo, il Muratore ed il Capomaestro, lo Stuccatore, lo Scagliolajo, il Terrazzajo, l'Imbiancatore, il Tintore, ec. il Pentolajo, lo Stovigliajo in porcellane, majoliche ec.

III. De' cristalli e de' vetri il Vetrajo e Bicchierajo, lo Specchiajo, l' Occhialajo, il Finestrajo, il Perlajo, il Margheritajo ec.

Del VEGETABILE si pongono in opera I. il legname, II. i lini, canape, cotoni ec. III. le biade, frutta ec.

I. Il legname è lavorato dal Segatore, dal Legnajuolo, dal Carradore, dal Carrozzajo, dal Bottajo, dal Tornitore, dallo Scatolajo, dall' Ebanista, dall' Intagliatore, dal facitore di ceste ec. dal facitor d' organi di violini ec. ec.

II. De' lini ec. servesi il Cordajuolo, il Linajuolo, il tessitore di tele fustagni ec. il facitore di passamani cordoni ec. il facitor di merletti, il Cartajo, e poi della carta lo Stampatore e quant' altre arti han relazione alla tipografia.

III. Delle biade, frutta ec. il Mugnajo, il Pistore, il Fornajo, il Lasagnajo, il Fattojano ec. (V. AGRICOLTURA) il Confettiere, l' Acquafrescajo, il Fiorajo ec.

Dell' ANIMALE. I. Le pelli. II. La lana. III. La seta. IV. La cera, V. i capelli.

I. Intorno alle *pelli* si occupa il Cojajo o Conciatore, il Pellicciajo, il Guantajo, il Sellajo, il Calzolajo, l' Orpellajo

pellajo o facitor di corami a oro.

II. Intorno *alla lana* lo Scardassiere, il Follatore, il Pannajuolo, il Cappellajo, il Materassajo, il facitor di bottoni ec.

III. Intorno *alla seta* l' artefice di trar la seta, il Filatojajo, il tessitor di velluti, di rasi ec., il Calzettajo, il Ricamatore ec.

IV. Intorno *alla cera* il Raffinatore, il Cerajuolo ec. il facitor d' incerati, e quindi l' Ombrellajo ec.

XXI. Le Arti e i Mestieri servono agli usi della vita, cioè I. all' abitazione, II. al cibo, III. al vestito ec.

I. A fabbricare l' *Abitazione* concorrono il Muratore, il Legnajuolo, e presso che tutti gli artefici che lavoran le pietre le terre il legname il ferro ec.: ad ornarla il Tappezziere che usa de' lavori di seta, di lana ec.

II. Al *Cibo* servono il Macellajo, il Salsicciajo, il Cuoco, e quanti a' adoprano intorno alle biade, frutta ec.

III. Al *Vestito* provvede il Sartore che mette in opera i lavori de' tessitori e di più altri artefici d' oro, di cotoni, di lane, di sete ec.

XXII. Questa seconda divisione abbiamo appena voluto accennarla per non ripetere il detto. Del resto ognun vede come a questi e a più altri usi della vita or di necessità or di lusso, or di pace or di guerra, possono facilmente richiamarsi tutte le Arti. Ma ciò che abbiamo accennato basta e perchè tutti si formino una qualche idea del soggetto di questa classe, e perchè chiunque prende la cura di scriver d' un' Arte, vegga dentro a quali confini egli debba tenersi.

A. Z.

ANATOCISMO

ARTICOLO *d'un Regio Professore di Mattematica d'una celebre Università della Lombardia Austriaca.*

ANATOCISMO. Parola derivata dal Greco, cioè da *ἀνὰ*, che nelle parole composte significa *ripetizione*, e da *τόκος* che significa *usura*, usurpata poscia latinamente da Cicerone nelle sue Lettere ad Attico ed ammessa alla cittadinanza romana, e passata quindi senza alterazione in parecchie altre lingue.

L'Anatocismo pertanto altro non è, se non quella specie di contratto, nel quale si stipula un inreresse sopra l'interesse medesimo unito al capitale, e che però suole volgarmente denominarsi *interesse d'interesse*, o *interesse composto*. Lasciando ad altri la cura di esaminare questa sorta di contratti dalla parte della Politica e della Morale, noi ci proponghiamo di brevemente rintracciarne l'indole, e scandagliarne le proprietà dalla parte della Mattematica.

Tutti i Problemi riguardanti l'interesse composto, le (*) Annuità arretrate, le compre delle Annuità ec. si riducono ordinariamente ad una progressione geometrica, della quale conviene sommare i termini per ritrovare il valore che nel Problema si cerca. Ma vi ha un metodo facile e speditissimo di sciogliere tutti i Problemi di tal fatta indipendentemente dalle progressioni geomerriche, il qual metodo si riduce in sostanza a ciò che segue.

Chiamasi M il montante di un anno di una delle monete in corso ne' diversi Paesi, per esemplo di uno scudo, vale a dire il capitale d'uno scudo unitamente all'interesse prodotto in un anno. Egli è manifesto, che essendo il capitale d'uno scudo nel termine del primo anno divenuto M, in due anni diverrà M^2, in tre M^3, e generalmente in n anni il montante d'uno scudo sarà M^n; posciachè 1. scudo stà al suo montante M del primo anno, come stà lo stesso M lasciato a frutto nel secondo anno al montante M^2, e così discorrendo del resto. Se ora si nomina C un dato capitale lasciato a *frutto composto* per lo spazio di n anni, e P il suo montante o prodotto in quel tempo, si ottiene l'ugualtà $M^n C = P$; imperocchè stà 1. scudo al suo montante M^n in n anni, come stà il capitale C al suo montante $M^n C = P$ nel medesimo tempo. Da questa ugualtà raccogliesi la soluzione de' quattro seguenti Problemi.

I. Cercasi P

$$P = M^n C$$

II. Cercasi C

$$C = P\frac{P}{M^n}$$

III. Cercasi M

$$M = \sqrt[n]{\frac{P}{C}}$$

IV. Cercasi n

$$n = \frac{\log. P - \log. C}{\log. M}$$

Per-

(*) Permettasi in grazia della brevità questo Anglicismo derivato dalla parola inglese *Annuity* equivalente alle tre Italiane *Pensione Annua Vitalizia*.

Per ciò che ſpetta alle Annuità arretrate (*Ved.* ANNUITA') , chiamata A l'annuità , ed R il montante , a cui eſſa è ſalita in n anni di arretramento , ne' quali non ſi è percepita ; appariſce aſſai chiaro , che un tal montante altro non è che l' aumento prodotto in n anni del primitivo capitale meſſo ad annuità . Ora eſſendo $M - 1$ l' aumento d' uno ſcudo in un anno , ovvero il ſuo intereſſe , ed $M^n - 1$ l' aumento dello ſteſſo ſcudo in n anni , ſi ha l' analogia : Come l' aumento $M - 1$ d' uno ſcudo in un anno al ſuo aumento $M^n - 1$ in n anni , così l' annuità A , che è l' aumento del primitivo capitale nel primo anno all' annuità arretrata per n anni , cioè $\frac{A(M^n - 1)}{M - 1} = R$, Quindi ſi trae la ſoluzione de' quattro Problemi ſeguenti.

I. Domandaſi R.

$$R = \frac{A(M^n - 1)}{M - 1}$$

II. Domandaſi A.

$$A = \frac{R(M - 1)}{M^n - 1}$$

III. Domandaſi n

$$n = \frac{\log.(R(M - 1) + A) - \log. A}{\log. M}$$

IV. Domandaſi M.

$$M^n ** \ldots - \frac{R}{A} M + \frac{R}{A} - 1 = 0$$

la radice di queſta equazione dà ciò che ſi cerca .

Quanto alla compra delle Annuità per un dato numero d' anni , convien oſſervare , che il prezzo o valore preſentaneo dell' Annuità da godersi per n anni debbe eſſer tale , che poſto ancor eſſo ad intereſſe compoſto produca in n anni un montante uguale a quello , che vien prodotto nello ſteſſo tempo dall' annuità . Chiamato V il valor preſente in contanti della data Annuità da percepirſi per n anni , ci ſi preſenta l' analogia : Come M^n montante di uno ſcudo in n anni ſtà ad 1 ſcudo , cioè al ſuo valor primitivo o al ſuo prezzo preſentaneo , così ſtà il montante $\frac{A(M^n - 1)}{M - 1}$ dell' annuità in n anni al ſuo prezzo preſentaneo $\frac{A(1 - \frac{1}{M^n})}{M - 1} = V$. Ed ecco lo ſcioglimento di quattro Problemi .

I. *Si vuol conoſcere* V .

$$V = \frac{A(1 - \frac{1}{M^n})}{M - 1}$$

II. *Si vuol conoſcere* A

$$A = \frac{V(M - 1)}{1 - \frac{1}{M^n}}$$

III. *Si vuol conoſcere* n

$$n = \frac{\log. A - \log.(A - V(M - 1))}{\log. M}$$

IV. *Si vuol conoſcere* M

$$M^{n+1} - M^n ** \ldots + \frac{A}{V} = 0$$
$$- \frac{A}{V} M^n$$

dalla riſoluzione di queſta equazione ſi troverà il valore di M .

Reſta a vedere ſe l' intereſſe compoſto ſia alcuna volta meno oneroſo al debitore che non è l' intereſſe ſemplice . Un ſommo Geometra vivente proponendo all' eſame del Filoſofo moraliſta la quiſtione , *Se l'intereſſe compoſto ſia in ſe ſteſſo più contrario alla morale che l' intereſſe ſemplice* , ſoggiunge tantoſto : *Si potrebbe far vedere in queſt' occaſione (e queſta è un' oſſervazione che noi crediamo nuova e importante) che ſe l' intereſſe compoſto è più oneroſo al debitore che l' intereſſe ſemplice , allorchè il debitore eſtingue il ſuo debito dopo quel laſſo di tempo , per rapporto al quale l' intereſſe è ſiſſato ; l' intereſſe compoſto è per lo contrario fa-*

vorevole al debitore, allorchè questi estingue il debito avanti quel tempo. Questa proposizione per la sua singolarità merita di essere generalmente dimostrata: il che noi eseguiamo così:

Abbiamo veduto che il montante dell' Annuità in n anni è $= \frac{A(M^n - 1)}{M - 1}$. Ma secondo la natura dell' interesse semplice farebbe questo montante $= nA$. Basta dunque provare che $\frac{(M^n - 1)}{M - 1}$ è $< n$, quando n sia una vera frazione. Suppongasi per maggior chiarezza $n = \frac{r}{u}$ e sieno r, u due numeri interi, ed $r < u$. Poichè è $M > 1$, sarà $M^r < M^u$, e quindi $M^{\frac{r}{u}} < M$. Ora essendo la curva logaritmica da per tutto convessa verso l'Asintoto, è facile il vedere che trattandosi di due quantità maggiori dell' unità e supposto log. $1 = 0$, il quarto proporzionale dopo il logaritmo della quantità maggiore, cioè log. M, dopo il logaritmo della quantità minore, cioè log. $M^{\frac{r}{u}}$, e dopo l' eccesso della quantità maggiore sopra l' unità, cioè $M - 1$, dee essere maggiore dell' eccesso della quantità minore sopra l' unità medesima, cioè dee essere maggiore di $M^{\frac{r}{u}} - 1$; sarà dunque $M^{\frac{r}{u}} - 1 < \frac{(M - 1)\ \text{log.}\ M^{\frac{r}{u}}}{\text{log.}\ M}$, e però $\frac{M^{\frac{r}{u}} - 1}{M - 1} < \frac{\text{log.}\ M^{\frac{r}{u}}}{\text{log.}\ M}$, cioè $\frac{M^{\frac{r}{u}} - 1}{M - 1} < \frac{r}{u}\ \frac{\text{log.}\ M}{\text{log.}\ M}$, e finalmente $\frac{M^{\frac{r}{u}} - 1}{M - 1} < \frac{r}{u}$; che è appunto quello che si dovea dimostrare.

LOT-

L O T T O

ARTICOLO *del Sig. Giovanfrancesco Malfatti di Ala Professor Pubblico di Geometria e d'Analisi nella Pontificia Università di Ferrara.*

LOTTO. Giuoco d'azzardo, con cui, sotto la legge di certe regolate ma leggieri contribuzioni per parte di chi giuoca, si contribuiscono per parte di chi ne ha l'impresa o somme di denaro, o anche merci di varj generi chiamate comunemente grazie in premio di que' giuochi che adempiono esattamente alle difficili condizioni, alle quali è legato il rilascio delle grazie o somme suddette.

I Lotti sono o pubblici o privati. Alcune Città d'Italia abbondano di Lotti privati, de'quali ordinariamente si fa capo una bella Impresaria, che vuol alienare con riputazione qualche galanteria dismessa e fuor di moda del suo mondo muliebre; ed ivi quegli uomini, che amano di vivere in società e tra le liete brigate, bene spesso han la fortuna di essere invitati, ma forse più spesso la disgrazia d'essere infastiditi perchè mettano a un Lotto.

I Lotti pubblici sono sempre autorizzati dal Principe; e si aprono in suo nome, o veramente in nome di colui, a cui il Principe sotto la condizione di un'annua corrisposta ne ha concesso l'impresa. Non si costumano in Italia quelle varie sorte di Lotti, che hanno molto corso in Olanda, in Francia, e in Inghilterra, ai quali dà occasione qualche causa pia, o qualche bisogno urgente dello Stato. In questo Paese non si conosce altro Lotto pubblico, che il Lotto di Genova, così chiamato, perchè ivi fu posto prima in uso, sebben poi sia stato accettato da Venezia, Roma, Napoli, Firenze, e da qualche altra Città Italiana.

Io non dirò in che esso consista, perchè, attesa la passione che ha l'Italia per questo giuoco, non che uomo gentile, non v'ha quasi pezzente tra noi, che ne ignori le leggi, e non abbia anzi più volte rischiato il denaro, che era necessario pel suo pan giornaliero, sulla speranza di trarsi di dosso i cenci colla vincita d'un buon terno.

Al fomento di questa passione contribuiscono moltissimo gli Autori de'nostri Lunarj, in molti de'quali viene ogni anno serbata qualche pagina per l'esposizione metrica de' risultati numerici cavati da qualche ridicola Cabbala. In essa i creduli, che non son pochi, vi trovano sempre i veri numeri del lotto, ma però dopo che se n'è fatta l'estrazione.

Ho detto che l'Italia non ha altro Lotto pubblico, che quello di Genova, perchè non conto tra i pubblici quelli che talvolta son tollerati dai Magistrati nelle Fiere o in tempo di Carnovale, e servono al popolo di passatempo, e giovano a qualche mercante per ismerciar con vantaggio i fondi della sua bottega, che resterebbero senza questa industria invenduti.

Di tal sorta era quello, che pochi anni fa introdusse in una delle nostre Città un accorto Merciajo, sebbene no'l potè a lungo sostenere, perchè dalla equità e vigilanza di quel Governo fu ben presto proibito. Costui aveva posto 30. biglietti in un'urna, ne' quali erano scritti de' numeri da 1. fino a 30. Colla contribuzione di un paolo per parte del giocatore si cavavano dall'urna quattro di questi biglietti, e si faceva la somma de' numeri in essi contenuti; e ad ogni somma corrispondeva una grazia, cosicchè il giocatore era sicuro di non dover

tor-

tornare a casa a mani vuote. Ma queste grazie, oltre che per lo più consistevano in fiocchetti da polvere, carte di spille, o cose simili, erano fissate senza le proporzioni debite alla difficoltà d' incontrar piuttosto in una, che in un' altra somma. Cotali anomalie eran però tutte a favore dell' impresa: e basta dire, che alle somme 10, 11, 113, 114, ciascuna delle quali non ha che una sola combinazione, era stata assegnata la grazia di un oroiogio d' oro del valore di 14. o 15. zecchini; laddove, essendo 27405 tutte le combinazioni possibili di 4 numeri in 30, per fare un giuoco pari, si avrebbe dovuto promettere una grazia del valore di Scudi Romani 685 all' incirca per le due minime e per le due massime somme.

La novità di questo Lotto ha fatto nascere la presente indagine della sua indole, ed ha prodotto la soluzione de' 4 Problemi che seguono, l' ultimo de'quali è generalissimo, perchè in esso supponendosi qualunque il numero de' biglietti che sono nell' urna, e qualunque il numero di quelli che si devono estrarre, si determinano i numeri delle combinazioni che corrispondono a qualunque delle possibili somme. E con ciò, serbata ancora una certa maggior probabilità di guadagno per chi volesse rinnovare un tal Lotto, si potranno proporzionare le grazie alle contribuzioni de' giocatori con quella equità, senza la quale non merita di essere in nessun modo tollerato.

Per chi vuole appieno istruirsi de' gradi di probabilità di vincere o di perdere, che hanno i giocatori negli altri Lotti d'Olanda e d' Inghilterra, e in quelli che si chiamano da' Francesi *Tontine*, parecchi trattati eccellenti possono essere utilissimi, tra' quali il libro della Dottrina degli Azzardi di Abramo Moivre, illustrata recentemente dai celebri PP. Gaeta e Fontana; i Saggi di Huyguens sopra il calcolo de' probabili; l' *Ars conjectandi* di Jacopo Bernoulli; lo *Specimen artis conjectandi* di Niccolò suo Nipote; l' *Essay des jeux de hazard* di Moomort; e l' articolo LOTTERIE nell' Enciclopedia Francese del chiarissimo Sig. d' Alembert. Ma noi torniamo al nostro Lotto; e sia

PROBLEMA I.

Dato un certo numero di termini della serie Aritmetica de' numeri naturali, trovare in quanti modi con due di que' diversi numeri sommati insieme si possa formare qualunque numero, che sia una delle dette somme.

I. Sia la serie de' numeri naturali $1, 2, 3, 4 \ldots\ldots m-2, m-1, m$. Egli è evidente, che avrassi la minima somma possibile, col sommare i due primi termini $1, 2$, che fanno 3, e la somma massima col sommare i due ultimi $m, m-1$, che fanno $2m-1$.

II. Di più è chiaro, che il numero 3 fatto dai due primi numeri $1, 2$ presi in somma non ha, che quell' unica combinazione. Perchè se combiniamo il primo termine 1 con qualunque altro numero della serie maggiore di 2, faremo una somma maggiore di 3, e molto più se in vece di 1, ci serviremo di altro numero con qualunque altro della serie combinato.

III. Lo stesso vuolsi dire ancora della somma massima $2m-1$, la quale non può avere che una sola combinazione de' due ultimi termini presi in somma; mentre se m numero maggior di tutti si combina con qualunque altro diverso dal prossimamente minore $m-1$, si farà una somma minore di quella che risulta dagli ultimi due combinati; e molto più, se in vece di m adopreremo qualunque numero della serie, che con qualunque altro si sommi.

IV. Posto che la somma minima è 3, si vede subito, che la somma prossimamente maggiore è 4, il qual numero se esamineremo in quanti modi diversi possa risultare dalla unione di due numeri della serie, troveremo, che 1 combinato col terzo numero 3 produce la somma 4; onde unica è pure la combi-

binazione di due numeri della ferie, che poffano fare 4. E parimente vedremo, che la fomma dell'ultimo termine m coll' antipenultimo $m-2$, che fa $2m-2$, non può avere che quell' unica combinazione.

V. Ma alla fomma 5, che è la fuffeguente di 4 corrifpondono due combinazioni; la prima nafce dal fommare infieme 1 con 4, l'altra dal fommare infieme 2 con 3; e fervendoci di numeri diverfi noi faremo fempre una fomma o maggiore o minore di 5. Similmente alla fomma, che nafce dall' unione dell' ultimo numero m col quarto in ordine, tornando indietro, $m-3$, che fanno $2m-3$, abbiamo una fomma eguale coll' unire gli altri due numeri medj $m-1$, $m-2$, i quali pure fommati fanno $2m-3$; nè in neffun altro modo fi potrà ottenere la fteffa fomma. Onde due pure faranno per quefta le combinazioni.

VI. Continuando per alcuni altri termini di fomme l'efame, fi vedrà, che alla fomma di $1+5=6$ corrifpondono due combinazioni; all' altra $1+6=7$ tre combinazioni, ed altrettante alla feguente $1+7=8$: ed eguali numeri di combinazioni fi troveranno, quando fi prendano le fomme de' numeri analoghi, cominciando dal maffimo m la ferie, e tornando indietro egualmente.

VII. Offervo inoltre, che la ferie de' termini efprimenti i numeri delle combinazioni per le fomme che principiano dalla minima 3, procede con quell' ordine 1, 1, 2, 2, 3, 3, ec.; e che col medefimo ordine vanno i numeri delle combinazioni per le fomme decrefcenti, quando la ferie incomincia dal maffimo numero m. Ora, poichè quefta ferie tanto crefce afcendendo, quanto difcendendo, è chiariffimo, che vi farà una fomma media tra la minima e la maffima, la quale avrà il numero maffimo di combinazioni, e che quefta fomma media farà ugualmente diftante dalla minima 3, e dalla maffima $2m-1$. Ma la ferie delle fomme 3, 4, 5, 6..... $2m-1$ è una ferie aritmetica; e fi fa che il medio aritmetico tra due numeri è ugualmente diftante dai fuoi eftremi. Dunque il numero che fia medio aritmetico tra la minima fomma 3, e la maffima $2m-1$, farà quella fomma, che ha il maffimo numero di combinazioni. Quefto medio aritmetico è $\frac{2m-1+3}{2}$ $=m+1$ cioè uguale alla fomma efpreffa dall' aggregato del primo e dell' ultimo termine della ferie de' numeri naturali 1, 2, 3, 4, 5, ... m. Quefto dunque avrà il maffimo numero di combinazioni. Quindi, fe farà $m=6$, effendo la ferie intera delle fomme 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, alla quale corrifponde la ferie delle combinazioni 1, 1, 2, 2, 3, ec., la fomma del maffimo numero di combinazioni effendo $m+1$, farà nel noftro cafo 7, cui nell' altra ferie corrifponde 3, che farà appunto quello maffimo numero. Se farà $m=7$, il numero maffimo delle combinazioni farà alla fomma 8, e così fi dica per le altre ipotefi.

VIII. E' però neceffario fare un' altra rifleffione full' indole di quefta ferie. Se nella ferie de' numeri naturali 1, 2, 3, 4.... m il numero m foffe infinito, unica farebbe la legge della ferie, che dà i numeri delle combinazioni per qualunque data fomma; e fi troverebbe quefta ferie progredire così 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, ec. di cui l'andamento è chiaro per tutti i termini fuffeguenti; nè potremmo mai arrivare alla fomma di numero maffimo di combinazioni, la quale effendo $m+1$ difterebbe fempre per un numero infinito di termini dalla prima fomma 3; e per confeguenza i numeri ancora della ferie delle combinazioni anderebbe fempre crefcendo di un' unità dopo due eguali fenza raggiunger mai quefto numero maffimo, che noi cerchiamo.

IX. Ma quando m è numero finito, la legge della ferie delle combinazioni va bensì coll' ordine fopra indicato, però fino ad un certo fegno, perchè più oltre procedendo nei termini, converrà da quefti fottrarre fucceffivamente i termi-

mini di un'altra serie, come vedremo or ora chiaramente.

X. Supponiamo per esempio $m=6$; sarà la serie intera de' numeri naturali 1, 2, 3, 4, 5, 6; la serie delle somme 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11; e la serie de' numeri delle combinazioni fino alla somma 7, che è quella del massimo numero, 1, 1, 2, 2, 3. Se la prima serie de' naturali si accresce di uno o più termini, non perciò si potrebbe formare la somma 7 più di tre volte, perchè essendo il numero prossimo a 6 appunto il numero 7, se questo si combina con qualunque altro numero della serie, si farà sempre una somma maggiore di 7. Onde o siano sei i termini della prima serie, o quant' altri di più si voglia, non potrà avere la somma 7 nè più nè meno di tre combinazioni.

XI. Ma non si può già dire lo stesso per la somma 8, la quale in sei numeri dati di serie non può avere che due combinazioni, una sommando 6 con 2, l'altra sommando 5 con 3: laddove, se la serie fosse prodotta fino al numero 7, avremmo un' altra combinazione di 7 con 1, che farebbe 8; oè, producendo la serie quant' oltre si vuole, sarebbe possibile alcun' altra combinazione di due numeri, che facesse 8.

XII. Dal che s' inferisce, che, essendo la serie de' numeri delle combinazioni, quando m è numero indefinito, prodotta fino al sesto termine, 1, 1, 2, 2, 3, 3, come abbiamo notato al numero VIII., quella volta, che si stabilisca $m=6$, mancando la combinazione di $7+1=8$, cioè del numero 3 ne' termini dati della serie de' naturali, converrà dal numero delle combinazioni, che risulta, quando m è indefinito, sottrarre la combinazione $7+1$, cioè dal numero 3 bisognerà sottrarre l' unità per avere il vero numero delle combinazioni, che corrisponde alla somma 8; e però il numero delle combinazioni per la somma 8 sarà 2.

XIII. Dalla somma 8 passiamo alla somma 9. Nella serie de' naturali, posto m indefinito, in quattro modi diversi si può far 9, siccome agevolmente si può vedere; ma quando $m=6$, non abbiamo che due combinazioni, cioè $6+3$, $4+5$; e però dal numero di combinazioni, che risulterebbe, supposto m indefinito, convien sottrarre le due combinazioni 7 con 2, 8 con 1, che non han luogo, perchè il 7 e l' 8 non entrano ne' dati termini; onde il numero che corrisponde alla somma 9 sarà $4-2=2$. Così nella supposizione di m indefinito per la somma 10 abbiamo quattro combinazioni; ed essendo $m=6$ non abbiamo che l' unica combinazione $6+4$. Dunque da 4 và levato 3 per avere il numero di combinazioni della somma 10. Finalmente per la somma massima 11 abbiamo, posto m indefinito, cinque combinazioni, mentre che fatto $m=6$, coll' unica combinazione $6+5$ si può far 11; onde 4 và sottratto da 5, e il residuo 1 sarà il numero di combinazioni della somma 11.

XIV. Dopo quest' esempio particolare, consideriamo la cosa generalmente. Sia la serie indefinita de' numeri naturali fino al numero m, cui oltre m si aggiungano altri termini, onde essa risulti 1, 2, 3, 4, 5 ...... m, $m+1$, $m+2$, $m+3$ ec. Egli è certo, che la somma di m e di 1, cioè $m+1$ avrà lo stesso numero di combinazioni, o si termini la serie in m, o s' intenda che essa progredisca per altri termini aggiunti $m+1$, $m+2$, ec. perchè qualunque altro numero de' susseguenti a m combinato con qualunque altro della medesima serie farà sempre una somma maggiore di $m+1$. Ma questo è il limite de' numeri delle combinazioni, ne' quali non resta alterata la legge della serie 1, 1, 2, 2, 3 ec., e l'alterazione comincia nel numero di somma $m+2$ immediatamente susseguente ad $m+1$. In fatti per questa somma $m+2$ non si può dire, che in tanti modi si possano combinare due numeri, affinchè costituiscano questa somma, se la serie finisce in m, in quanti, se più oltre s' avanza; perchè andando la serie più in là di m, vi sarebbe da computare la combinazione de' due numeri $m+1$, 1, l' aggregato de'

qua-

li fa $m+2$, fuori della quale non è possibile alcun' altra. Dunque nella serie prodotta oltre m, chiamato a il numero delle combinazioni di due numeri la somma de' quali fa $m+2$, quando si vuole, che la serie finisca in m, il numero delle combinazioni, che corrispondono alla somma $m+2$, sarà $a-1$.

XV. Nella serie, che oltrepassa m, sia b il numero delle combinazioni, che formano la somma $m+3$, e vediamo quante combinazioni di meno vi siano, quando la serie si ferma in m. Si combini $m+1$ con 2, poi $m+2$ con 1; e nell' uno e nell' altro caso avremo la somma $m+3$; nè si potrà, prendendo qualunque altro termine oltre m, e combinandolo con qualunque altro della serie formar più la stessa somma $m+3$. Ma le due combinazioni $m+1$ con 2, $m+2$ con 1, non han luogo, quando la serie termina in m, perchè i termini $m+1$, $m+2$ non vi sono. Dunque il numero delle combinazioni corrispondenti alla somma $m+3$, sarà $b-2$.

XVI. Adoperato un simile raziocinio, si farà chiaro, che chiamati c, d, e, ec. i numeri di combinazioni, che spettano alle somme $m+4$, $m+5$, $m+6$ ec. nella serie che và più in là di m, saranno i numeri di combinazioni per la serie finita in m, $c-3$, $d-4$, $e-5$ ec. cosicchè la serie da sottrarsi sarà quella de' numeri naturali 1, 2, 3, 4, ec.; e questa sottrazione comincerà al termine analogo alla somma $m+2$. (N.° XIV.)

XVII. Il numero di combinazioni, in cui comincia a turbarsi la legge generale della serie delle combinazioni si chiami da quì innanzi il primo variante, e semplicemente varianti tutti gli altri termini fino a quello che appartiene alla somma di massimo numero di combinazioni. Allorchè a questo saremo arrivati, poichè i termini egualmente da esso distanti tanto nella serie ascendente, quanto nella discendente, sono eguali (N.° VII.), noi saprem tosto, quai numeri di combinazioni corrispondano alle somme successive fino all' ultima $m+m-1=2m-1$. Per il presente Problema il numero massimo di combinazioni è analogo alla somma $m+1$ (N.° VII.); e il primo variante alla somma $m+2$ (N.° XVI.) termine immediatamente prossimo all' altro $m+1$. Sarà quindi inutile affatto la serie da sottrarsi nel nostro caso, perchè abbiamo già tutti i termini della serie ascendente, e ci è noto, che qualunque termine nella discendente è uguale all' equidistante nella ascendente da quello che ha numero massimo di combinazioni. Deesi però ritenere questa serie delle sottrazioni, perchè ci servirà d' analogia per ritrovare le serie da sottrarsi, delle quali farem molto uso ne' susseguenti Problemi.

XVIII. Non ostante che sia chiaro l'andamento della serie delle combinazioni corrispondenti ad ogni somma, pure, potendosi con breve esame conoscere, che essa appartiene alla classe delle ricorrenti, determineremo con facilità i moltiplicatori, che ne producono tutti i termini; e il numero di questi moltiplicatori ci verrà somministrato da un sol tentativo sulla serie combinato coll' esame della sua indole. Ripiglio dunque questa serie non alterata 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, ec. ed osservo, che tutte le coppie successive de' termini sono composte di numeri eguali; di più, che, per esempio, i numeri eguali 3, 3 della terza coppia superano di un' unità i numeri eguali 2, 2 della seconda coppia; e questi di un' unità i precedenti eguali 1, 1. Qualora perciò io intendessi prodotta la serie verso la parte sinistra per altre coppie di termini, egli è evidente, che questi termini sarebbero 0, 0, -1, -1, -2, -2, ec. ma fermandosi ne' soli due termini 0, 0, la serie di questi unicamente accresciuta diverrebbe 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, ec. Quindi concluderemo, che la natura della serie delle combinazioni 1, 1, 2, 2, ec. è tale, che volendosi essa continuare alla sinistra per due altri termini, questi necessariamente son zero.

XIX. Con un altro raziocinio ancora si sarebbe conosciuto esser zero i due termini antecedenti al primo 1. Imperocchè essen-

essendo 3 la somma minima, che può far l'unione di due termini nella serie de' numeri naturali 1, 2, 3 . . . . m, alla qual somma corrisponde 1 nella serie delle combinazioni, se si domanderà in quanti modi coll'aggregato di due termini si possa formar la somma immediatamente minore di 3, converrà rispondere in nessun modo; e in nessun modo eziandio si dirà che si possa con due di que' numeri formar la somma 1 prossimamente minore di 2. Oltre questa somma 1 non vi sarà più luogo ad altra domanda, perchè abbiam supposto che la serie 1, 2, 3 . . . m cominci dall' unità. Dal che si vede che zero appunto devono essere i due termini precedenti al primo 1 nella serie delle combinazioni.

XX. Tutti i termini zero, che vanno avanti al primo termine della serie delle combinazioni li chiameremo in appresso l'Appendice della medesima serie; e quindi la serie 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 3, ec. sarà quella delle combinazioni del nostro Problema colla sua appendice. Al primo intuito di questa serie si conosce, che nè uno nè due soli moltiplicatori bastar possono per dare il terzo termine, e che questi debbono almeno esser tre, nella qual supposizione tre pure debbono essere i dati termini della serie, cioè il primo solo termine 1 della stessa coi due zero precedenti. Si chiamino questi moltiplicatori a, b, c. Dunque per la proprietà generale delle serie ricorrenti $c \times 1 + b \times 0 + a \times 0 = 1$; quarto termine della suddetta serie; e però $c = 1$. Parimente per la medesima proprietà, $c \times 1 + b \times 1 + a \times 0 = 2$, quinto termine, onde si deduce $b = 1$. Finalmente $c \times 2 + b \times 1 + a \times 1 = 2$, sesto termine; da cui nasce $a = -1$: e quindi i tre moltiplicatori risultano -1, 1, 1, co' quali realmente troveremo tutti i termini susseguenti.

XXI. La teoria delle serie ricorrenti c'insegna, che il grado loro è eguale al numero de' moltiplicatori: e però nel nostro caso la ricorrente sarà di terzo grado, ove noteremo, che l'indice di questo grado eccede di un'unità il numero dei zero dell'appendice. Dalla teoria medesima ricaviamo, come, dati i moltiplicatori d'una serie, e un numero eguale di termini della stessa, ritrovar si possa il suo termine generale; onde applicandone gl'insegnamenti al nostro Problema, ci verrà fatto di scoprire il termine generale della nostra serie delle combinazioni, il quale sarà $\frac{2n+1}{4} - \frac{(-1)^n}{4}$ ovvero $\frac{2n+1}{4} - \frac{(-1)^{n-2}}{4}$ all'altro del tutto equivalente, rappresentando nell'uno e nell'altro la specie n il numero de' termini. E però la nostra serie fornita del suo termine generale sarà la seguente, 1, 1, 2, 2, 3, 3, ... $\frac{2n+1}{4} - \frac{(-1)^{n-2}}{4}$.

XXII. Consideriamo ora la serie da sottrarsi, che compete alla suddetta delle combinazioni. Al N.° XVI. abbiamo notato, che essa è l'aritmetica 1, 2, 3, 4 . . . . . . n', significando n l'indice de' termini, che è anche il suo termine generale. Ci gioverà però moltissimo il considerar questa medesima, come una ricorrente, e il rintracciare i suoi moltiplicatori. Per il che se noi farem precedere a questa quanti altri termini si voglia, vedremo che il solo termine anteriore al primo 1 è zero, onde questa serie coll'appendice sarà 0, 1, 2, 3, 4, ec., e si può tosto inferire, che questa non può esser formata da un solo moltiplicatore. Tentiamone dunque due, e questi siano a, b. Usando della consueta regola, ci nascono le due equazioni $b \times 1 + a \times 0 = 2$; $b \times 2 + a \times 1 = 3$, dalle quali si trae $b = 2$, $a = -1$, coll'ajuto de' quali risultano realmente tutti gli altri termini della serie. Prima conseguenza: Dunque l'aritmetica delle sottrazioni è una ricorrente di secondo grado. Seconda conseguenza: Dunque il grado di questa serie supera di un'unità il numero de' zero della sua appendice.

XXIII. Considero ora la serie delle somme 3, 4, 5, 6 . . . . . $2m - 1$, e veg-

veggo, che essa è una serie aritmetica di differenza 1, i termini della quale principiando dal primo 3, e procedendo fino al termine $m+1$ inclusivamente, hanno tante combinazioni, quante ne dà il termine generale $\frac{2n+1}{4} - \frac{(-1)^n - 2}{4}$ della serie delle combinazioni, se in esso si pone successivamente $n=1$, $n=2$, $n=3$, ec., cioè se si fa n eguale successivamente ai termini della serie aritmetica 1, 2, 3, 4. ec., i cui termini pure differiscono dell' unità. Si potrà dunque concludere, che le somme in generale saranno sempre eguali a $n+2$; e però data qualunque somma s, si troverà tosto qual termine le corrisponde nella serie delle combinazioni, facendo $s=n+2$, che dà $n=s-2$. Si cerchi nella serie delle combinazioni la sede del termine $s-2$, e quel numero, che ivi troveremo, sarà appunto quello delle combinazioni che corrispondono alla data somma s.

XXIV. Ho detto che nella serie delle somme non si vada più oltre della somma $m+1$, perchè alla prossima $m+2$ corrisponde il primo variante della serie delle combinazioni (N.° XIV.): cui compete la sede che risulta dall' equazione $m+2=n+2$, cioè la sede $n=m$. La serie dunque delle sottrazioni comincia ad aver uso nel termine immediatamente vicino a quello, in cui $n=m-1$, e poichè si è chiamato n' l' indice de' termini della serie da sottrarsi, sarà sempre $n'=n-m+1$, che non potrà aver luogo se $n-m+1$ non è numero positivo.

XXV. Pongo sotto all' occhio tutte quattro le serie di cui abbiamo parlato.

(A) $1, 2, 3, 4 \ldots\ldots\ldots\ldots m$

(B) $3, 4, 5, 6 \ldots m+1, m+2 \ldots 2m-1$

(C) $1, 1, 2, 2 \ldots \frac{2n+1}{4} - \frac{(-1)^n - 2}{4}$

(D) $1, 2, 3 \ldots n'$

La prima (A) è la serie de' numeri naturali fino a m. La seconda (B) quella delle somme fino all' ultima $2m-1$. La somma $m+1$ ivi notata è quella, alla quale corrisponde il massimo numero di combinazioni (N.° XVII.), e la somma susseguente $m+2$ corrisponde al primo variante nella serie delle combinazioni, che è la terza (C), sotto alla quale resta collocata la serie (D), che è quella delle sottrazioni.

Generalmente $n=s-2$, e $n'=s-m-1$, quando s significhi qualunque somma della serie (B) (N.° XXIV.). Inoltre $n=m-1$ sede del termine nella serie (C) analogo alla somma $m+1$ di massimo numero di combinazioni; e $n=m$ sede del termine della serie (C) analogo alla somma $m+2$, cui spetta il primo variante. Finalmente chiamata S una delle somme nella parte della serie (B) (che comincia al termine $m+2$ immediatamente vicino al termine $m+1$ del massimo numero di combinazioni, e và fino a $2m-1$ ultima somma), e s la somma nella parte anteriore della serie, la quale è come S egualmente lontana da $m+1$; poichè per l' indole della serie delle somme, sono in continua proporzione aritmetica i tre termini s, $m+1$, S, si avrà $s=2m+2-S$; e tante combinazioni avrà S quante ne ha $s=2m+2-S$.

XXVI. Il vantaggio de' termini generali delle due serie (C) (D) consiste nel poter col mezzo di essi saper subito qual numero di combinazioni convenga ad una data somma della serie (B) senza che io sia obbligato a trovare successivamente i termini della serie delle combinazioni fino a quello, che mi fa bisogno, facendo uso del metodo de' moltiplicatori. Posto nella serie (A) $m=30$, vogliasi a cagion d' esempio sapere, quante combinazioni abbia la somma 28. Poichè in questa ipotesi la somma del primo variante è $32>28$, siam certi di non dover far uso della serie delle sottrazioni. Nella formola dunque generale $n=s-2$ (N.° XXV.) sostituito in vece di s il numero 28, avremo $n=26$. Ora nel termine generale $\frac{2^n+1}{4} - \frac{(-1)^n-2}{4}$ della serie (C) fatto $n=26$ risulterà $\frac{2^n+1}{4} - (-1)$

$\frac{(-1)^{n}-2}{4} = \frac{52+1}{4} - \frac{1}{4} = \frac{52}{4} = 13$; e quindi in 13. maniere con due numeri della ferie (A) fi potrà far 28.

XXVII. Suppongo data la fomma 51. fempre nell' ipotefi di $m = 30$. Quefta è maggiore di 31. fomma analoga al maffimo numero di combinazioni, il che porta, che il termine corrifpondente della ferie (C) fia collocato nella fua parte difcendente. Ora o noi vogliamo fervirci della formola $s = 2m + 2 - S$ (N.º XXV.), o della ferie delle fottrazioni. Nel primo cafo cerchiamo qual termine di fomma nella parte anteriore della ferie (B) fia tanto, quanto 51 lontano dalla fomma 31 di maffimo numero di combinazioni; e avendo quefto tante combinazioni quante ne ha 51, determiniamo il numero, che conviene a quefta medefima fomma. Nel fecondo cafo non andiamo in traccia di quefta anterior fomma, che ha egual numero di combinazioni, ma colla fottrazione opportuna dal rifultante termine nella ferie (C) dell' analogo della ferie (D) ftabiliamo il numero di combinazioni, che competono alla fomma data 51. Impiegando la formola $s = 2m + 2 - S$, poichè $m = 30$, $S = 51$, farà $s = 11$, e la fomma 11 avrà tante combinazioni, quante ne ha 51. Pel N.º XXV. abbiamo $n = s - 2 = 11 - 2 = 9$. Si metta dunque nel termine generale della ferie (C) 9 in vece di n, onde nafca $\frac{19}{4} + \frac{1}{4} = \frac{20}{4} = 5$, e diremo che la fomma 51 non può effer formata che in cinque diverfe maniere.

XXVIII. Si paffi ora al fecondo metodo. Effendo coftantemente $n = s - 2$, farà, per la fomma 51, $n = 49$, e nel termine generale della ferie (C) farà duopo foftituire all' indice n il numero 49, onde nafce $\frac{99}{4} + \frac{1}{4} = \frac{100}{4} = 25$. Ma è anche generalmente $n' = s - m - 1$, cioè per il cafo noftro $n' = 20$, numero che và fottratto da 25, perchè n' è anche il termine generale della ferie (D). Sarà dunque 5 il refiduo, e quefto farà il numero delle combinazioni che ha la fomma 51 precifamente eguale a quello, che abbiamo trovato col metodo precedente.

XXIX. Quefte cofe per fe chiariffime non hanno bifogno d' altri efempj. Solo avverto, che, fe piaceffe di fapere quante fiano in tutto le combinazioni delle fomme, che fi poffono fare con due numeri nella ferie (A), fi conofcerà a un tratto, che quefte debbono appunto effer tante, quante fono le combinazioni degli ambi nella fuddetta ferie, cioè a dire, fervendofi della nota regola, il numero delle combinazioni intero verrà efpreffo dalla formola $\frac{m \times \overline{m-1}}{1 \cdot 2}$.

PROBLEMA II.

Dato un certo numero della ferie aritmetica de' numeri naturali, trovare in quanti modi diverfi fi poffa formare con tre di que' numeri prefi in fomma qualunque numero, che fia una di quelle fomme.

I. La ferie data de' numeri naturali è quefta 1, 2, 3, 4, 5 . . . . . m, in cui la fomma minima è 6 nafcente dall' aggregato de' tre primi numeri 1, 2, 3; e la fomma maffima è $3m - 3$, la quale rifulta dall' unione de' tre ultimi numeri $m - 2$, $m - 1$, m; ed è evidente che la fomma minima 6, come la fomma maffima $3m - 3$, ha 1 di combinazioni.

II. Dopo la fomma 6 viene l' altra 7, la quale non fi può avere, che combinando infieme i tre numeri, 1, 2, 4, e non in altro modo, com' è chiaro; e lo fteffo pure fi dirà della fomma $3m - 4$ immediatamente precedente alla maffima, che rifulta folo dai tre numeri combinati $m - 3$, $m - 1$, m, i quali uniti fanno realmente la fomma $3m-4$. Dunque tanto alla feconda fomma afcendendo, quanto alla feconda, dall' ultima tor-

tornando indietro, corrisponde una sola combinazione.

III. Coll' esame si troverà, che la somma 8 può farsi in due modi, cioè con 1, 2, 5, e con 1, 3, 4 sommati insieme; e parimente in due maniere diverse si potrà ottenere la terza somma $3m-5$, quando le somme s' incominciano dall' altro capo della serie. La somma 9 si avrà in tre modi, cioè sommando 1, 2, 6, poi 1, 3, 5, e finalmente 2, 3, 4, e tre combinazioni pure avremo per la somma $3m-6$ analoga alla somma 9 nella serie retrograda, della quale non farem più menzione per simili indagini, perchè le sue somme hanno già le stesse affezioni respettivamente, che hanno le somme della serie diretta, e crescente, sulla quale porteremo unicamente le nostre considerazioni. Continuando dunque l' esame per alcuni altri successivi termini di somma 10, 11, 12, ec. si troverà la serie de' numeri delle combinazioni avere questo andamento 1, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 10, ec. Ora, siccome la serie delle combinazioni per le somme di due termini della serie de' numeri naturali, si è veduto nel primo Problema essere una ricorrente, così si può ragionevolmente sospettare, che questa pure sia una ricorrente, sebben forse d' un più alto grado.

IV. Ma posto che essa sia tale, qual traccia potrebbe mai facilitarcene la determinazione del grado, e il ritrovamento de' suoi moltiplicatori, senza che noi c' intricassimo in tentativi inutili, ai quali siamo esposti, quando non abbiamo una guida, che ci conduca? Rispondo che un raziocinio simile a quello che abbiamo fatto al N.° XIX. Prob. I. ci trarrà presto fuor d' impaccio, e ci presterà tutto quel lume di cui abbisogniamo. La serie delle somme di tre numeri presi nell' altra de' naturali è questa 6, 7, 8, 9 . . . . $3m-3$ (N.° I.) Essendo la somma minima 6, ed avendovi pure nella serie de' naturali i numeri 5, 4, 3. 2, 1, ciascun de' quali ha numero di combinazioni zero, perchè in nessun modo con tre numeri della stessa serie si può fare alcuna di queste cinque somme; vuol dire, che se noi intendiamo prodotta la suddetta serie delle combinazioni per cinque altri termini a sinistra, ciascun d'essi sarà $=0$. Dunque, quando l' analogia desunta dai Numeri XIX. XXI. del Prob. I. non ci tradisca, diremo, che la serie delle combinazioni colla sua appendice è questa 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 7, ec., che essa è una ricorrente di sesto grado, che sei per conseguenza sono i suoi moltiplicatori, i quali colla nota regola si troveranno essere per ordine 1, -1, -1, 0, 1, 1, e ci daranno veramente tutti gli altri termini della serie.

V. Dati i moltiplicatori, e altrettanti termini della serie ricorrente, si fa trovare il suo termine generale, il quale, quando la serie procede non alterata, sarà il seguente

$$\frac{6n^2+24n+17}{8.9}+\frac{(-1)^{n-1}}{8}+\frac{\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^{n-1}+\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^{n-1}}{9}$$

in cui n è il numero de' termini. Ma quì pure si debbono fare riflessioni simili a quelle che abbiamo fatto nel Problema precedente. E primieramente cerchiamo, dove nella presente serie cominci il primo variante. Ripiglio le serie de' numeri naturali 1, 2, 3, 4 . . . . m, $m+1$, $m+2$, ec., che ho prodotta per alcuni termini $m+1$, $m+2$, $m+3$, ec.. Egli è chiaro che il primo variante corrisponde al termine dopo la somma $m+1+2=m+3$, perchè quando la serie non terminasse in m, la somma seguente $m+4$ potrebbe essere anche formata dalla unione de' tre termini $m+1$, 1, 2, la quale quì non ha luogo, perchè si suppone che la serie finisca in m. Ora essendo la serie delle somme 6, 7, 8, 9, . . . $3m-3$, e tanti i termini di essa, quanti sono quelli della serie delle combinazioni, è evidente, che qualunque delle suddette somme sarà uguale a $n+5$; onde per sapere, qual sede nella serie delle

com-

combinazioni avrà il primo variante, bisognerà istituir l'equazione $n+5=m+4$, da cui si ricava $n=m-1$; e però il termine avanti a questo, che varia il primo, sarà posto al numero de' termini $n=m-2$. Il perchè, chiamato, come nell'altro Problema, n' il numero de' termini della serie delle sottrazioni, sarà sempre $n'=n-m+2$.

VI. Tirando avanti nel rintracciamento de' termini della serie da sottrarsi, giacchè sappiamo, che alla somma $m+4$ è analogo il primo variante nella serie delle combinazioni, e il primo termine 1 in quella delle sottrazioni (N.° V.), veggiamo che cosa corrisponde in quest' ultima alla somma prossima $m+5$. Essa oltre le combinazioni fino a m, verrebbe formata ancora dai due aggregati de' numeri $m+1$, 1, 3; $m+2$, 1, 2, se i naturali andassero più in là di m: onde è manifesto, che dal numero di combinazioni, che nella lor serie non turbata risulta per questa somma, van levate queste due; e che 2 per conseguenza è il secondo termine nell' altra delle sottrazioni. Seguitando poi l' esame per alcuni altri termini di somme, si troverà esser questa la serie de' numeri da sottrarsi 1, 2, 4, 6, 9, 12, ec., nella quale, osservando che i tre termini 2, 4, 6 hanno 2 di differenza, e che replicato l' ultimo 6, i tre 6, 9, 12 hanno di differenza 3, formo la congettura, che, se vi fosse un termine avanti il primo 1, che si chiamasse a, i tre termini a, 1, 2 avrebbero di differenza 1: Ma ciò non può avvenire, se a non è zero: Dunque, accresciuta la serie d'un termine avanti il primo, essa sarebbe 0, 1, 2, 4, 6, 9, 12, ec. Dalla sinistra le aggiungo altri due termini, che siano b, c, onde sia essa serie c, b, 0, 1, 2, 4, 6, 9, 12, ec.; e dico: 12, 9, 6 ha 3 di differenza; 6, 4, 2 ha 2; 2, 1, 0 ha 1; Dunque la differenza di 0, b, c sarà 0. Ma in tal caso, b, c non possono esser altro che zero. Dunque, se male non abbiamo congetturato, l'appendice di questa serie saranno tre zero, e sarà essa 0, 0, 0, 1, 2, 4, 6, ec.

VII. Reggendo il discorso che abbiamo fatto, l' analogia somministrataci dalle altre serie che abbiamo fin qui considerate, c' insinua, che quattro debban essere i moltiplicatori della medesima, la quale perciò sarebbe una ricorrente di quarto grado. Cercati questi al modo solito, si troveranno essere per ordine 1, -2, 0, 2, e se con questi si farà la prova, realmente ci nasceranno tutti gli altri termini della serie delle sottrazioni. Laonde sarà in man nostra il suo termine generale, che, valendoci del simbolo n' destinato a questa sorta di serie, risulterà $=\frac{2n'^2+4n'+1}{8}-\frac{(-1)^{n'}}{8}$.

VIII. Rimane ora da trovarsi la somma, che ha il massimo numero di combinazioni, il luogo di questo termine nella serie delle combinazioni, e il suo corrispondente in quella delle sottrazioni. Questa tal somma dovendo essere un medio aritmetico tra la massima $3m-3$, e la minima 6, sarà $\frac{3m-3+6}{2}=\frac{3m+3}{2}$. Ora o m è numero dispari, o pari. Se m è dispari, la formola $\frac{3m+3}{2}$ diventa un numero intero, e questo sarà la somma del massimo numero di combinazioni. Se poi m è pari, la suddetta somma è una frazione, che non può aver luogo nella serie delle somme composta tutta d' intieri. Il che vuol dire, che due almeno saranno le somme avanti questo massimo numero di combinazioni, la prima intera prossimamente minore, e l altra intera prossimamente maggiore di $\frac{3m+3}{2}$, cioè le somme $\frac{3m+2}{2}$, $\frac{3m+4}{2}$, che saranno numeri intieri, tra i quali il termine d' interpolazione sarà appunto la frazione $\frac{3m+3}{2}$. Questo termine interpolato sarà dunque il confine delle due parti anteriore e retrograda della serie delle somme, e i termini in esse egualmente distanti da questo limite avran-

avranno per corrispondente un egual numero nella serie delle combinazioni. Sicchè se S è una somma della parte retrograda, s una equidistante dal limite suddetto nella parte anteriore, varrà l'equazione $S + s = 3m + 3$, che dà $s = 3m + 3 - S$. E, poichè la somma analoga al primo variante è $m + 4$ (N.° V.), se $\frac{3m+3}{2}$ non è minore di $m+4$, cioè se non è $m < 5$, la serie delle combinazioni comincerà a variare prima che s'arrivi al termine che corrisponde alla somma del più gran numero di combinazioni; la qual cosa non succedeva nel Probl. I.

IX. Le sedi finalmente de' termini nelle due serie delle combinazioni e delle sottrazioni; i quali corrispondono alla somma $m + 4$ del primo variante e all' altra $\frac{3m+3}{2}$ del massimo numero di combinazioni, poichè $n + 5$ eguaglia qualunque somma (N.° V.) si avranno per la prima serie coll' instituire le equazioni $n + 5 = m + 4$; $n + 5 = \frac{3m+3}{2}$ le quali ci danno $n = m - 1$, sede del primo variante; $n = \frac{3m-7}{2}$, sede del massimo numero di combinazioni, la quale ove $\frac{3m-7}{2}$ sia una frazione, vá determinata col numero intero o prossimamente minore, o prossimamente maggiore della medesima frazione; per la seconda serie poi, essendo invariabilmente $n' = n - m + 2$ (N.° V.), ci verranno presentate dalle due equazioni che nascono, se in vece di n si sostituisca in questa o $m - 1$, o $\frac{3m-7}{2}$. Nel primo caso risulta $n' = 1$, come debb' essere, perchè realmente dal primo variante dobbiamo sottrarre 1; nel secondo $n' = \frac{m-3}{2}$, ovvero, essendo $\frac{m-3}{2}$ una frazione, $n' = \frac{m-4}{2}$, che sarà intero, e vá sottratto dall' analogo prossimamente minore di $\frac{3m-7}{2}$; $n' = \frac{m-2}{2}$, che sarà pure intero, e sottrar deesi dall' analogo prossimamente maggiore di $\frac{3m-7}{2}$ della prima serie.

X. Ponghiamo tutte le serie in ordine, perchè si possa con questo specchio assegnar facilmente a qualunque somma il numero vero delle sue combinazioni.

Serie de' numeri naturali fino a m.

(A) $1, 2, 3, 4, 5 \ldots\ldots\ldots m$.

Serie delle Somme fino all' ultima.

(B) $6, 7, 8, 9 \ldots\ldots\ldots m + 4 \ldots\ldots \frac{3m+3}{2} \ldots\ldots 3m - 3$.

Serie delle Combinazioni.

(C) $1, 1, 2, 3, 4, 5, 7 \ldots\ldots\ldots$

$$\frac{6n^2 + 24n + 17}{8\;9} + \frac{(-1)^{n-1}}{8} + \frac{\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^{n-1} + \left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^{n-1}}{9}.$$

Serie delle Sottrazioni.

(D) $1, 2, 4, 6 \ldots\ldots\ldots$

$$\frac{2n'^2 + 4n' + 1}{8} - \frac{(-1)^{n'}}{8}.$$

Primo variante nella serie (C) non alterata, quando $n = m - 1$.

Somma analoga al primo variante nella serie (B) $m + 4$.

Numero massimo di combinazioni nella serie (C), quando $n = \frac{3m-7}{2}$.

Termine analogo a questo numero massimo nella serie (D), quando $n' = \frac{m-3}{2}$.

Somma analoga a questi due ultimi nella serie (B) $\frac{3m+3}{2}$.

Gene-

Generalmente, chiamata qualunque ſomma s, è $n = s - 5$, $n' = s - m + 2$, ovvero $n' = s - m - 3$, che ha luogo, quando $s - m - 3$ comincia ad eſſere un numero poſitivo. Finalmente $s = 3m + 3 - S$, quando S ſia una ſomma nella parte retrograda della ſerie (B), ed s ſomma nella ſua parte anteriore, che abbia egual numero di combinazioni a quello che ha S.

XI. Prima di venire a qualche eſempio ſarà utile il conſiderare, che nella ſerie (C) le quantità $\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$; $\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$ ſono le due radici immaginarie dell' unità cubica, che dalla elevazione attuale di ciaſcuna di eſſe a qualunque podeſtà intera, non riſulta altro che un' altra delle tre radici cubiche dell' unità ſiccome e noto agli Analiſti; e che baſta ſapere, che diventa $\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^2 = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$, e $\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^2 = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$, e di più che tanto $\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^3$, quanto $\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^3$ fa 1, perchè a un tratto ſi conoſca a qual radice equivalga l' uno o l' altro di queſti binomj innalzato alla podeſtà qualunque intera n. Con ciò verrà tolto il timore di un nojoſo calcolo, che potrebbe far naſcere il primo aſpetto di queſti binomj, per le podeſtà grandi a cui debbono eſſere elevati quando la ſerie (C) abbia molto numero di termini, ſenza aver fatto innanzi queſta importante rifleſſione.

XII. Reſta ora facile il trovare qual numero di combinazioni convenga ad una data ſomma, quando ſia m un dato numero. Sia $m = 30$, e ſi vogliano le combinazioni della ſomma 36. Prima di tutto ſi fiſſi la ſomma del primo variante, che eſſendo generalmente $m + 4$ (N.° X.) ſarà nella noſtra ipoteſi 34. Dunque viene in uſo la ſerie delle ſottrazioni. Si eſamini in ſeguito, ſe 36 reſta al di quà, o va al di là della ſomma che ha il maggior numero di combinazioni, la quale eſſendo $\frac{3m+3}{2}$, cioè $\frac{93}{2} = 46\frac{1}{2}$, ci avviſa eſſere 36 una delle inferiori. Ripreſe quindi le formole del N.° X. $n = s - 5$, $n' = s - m - 3$, e ſoſtituitovi 36, e 30 in vece di s, m, avremo $n = 31$, $n' = 3$, colle quali modificazioni i termini generali delle due ſerie (C), (D) diventano, il primo 91, il ſecondo 4. Queſto dunque da quello ſottratto, laſcerà di reſiduo il numero 87, che ſarà il vero numero delle combinazioni della ſomma 36.

XIII. Un altro eſempio ci venga ſomminiſtrato dalla ſomma 46 nella medeſima ſuppoſizione di $m = 30$. Abbiamo nel primo eſempio veduto, che il maſſimo numero di combinazioni compete alla ſomma $46\frac{1}{2}$ che non entra nella ſerie per ragion della frazione, ma è il medio aritmetico tra le ſomme proſſime 46, 47. Dunque la propoſta ſomma è uno de' due numeri, che hanno più combinazioni di ciaſcun' altra, e queſte appunto ſi vogliono determinare. Si ricorra toſto alle equazioni $n = s - 5$, $n' = s - m - 3$, e in eſſe introdotti in vece de' ſimboli i numeri, ſi avrà $n = 41$, $n' = 13$, coi quali valori ſi cangeranno i termini generali delle ſerie (C), (D) nei numeri 154, e 49, la differenza de' quali, cioè 105, eſprimerà il maſſimo numero di combinazioni, che compete tanto alla ſomma data 46, quanto alla proſſima 47.

XIV. Mi propongo da ultimo colla ipoteſi di $m = 30$ la ſomma 82, la quale fa, che entriamo nella parte diſcendente della ſerie delle combinazioni. Per rendermi il calcolo più facile mi ſervo della formola $s = 3m + 3 - S$, nella quale pongo 82, e 30 in vece di S, m, onde provenga $s = 93 - 82 = 11$. Avrà dunque la ſomma 11 tante combinazioni, quante la data 82; e poichè la ſomma

ma del variante è 34, la ſomma 11 eſclude la ſerie delle ſottrazioni. Nella formola $n = s - 5$, fatto $s = 11$, ſarà $n = 6$, e il termine generale della ſerie (C) piegato al noſtro valore di $n = 6$, riſulterà 5, che ſarà il vero numero delle combinazioni di 82.

XV. La formola $\frac{m \cdot \overline{m-1} \cdot \overline{m-2}}{1 \cdot 2 \cdot 3}$ darà poi, quando ſi voglia, il numero di tutte le combinazioni, che ſi trovano, formando la intera ſerie, e ſaranno eſſe tante, quanti ſono i terni, che ſi poſſono fare nella ſerie (A) de' numeri naturali.

PROBLEMA III.

Dato un numero di termini della ſerie de' numeri naturali, trovare in quanti modi con quattro di que' termini ſommati inſieme ſi poſſa formare qualunque numero, che ſia una di quelle ſomme.

I. La ſomma minima che ſi può fare con quattro termini preſi nella ſerie 1, 2, 3, 4, 5 . . . . . m, è 10, e riſulta dall' unire inſieme i primi quattro numeri, 1, 2, 3, 4, onde reſta determinata a un tratto la ſerie delle ſomme per il noſtro Problema che è la ſeguente 10, 11, 12, 13 . . . . . . $4m-6$, in cui $4m-6$ è la maſſima ſomma.

II. Un breve eſame ſulla prima ſerie fatto alla maniera, che abbiamo uſato ne' due Problemi precedenti, ci farà toſto conoſcere, che le ſomme 10, 11 non hanno altro, che una ſola combinazione; e ſe ſi vorrà andare innanzi nell' indagine, e cercare per parecchi altri termini di ſomme i numeri di combinazioni corriſpondenti, ſi troverà che la ſerie delle combinazioni non alterata è queſta 1, 1, 2, 3, 5, 6, 9, ec. la quale non mancherà di eſſere, ſiccome le altre ſimili, una ricorrente, e di cui dobbiam' ora determinare il grado, e il numero de' moltiplicatori.

III. Per la determinazione di queſto numero conviene inveſtigar prima l' appendice di queſta ſerie, la quale noi troveremo ſubito compoſta di nove termini, ciaſcuno de' quali è zero, perchè eſſendo 10 la ſomma minima, che ha 1 di combinazioni, le ſomme 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 non hanno alcuna combinazione, e quindi l' iſteſſa ſerie colla ſua appendice ſarà 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 2, 3, 5, ec. Ciò poſto non dobbiam perder di viſta l' analogia degli altri Problemi, e ragioneremo così. Le ſerie delle combinazioni sì per il primo, come per il ſecondo Problema avevano un numero di moltiplicatori maggiore di un' unità del numero de' zero delle loro appendici. Nella preſente i zero della appendice ſon 9; dunque 10 ſono i ſuoi moltiplicatori, e decimo il ſuo grado. Inveſtigati poſcia col calcolo della regola queſti moltiplicatori, troveremo che ſono per ordine -1, 1, 1, 0, 0, -1, 0, 0, 1, 1: e in realtà col loro ajuto ci riſulteranno tutti i termini dell' anzidetta ſerie. Onde potremo dall' eſperienza felice di tutti e tre i noſtri Problemi, cavare una regola generale per le ricorrenti delle combinazioni, le quali corriſpondono alle ſomme di qualunque numero di numeri, che ſi traggono dalla ſerie de' naturali; e diremo, che il grado loro ſarà ſempre denominato dalla minima delle loro ſomme, che darà anche il numero de' loro moltiplicatori.

IV. Adoperando poi la nota regola per rintracciare il termine generale di queſta ſerie delle combinazioni, il troveremo =

$$\frac{2n^3+24n^2+81n+68}{9 \cdot 32} - \frac{\overline{n-4}(-1)^{n-2}}{32} - \frac{\left((\sqrt{-1})^{n-2} - (-\sqrt{-1})^{n-2}\right)}{16\sqrt{-1}} - \frac{\left(\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^{n-2} - \left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^{n-2}\right)}{9\sqrt{-3}}.$$

Questo però appartiene alla serie non alterata; ma dovendo essa in qualche suo termine necessariamente principiare a recedere dalla sua legge, bisognerà andar in traccia di quella somma, che è analoga al suo primo variante, e determinare in seguito la serie delle sottrazioni.

V. Per venire a capo di ciò, accresco di alcuni termini a destra la serie de' numeri naturali, e sia essa $1, 2, 3, 4, 5 \ldots m, m+1, m+2, m+3$, ec. Non può cader dubbio, che la somma $m+1+2+3=m+6$ sia l'ultima di quelle, che hanno nella serie delle combinazioni i termini corrispondenti, che osservano la legge della serie; perchè la somma prossima $m+7$, oltre le combinazioni, che nascono coi dati numeri, potrebbe avere anche quella, che risulterebbe dall'unione de' termini $m+1$, 1, 2, 3, se $m+1$ avesse luogo nella serie. Dunque alla somma $m+7$ corrisponde il primo variante nella serie delle combinazioni; e 1 è il primo termine di quella che si deve sottrarre. Un diligente esame poi per altre susseguenti somme $m+8$, $m+9$, ec. ci farà escludere que' numeri di combinazioni, che risulterebbero nell'ipotesi della serie de' naturali protratta oltre m, e ci farà nascere la serie delle sottrazioni 1, 2, 4, 7, 11, 16, 23, 31, ec. probabilmente ricorrente, ma di cui dobbiamo cercare il grado, e il numero de' moltiplicatori.

VI. Per non procedere alla cieca, e fare inutili tentativi, farà ottimo divisamento il fare qualche opportuna riflessione sulle serie degli altri Problemi. Nel primo, in cui si prendevano in somma due numeri della serie de' naturali, la serie delle combinazioni era di 3.° grado, e di 2.° quella delle sottrazioni, e la differenza di questi gradi è 1. Nel secondo la somma era di tre numeri; e il grado della serie delle combinazioni era 6, e 4.° il grado dell'altra, onde di essi è 2 la differenza. Nel presente, in cui la somma è di quattro numeri, par ragionevole il dire, che la differenza de' gradi delle due serie sia maggiore di 2, e siccome 3 è il numero prossimamente maggiore, così da questa ipotesi deve aver principio il nostro sperimento. Ma già abbiamo trovato di 10.° grado la serie delle combinazioni. Dunque, supposto che il grado dell'altra da sottrarsi abbia da differire di 3 dal grado della prima, essa necessariamente debb' essere di 7.° grado. In oltre tutte le altre serie hanno un'appendice di tanti zero, quante unità, una meno, si trovano nel numero determinante il lor grado. Dunque, la nostra serie delle sottrazioni avrà di appendice sei zero; e farà insieme colla sua appendice 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 2, 4, 7, 11, 16, ec., onde sette riusciranno i suoi moltiplicatori.

VII. Compiute le necessarie operazioni per determinare i loro valori, si troveranno essere nella loro giusta collocazione $-1, 2, 0, -1, -1, 0, 2$, e si vedrà che non ci ha ingannato il raziocinio, perchè con essi ci nascono tutti i termini della serie, che è perciò una ricorrente di 7.° grado, e il cui termine generale, qualora sia n' il numero de' termini, farà il seguente

$$\frac{4n'^3+30n'^2+60n'+25}{9 \cdot 16} - \frac{(-1)^{n'-2}}{16} - \frac{\left(\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^{n'-2} - \left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^{n'-2}\right)}{9\sqrt{-3}}.$$

VIII. Altro non ci rimane, che fissare nell'una e nell'altra serie le sedi analoghe alle somme del primo variante, o del massimo numero di combinazioni. Con un discorso simile a quelli, che abbiamo fatti pei due primi Problemi (N.° XXIII. Probl. I., N.° IX. Probl. II.), si concluderà, essere $n+9$ eguale a qualunque somma s, e però $n=s-9$. Ma alla somma $m+7$ corrisponde il primo variante (N.° IV.): Dunque istituita l'equazione $n=m+7-9$, cioè $n=m-2$, questa significherà la sede di questo primo variante nella serie delle combina-

binazioni. La fede inferiormente proffima farà $m-3$, onde fi deduce l'altra formola generale $n'=n-m+3$, offia $n'=s-m-6$ per le fedi nella ferie da fottrarfi de' termini analoghi a qualunque fomma.

IX. Quanto alla fomma di maffimo numero di combinazioni, effa fi ha col prendere il medio aritmetico tra la fomma maffima $4m-6$ (N.° I.) e la minima, 10 onde nafce $\frac{4m-6+10}{2}=2m+2$ fomma di quefto maffimo numero, la quale foftituita nelle due formole del N.° VIII. $n=s-9$; $n'=s-m-6$, darà le fedi de' termini analoghi nelle due altre ferie; e la prima d'effe farà $n=2m-7$, la feconda $n'=m-4$. Se poi, data una fomma S, che fia nella parte retrograda della ferie delle fomme, fi defidera fapere qual fomma s nella parte anteriore abbia di combinazioni un egual numero; per la loro equidiftanza dalla fomma media $2m+2$, fi dirà, valer l'equazione $s+S=4m+4$, che dà $s=4m+4-S$, e fi concluderà, che tante combinazioni ha S quante la minor fomma $4m+4-S$.

X. Ecco tutte le ferie in ordine, colle formole, che rifguardano i termini principali, che ci dan lume per calcolare il valore di ciafcun altro.

Serie de' numeri naturali.

(A) 1, 2, 3, 4 . . . . m.

Serie delle fomme.

(B) 10, 11, 12 . . . . $m-2$ . . . . . $2m+2$ . . . . $4m-6$.

Serie de' numeri delle Combinazioni.

(C) 1, 1, 2, 3, 5, 6 . . . .

$$\frac{2n^3+24n^2+81n+68}{9\cdot 32}-\frac{\overline{n-4}(-1)^{n-2}}{32}-\frac{\left((\sqrt{-1})^{n-2}-(-\sqrt{-1})^{n-2}\right)}{16\sqrt{-1}}-\frac{\left(\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^{n-2}-\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^{n-2}\right)}{9\sqrt{-3}}$$

Serie delle fottrazioni.

(D) 1, 2, 4, 7 . . . .

$$\frac{4n'^3+30n'^2+60n'+25}{9\cdot 16}-\frac{(-1)^{n'-2}}{16}-\frac{\left(\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^{n'-2}-\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^{n'-2}\right)}{9\sqrt{-3}}$$

Primo variante nella ferie (C), quando $n=m-2$

Somma analoga al primo variante nella ferie (B) $m+7$.

Numero maffimo di combinazioni nella ferie (C) quando $n=2m-7$.

Termine analogo a quefto numero maffimo nella ferie (D) quando $n'=m-4$.

Somma analoga a quefti due ultimi nella ferie (B) $2m+2$.

Generalmente chiamata s qualunque fomma, è $n=s-9$, e $n'=n-m+3$, ovvero $n=s-m-6$, che per aver luogo, dev' effere pofitivo.

Finalmente $s=4m+4-S$, pofto che fia S una delle fomme al di là di quella del maffimo numero di combinazioni, e s la fomma, che fi combina egualmente nella parte anteriore della ferie (B).

XI. Anche ne' termini generali delle due ferie (C) (D) del prefente Problema le fole radici dell' unità o pofitiva o negativa fono quelle quantità, che fi debbono innalzare alle podeftà $n-2$, $n'-2$, perchè $\sqrt{-1}$, e $-\sqrt{-1}$ fono le due radici quadratiche dell' unità negativa, e gli altri binomj $\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$, $\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$ fono le due radici cubiche immaginarie dell' unità pofitiva; onde fenza alcuna fatica di calcolo fi faprà affegnare i valori di quefte quantità elevate a qualunque podeftà intera, e non darà alcun

 fafti-

fastidio, che essa sia un numero quanto si voglia grande.

XII. Non pongo alcun esempio particolare, perchè ciò che s'è detto negli altri Problemi può bastare per saper fare al caso il necessario uso delle nostre serie; ma noterò in vece tutte le combinazioni, che corrispondono a ciascuna somma di quattro numeri della serie (A) nell'ipotesi che sia $m = 30$.

Somme	Numeri di combinazioni	Somme	Numeri di combinazioni
10	1	43	355
11	1	44	380
12	2	45	400
13	3	46	425
14	5	47	444
15	6	48	468
16	9	49	486
17	11	50	509
18	15	51	525
19	18	52	546
20	23	53	560
21	27	54	579
22	34	55	590
23	39	56	606
24	47	57	614
25	54	58	627
26	64	59	631
27	72	60	640
28	84	61	640
29	94	G 62	645 H
30	108	63	640
31	120	.	.
32	136	.	.
33	150	.	.
34	169	.	.
35	185	.	.
36	206	.	.
E 37	224 F	.	.
38	247	.	.
39	266	.	.
40	290	.	.
41	310	.	.
42	335	114	1

Ho prefisso la lettera E alla somma 37 della prima serie, per indicare che essa è quella somma a cui corrisponde il primo variante nella serie non alterata delle combinazioni: ed ho segnato colla lettera F il numero 224, che corrisponde nell'altra colonna alla somma 37 per denotare il primo termine de' numeri delle combinazioni che non osservano più la legge, con cui sono risultati i precedenti, perchè per ritrovarlo, si è dovuto cominciar l'uso della serie delle sottrazioni. La lettera G è posta al fianco della somma 62, che è quella del massimo nume-

numero di combinazioni, le quali son segnate nell' altra colonna col numero 645, che ha annessa la lettera H. I termini nella prima colonna dal numero 62 fino alla somma massima 114 hanno lo stesso numero di combinazioni, che hanno nella parte tra 10 e 62 i termini equidistanti da quest' ultimo numero, onde si sapranno assegnare le combinazioni competenti a ciascuna somma maggiore di 62 fino all' ultima 114, che non può averne che una.

XIII. Il numero totale di queste combinazioni sarà 27405, come si rileva dalla formola $\frac{m \cdot \overline{m-1} \cdot \overline{m-2} \cdot \overline{m-3}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$, la quale esprime il numero di tutte le quaderne, che si possono combinare coi termini della serie de' naturali fino a m, che abbiamo supposto 30 nella formazione delle due nostre colonne.

XIV. I tre Problemi che abbiamo sciolti, ci dispensano dalle indagini di ciò che accade, quando si assumano le ipotesi particolari di 5, 6, ec. numeri, che si prendano in somma, e ci danno sufficienti lumi per intraprendere la soluzione del Problema generalissimo, che assume un numero indeterminato di numeri sommati insieme. Sia dunque

PROBLEMA IV. GENERALE

Dato un certo numero di termini della serie aritmetica de' numeri naturali, trovare in quanti modi con qualunque numero di questi numeri sommati insieme, si possa formare qualunque delle possibili somme.

I. Tutta la difficoltà consiste nel trovare i moltiplicatori, per mezzo de' quali si ottengano i termini sì della ricorrente de' numeri delle combinazioni, come della serie da sottrarsi, quando entrano nella prima i varianti. Se io dunque presento un metodo facile, che in qualunque ipotesi mi renda noti questi moltiplicatori, potrò dire di aver sciolto facilmente e generalmente il Problema. A questo fine io ricordo ciò, che abbiam detto al N.° III. Probl. III., essere il grado delle ricorrenti delle combinazioni sempre eguale alle minime somme, le quali principiando dalla somma minima di due numeri, e poi passando alla minima di tre, di quattro, ec., costituiscono la serie $3, 6, 10, 15 \ldots\ldots \frac{N^2+N}{2}$, che è un' Algebraica di 2.° grado, il cui termine generale è $\frac{N^2+N}{2}$, essendo N il numero de' termini, che nella serie aritmetica $1, 2, 3, 4 \ldots\ldots m$ si vogliono sommare insieme. Ciò posto si finga questa equazione (I) $x^{\frac{N^2+N}{2}} - ux^{\frac{N^2+N}{2}-1} - tx^{\frac{N^2+N}{2}-2} \ldots\ldots\ldots\ldots - K = 0$, nella quale $u, t \ldots\ldots$ K rappresentino i moltiplicatori suddetti ma in guisa, che l' ultimo sia u, il penultimo t, e così di mano in mano fino al primo K. Questi essendo appunto tanti di numero, quanto è il grado $\frac{N^2+N}{2}$ della serie, cioè quanti sono i termini della equazione (I), cominciando però dal secondo $-ux^{\frac{N^2+N}{2}-1}$ fino al termine costante $-$ K, egli è certo, che ne' casi particolari ciascun moltiplicatore resterà impiegato a servire di coefficiente ai termini della stessa equazione.

II. Veggiamo ora, come si modifica l' equazione (I) nell' ipotesi del primo Problema. Ivi si prendono in somma due numeri della serie de' naturali. Dunque $N = 2$, e però essa diventa $x^3 - ux^2 - tx - K = 0$. Ma la ricorrente delle combinazioni appartenente al medesimo Problema aveva i tre moltiplicatori -1, 1, 1 (N.° XX. Probl. I.) onde nasce $K = -1$, $t = 1$, $u = 1$. Sostituiti perciò questi numeri nella superiore equazione avremo $x^3 - x^2 - x + 1 = 0$, alla quale daremo questa forma equivalente $\overline{x-1} \times \overline{x^2-1} = 0$.

III. Nel Probl. II. si prendono tre numeri in somma, e i sei moltiplicatori della

ricorrente delle combinazioni sono 1, -1, -1, 0, 1, 1, (N.° IV. Probl. II.) Fatto quindi $N=3$, $u=1$, $t=1$, ec. secondo l'ordine retrogrado che abbiamo prescritto, si trasformerà l'equazione (I) nella seguente $x^6-x^5-x^4+x^2+x-1=0$, che si può scrivere in quest' altro modo $\overline{x-1}\times\overline{x^2-1}\times\overline{x^3-1}=0$.

IV. L'ipotesi poi del Probl. III. vuole che quattro siano i numeri sommati, dal che risulta, che 10.° è il grado della serie delle combinazioni, e dieci i suoi moltiplicatori, i quali al N.° III. Probl. III. si troveranno essere -1, 1, 1, 0, 0, -2, 0, 0, 1, 1. Deesi dunque porre $N=4$, $u=1$, $t=1$ ec. col solito ordine nella generale (I), e nascerà $x^{10}-x^9-x^8+2x^5-x^2-x+1=0$, la quale esprimeremo equivalentemente così $\overline{x-1}\times\overline{x^2-1}\times\overline{x^3-1}\times\overline{x^4-1}=0$.

V. Dal considerare le equazioni dei Numeri II. III. IV. espresse dai fattori binomj, si rileverà la legge di questi fattori nella ipotesi che si debbano prendere in somma cinque, sei, ec. numeri nella serie de' naturali. E siccome in esse l'ultimo de' fattori ha la podestà della x eguale al numero de' numeri che si sommano insieme, generalmente chiamato N, l'induzione ci chiarirà, che la equazione de' fattori, in supposizione che si prendano in somma numero N di termini dovrà essere così rappresentata $\overline{x-1}\times\overline{x^2-1}\times\overline{x^3-1}\times\overline{x^4-1}\times\ldots\ldots\ldots\overline{x^N-1}=0$. Fatta la attuale moltiplicazione di tutti questi fattori, nascerà un' equazione di numero di termini eguale a $\frac{N^2+N}{2}$, detratto il primo, e quindi altrettanti saranno i moltiplicatori che servono a ritrovare i termini della serie delle combinazioni; e questi moltiplicatori ci verranno somministrati dai coefficienti della formata equazione, colla condizione che tutti questi coefficienti si prendano negativamente, e che si consideri l'ultimo termine costante per il primo moltiplicatore, il coefficiente del penultimo per il secondo, e così via via fino al coefficiente del secondo termine, che sarà l'ultimo moltiplicatore. Ricordiamoci in oltre, che le appendici dei tre sciolti Problemi per la serie delle combinazioni erano composte di un numero di termini zero differente di un' unità dal numero de' moltiplicatori, e concluderemo, che generalmente l'appendice di questa serie avrà numero di termini zero $=\frac{N^2+N}{2}-1$. Con questa appendice dunque, e col primo solo termine della medesima serie, il quale è sempre 1; perchè unica è sempre la combinazione della minima somma, sarà in poter nostro, servendoci de' noti moltiplicatori alla solita maniera, di determinare tutti i susseguenti suoi termini che corrispondono alle date somme.

VI. Questa regola però varrà fino al primo variante della serie esclusivamente, dove comincia l'uso dell' altra delle sottrazioni. Ora noi abbiamo veduto, che per la somma di due numeri la ricorrente da sottrarsi è di 2.° grado (N.° XXII. Probl. I.); per quella di tre numeri di 4.° grado (N.° VII. Probl. II.); e per quella di quattro di 7.° grado (N.° VI. Probl. III.); e se si volesse cercare quel che avviene nelle successive ipotesi di 5, 6, ec. numeri presi in somma, si troverebbe essere la serie delle sottrazioni per cinque di grado 11.°, per sei di grado 16.°, ec. Dunque la serie de' gradi, oppure de' moltiplicatori va con quest' ordine 2, 4, 7, 11, 16, ec.; ed è un' Algebraica di 2.° grado, il cui termine generale $\frac{N^2-N}{2}+1$ esprimerà il numero de' moltiplicatori, ovvero il grado della ricorrente da sottrarsi, quando si prendano in somma numero N di numeri. E siccome le appendici di questa serie delle sottrazioni ne' Problemi antecedenti costano di un numero di termini zero mancante di un' unità

nità da quello de' moltiplicatori, diremo, che, supposta la somma di N numeri, l'appendice della serie da sottrarsi avrà numero di zero $= \frac{N^2 - N}{2}$.

VII. Pongasi, come s'è fatto al N.° I., l'equazione $z^{\frac{N^2-N}{2}+1} - uz^{\frac{N^2-N}{2}} - tz^{\frac{N^2-N}{2}-1} \ldots - k = 0$ intendendo sempre, che i coefficienti u, $t \ldots\ldots k$ siano i moltiplicatori della serie delle sottrazioni, ma presi con ordine inverso. Noi proveremo alla stessa guisa del N.° I., tanti, escluso il primo, essere i termini di questa equazione, quanti sono i moltiplicatori, cioè quanto è il grado della serie da sottrarsi corrispondente alle fissate determinazioni. Il perchè ci fa d'uopo di rintracciare coll'ajuto degli altri Problemi, come possa essa esprimersi con equivalenza in una maniera, che ci faccia agevolmente conoscere, che cosa essa divenga per qualunque ipotesi che si assuma.

VIII. Abbiamo veduto al N.° XXII. Probl. I., che i moltiplicatori della serie delle sottrazioni sono -1, 2, i quali sostituiti in vece di t, u nella generale del N.° VII. ci presentano l'equazione $z^2 - 2z + 1 = 0$, la quale esprimeremo così $\overline{z-1} \times \overline{z-1} = 0$. Per le condizioni del Problema II. si sono trovati i quattro moltiplicatori della serie 1, -2, 0, 2 (N.° VII. Probl. II.), i quali posti in vece de' coefficienti della generale coll'ordine prescritto, fanno risultare l'equazione $z^4 - 2z^3 + 2z - 1 = 0$, che si può scrivere in quest'altra maniera $\overline{z-1} \times \overline{z-1} \times \overline{z^2-1} = 0$. Ove abbiansi poi le condizioni del Probl. III., i suoi sette moltiplicatori sono -1, 2, 0, -1, -1, 0, 2 (N.° VII. Probl. III.), coi quali si modifica la superiore ecumenica sì fattamente: $z^7 - 2z^6 + z^4 + z^3 - 2z + 1 = 0$, ovvero sott' altro aspetto $\overline{z-1} \times \overline{z-1} \times \overline{z^2-1} \times \overline{z^3-1} = 0$. Quindi si fa lucida la regola di queste equazioni, che servono all'indagine de' suddetti moltiplicatori per le altre ipotesi successive. Per esempio, quando si prendono in somma cinque numeri, la generale diventerà quella che nasce dal prodotto de' tre fattori $\overline{z-1} \times \overline{z-1} \times \overline{z^2-1} \times \overline{z^3-1} \times \overline{z^4-1} = 0$; quando sei, l'equazione nascerà dal prodotto de' sei fattori $\overline{z-1} \times \overline{z-1} \times \overline{z^2-1} \times \overline{z^3-1} \times \overline{z^4-1} \times \overline{z^5-1} = 0$. E generalmente quando si prendano in somma numeri N, avremo per corrispondente equazione quella che risulta da $\overline{z-1} \times \overline{z-1} \times \overline{z^2-1} \times \overline{z^3-1} \times \ldots \overline{z^{N-1} - 1} = 0$. Colla base poi della serie da sottrarsi composta di termini $= 0$ in numero $\frac{N^2 - N}{2}$, e del primo termine, che è sempre 1 in tutte le supposizioni, ci verrà fatto, impiegando i già noti moltiplicatori, di trovare i termini tutti della serie delle sottrazioni.

IX. Data la regola generale per la determinazione de' moltiplicatori, e de' termini delle due ricorrenti, ci riman di sapere, quando cominci a turbarsi la legge delle serie in quella delle combinazioni, perchè abbiasi ad ammettere l'altra delle sottrazioni; vale a dire, ci resta a trovare la sede del primo variante, e poi quella de' termini analoghi alla somma che si combina in più maniere delle altre.

X. Cominciamo dal considerare la serie delle somme, e l'analogia sia sempre la nostra guida. Quando due erano i numeri, che si sommavano, la somma minima era $1 + 2 = 3$, e la somma massima $m + m - 1 = 2m - 1$. Quando tre, la somma minima era $1 + 2 + 3 = 6$, e la massima $m + m - 1 + m - 2 = 3m - 3$. Quando quattro, si aveva per somma

m ni-

minima $1+2+3+4=10$, e per massima $m+n-1+n-2+n-3=4m-6$. La serie dunque delle minime somme secondo le diverse ipotesi è questa 3, 6, 10, 15 fino al termine generale $\frac{N^2+N}{2}$, e la serie delle somme massime è quest' altra $2m-1$, $3m-3$, $4m-6$ fino al termine generale $Nm-\frac{N^2+N}{2}$. Dal che si inferisce che la serie delle somme nella supposizione che si vogliano sommati insieme numeri N sarà la seguente; $\frac{N^2+N}{2}$, $\frac{N^2+N}{2}+1$, $\frac{N^2+N}{2}+2$ fino alla somma massima $Nm-\frac{N^2+N}{2}$.

XI. Vengo ora a determinare la prima somma, che altera la legge de' numeri delle combinazioni. Nel primo Problema s' è veduto, che al primo variante nella serie delle combinazioni compete la somma $m+2$, che risulta dall' aggregato del termine prossimamente maggiore di m, cioè del termine $m+1$, e del primo termine 1 nella serie de' naturali (N.° XIV. Probl. I.) Parimente per aver la somma $m+4$ del primo variante nel secondo Problema, bisognava sommare $m+1$ coi numeri 1, 2 (N.° V. Probl. II.). E finalmente la somma del primo variante nel terzo Problema nasceva dal combinare $m+1$ coi numeri 1, 2, 3 (N.° V. Probl. III.). Onde si può dire in genere, che la somma corrispettiva al primo variante vien formata dal termine $m+1$ aggiunto ai termini che insieme uniti fanno la somma minima, senza però comprender l' ultimo de' componenti di questa somma. Quindi sarà vero, che il primo variante, per il Problema presente, corrisponderà alla somma che nasce dall' unire $m+1$ con $1+2+3+4 \ldots . N-1$. Ma $1+2+3+4 \ldots \ldots . N-1=\frac{N^2-N}{2}$. Dunque sarà questa somma $= m+1+\frac{N^2-N}{2}$.

XII. Sarà quindi facile il conoscere la sede di questo variante nella serie delle combinazioni. Fatta la riflessione, che tante sono le somme, quanti sono i termini della anzidetta serie, e che per conseguenza l' indice n de' termini di questa è anche l' indice de' termini della serie delle somme $\frac{N^2+N}{2}$, $\frac{N^2+N}{2}+1$, $\frac{N^2+N}{2}+2$ ec. (N.° X.) il cui termine generale sarà perciò $\frac{N^2+N}{2}+n-1$, s'istituisca l'equazione $\frac{N^2+N}{2}+n-1=m+1+\frac{N^2-N}{2}$, e risulterà $n=m+2-N$. Al numero dunque di termini $m+2-N$ nella serie delle combinazioni avremo quello che principia a recedere dalla legge con cui sono nati i precedenti, e domanda l' uso della serie delle sottrazioni.

XIII. Rappresenti ora n' la sede o il numero de' termini nella serie da sottrarsi. Poichè (N.° XII.) la regola di quella delle combinazioni resta invariata fino al termine $m+1-N$, che è l' immediatamente inferiore al primo variante $m+2-N$, egli è evidente che sarà sempre $n'=n-m-1+N$, onde si renderà noto, qual termine della serie da sottrarsi corrisponda a qualunque termine dell' altra serie, ben inteso però, che qualora $n-m-1+N$ sia o zero, o quantità negativa, vuol dire, che realmente la sottrazione non ha potuto ancora aver luogo.

XIV. Rivolgiamoci ora a quella somma, che ha il massimo numero di combinazioni, la quale, per ciò che s' è detto ne' superiori Problemi, sarà eguale alla metà dell' aggregato della massima e della minima somma. E però essendo la somma massima $Nm-\frac{N^2+N}{2}$, e la minima $\frac{N^2+N}{2}$ (N.° X.), risulterà quella del massimo numero di combinazioni $= \frac{N \times m+1}{2}$. Non si trascuri di notare, siccome altrove abbiam fatto, che secondo

condo i valori di N, m, questa somma può essere un numero intero, ed anche una frazione. In quest' ultimo caso i due termini interi, uno de' quali sia prossimamente maggiore, l' altro prossimamente minore della suddetta frazione, avranno per corrispondente il massimo numero nella serie delle combinazioni.

XV. Se piaccia di sapere in qual sede sia collocato questo massimo numero, ciò si otterrà agevolmente coll' eguagliare a questa il termine generale delle somme, cioè facendo $u - 1 + \frac{N^2+N}{2} = \frac{Nm+N}{2}$; dalla quale equazione si ricava $n = -\frac{N^2+Nm}{2} + 1$ sede del massimo numero nella serie delle combinazioni, quando sia $\frac{-N+Nm}{2}$ numero intero; e quando sia fratto, gl' interi maggiore e minore prossimamente aggiunti all' unità daranno le due sedi de' massimi ed eguali numeri di combinazioni. E perchè generalmente $n' = n - m - 1 + N$ (N.° XIII.), se in vece di n si sostituisce il suddetto valore, avremo $n' = \frac{-N^2+Nm}{2} + 1 - m - 1 + N = \frac{\overline{N-2}\times\overline{m-N}}{2}$, che indicherà la sede del termine nella serie da sottrarsi, il quale va levato dal termine di massimo numero nell' altra serie, sopra di che si discorra, come sopra abbiam fatto, ove accada che $\frac{\overline{N-2}\times\overline{m-N}}{2}$ non sia un numero intero.

XVI. Anzi, data qualunque somma s, si assegnerà subito la sua sede nelle due serie coll' equazione $n - 1 + \frac{N^2+N}{2} = s$, che dà $n = s + 1 - \frac{N^2-N}{2}$, indice del termine analogo alla somma s nella serie delle combinazioni. Indi nella formola $n' = n - m - 1 + N$, posto in vece di n il suo valore testè trovato, avremo $n' = s - m - \frac{N^2+N}{2}$, sede del corrispondente alla somma s nella serie delle sottrazioni.

XVII. Arrivati che siamo nelle tre serie alla somma di massimo numero di combinazioni, e ai termini analoghi nelle altre due, non è necessario spinger più oltre l' indagine, perchè abbiamo già esaurita tutta la parte ascendente della serie delle combinazioni. Mentre, divisa la serie delle somme in due parti, una delle quali comprenda i termini dalla somma minima fino a quella che ha il massimo numero di combinazioni, l' altra tutti i rimanenti fino alla somma ultima, noi sappiamo che i termini nell' una parte e nell' altra equidistanti dalla somma di massimo numero di combinazioni si combinano in egual numero di modi. Dal che chiaro apparisce, che la serie delle combinazioni si può dividere comodamente in due parti: la prima, che io chiamo ascendente e va dal primo termine fino a quello che presenta il massimo numero della serie; l' altra, che chiamo discendente, ed abbraccia tutti i susseguenti; e che questa parte discendente, sarà la medesima che la ascendente, ma con ordine inverso, cosicchè il primo termine e l' ultimo della serie siano eguali tra loro; eguali parimente il secondo e il penultimo, e così degli altri analoghi si ragioni. Dunque non fa di mestieri l' investigare più oltre di quello che abbiamo fatto; e per avere l' intera serie delle combinazioni, basterà solo determinare i numeri di esso fino a quello che è il massimo, e poi replicare inversamente la medesima serie fino al fine.

XVIII. Al caso particolare di una data somma S, che corrisponda alla parte discendente della serie delle combinazioni, se si cerca la somma s nella ascendente, che si combini in egual numero di modi, conviene avvertire, che la somma di massimo numero di combinazioni sarà un medio aritmetico tra le due s, S, dal che nascerà l' equazione

$s+S = N \times \overline{m+1}$, ovvero $s = N \times \overline{m+1} - S$. Questa somma sarà analoga a un termine nella parte ascendente della serie delle combinazioni, il cui valore già noto esibisce il numero di combinazioni, che competono alla somma S.

XIX. Raccolgo in questo paragrafo tutto ciò, che nei superiori abbiamo trovato degno d'essere singolarmente notato; ma quanto alle serie delle combinazioni e delle sottrazioni, io non indico, che i luoghi, dove sono stato solito di collocarle ne' precedenti Problemi, non essendo omai più ignoto, come esse si formino per qualunque numero di numeri, che si vogliano pigliare in somma.

Serie de' numeri naturali.

(A) 1, 2, 3, 4 . . . . m

Serie delle somme.

(B) $\frac{N^2+N}{2}$, $\frac{N^2+N}{2}+1$, $\frac{N^2+N}{2}+2$ . . . . $m+1+\frac{N^2-N}{2}$ . . . . $\frac{N \times \overline{m+1}}{2}$ . . . . . . $Nm - \frac{N^2+N}{2}$

Luogo della serie delle combinazioni.

(C) 1 . . . .

Luogo della serie delle sottrazioni.

(D) 1 . . . .

Primo variante nella serie (C), quando l'indice de' termini di questa serie $n = m+2-N$.

Somma nella serie (B) analoga a questo primo variante, $m+1+\frac{N^2-N}{2}$

Numero massimo di combinazioni nella serie (C), quando $n = -\frac{N^2+Nm}{2}+1$

Termine analogo a questo numero nella serie (D), quando il suo indice $n' = \frac{\overline{N-2} \times \overline{m-N}}{2}$.

Somma analoga a questi due ultimi nella serie (B) $\frac{N \times \overline{m+1}}{2}$

Grado della serie (C) ovvero numero de' suoi moltiplicatori $\frac{N^2+N}{2}$

Numero di termini zero, che formano la sua appendice, $\frac{N^2+N}{2}-1$

Grado della serie (D), o numero de' suoi moltiplicatori, $\frac{N^2-N}{2}+1$

Numero di termini zero che formano la sua appendice, $\frac{N^2-N}{2}$

Generalmente, chiamata s qualunque somma, è $n = s+1\frac{-N^2-N}{2}$; e $n' = s-m\frac{-N^2+N}{2}$

Finalmente $s = N \times \overline{m+1} - S$, quando sia S una delle somme che oltrepassano quella del massimo numero di combinazioni, e s la somma che si combina egualmente nella parte anteriore della serie (B).

XX. Applichiamo queste regole generali a qualche caso particolare, e supponiamo, che si debbano prendere in somma cinque numeri della serie (A), che va fino a 90. Sarà dunque $N = 5$, $m = 90$; la somma minima $\frac{N^2+N}{2} = 15$; la massima $Nm - \frac{N^2+N}{2} = 440$: la somma $\frac{N \times \overline{m+1}}{2}$, alla quale corrisponde nella serie (C) il massimo numero di combinazioni, diventa $\frac{5 \cdot 91}{2} = \frac{455}{2}$, che è una frazione. Dunque i numeri di somma $\frac{454}{2}$, $\frac{456}{2}$, cioè 227, 228 avranno numero eguale di combinazioni, e questo sarà il massimo della serie. Finalmente la somma $m+1+\frac{N^2-N}{2}$ analoga al primo variante diventa 101, dove comincia l'uso della serie (D).

XXI.

XXI. La equazione, che dà i moltiplicatori per la formazione della ſerie (C), è la ſeguente $\overline{x-1}\times\overline{x^2-1}\times\overline{x^3-1}\times\overline{x^4-1}\times\overline{x^5-1}=0$, ovvero, fatto l' attuale prodotto di queſti cinque fattori, $x^{15}-x^{14}-x^{13}+*+*+x^{10}+x^9+x^8-x^7-x^6-x^5+*+*+x^2+x-1=0$, in cui gli aſteriſci, che ho poſto, dove mancano i termini, indicano, che i coefficienti di que' termini mancanti ſono zero. Ecco perciò i quindici moltiplicatori preſi con ordine inverſo; e col ſegno mutato; 1, — 1, — 1, 0, 0, 1, 1, 1, — 1, — 1, — 1, 0, 0, 1, 1, i quali nella baſe della ſerie (C) composta dell' appendice di quattordici termini zero, e del primo 1, adoperati colla ſolita regola, ci daranno i veri numeri delle combinazioni per ogni ſomma minore di 101.

XXII. Per queſta ſomma poi 101 comincia a entrare in campo la ſerie (D) (N.° X.), i cui moltiplicatori ſono i coefficienti preſi negativamente dell' equazione $\overline{z-1}\times\overline{z-1}\times\overline{z^2-1}\times\overline{z^3-1}\times\overline{z^4-1}=0$, oſſia $z^{11}-2z^{10}+*+z^8+*+2z^6-2z^5+*-z^3+*+2z-1=0$; e quindi, ſignificando gli aſteriſci lo ſteſſo che al N.° XXI., gli undici moltiplicatori per la ſerie (D) ſaranno 1, — 2, 0, 1, 0, 2, — 2, 0, — 1, 0, 2. Coll' ajuto loro, fiſſata la baſe di queſta ſerie, che è l' appendice di dieci termini zero, e il primo termine 1, ſi troveranno tutti gli altri termini. Eſſi vanno ſottratti dagli analoghi nell' altra ſerie, che ſervono alla ſomma 101, e a tutte le altre in ſeguito fino alla ſomma 227 del maſſimo numero di combinazioni, ed i reſidui ſaranno i veri numeri delle combinazioni per quelle ſomme.

XXIII. Noi potremo dunque con molta facilità erigere la colonna de' numeri delle combinazioni, che corriſpondono all' altra colonna delle ſomme, ſapendoſi già, come ſi dee procedere per la parte diſcendente della ſerie delle combinazioni, i cui termini ſono correſpettivi a quelle ſomme che da 227 creſcono fino alla maſſima 440; e per tal modo ſarà ſciolto compiutamente il Problema.

XXIV. Egli mi cade in acconcio di dire, che ne' Lotti di Roma e di Napoli, oltre gli altri giuochi che ſi fanno, ſi potrebbe aggiugnervi ancora quel delle ſomme. de' cinque numeri eſtratti; la qual coſa ſarebbe una varietà, che darebbe moto a un maggior numero di giocatori, i quali reſterebbero allettati da groſſi premj, che, col medeſimo profitto pel Principe degli Ambi e de' Terni, ſi potrebbero aſſegnare a molte ſomme in corriſpoſta di aſſai piccole contribuzioni. Ma ciò ſia ſol detto per incidenza: e paſſiamo intanto a conſiderare, come delle due noſtre ſerie (C), (D) ritrovar ſi poſſano i termini generali, per mezzo de' quali è lecito di ſaper ſubito, data una ſomma, qual numero di combinazioni le appartenga, ſenza che ſia neceſſario per ciò di formare l' intera ſerie, alla qual coſa ci obbliga il metodo de' moltiplicatori.

XXV. Poichè le equazioni, che ci fanno conoſcere i moltiplicatori delle due ſerie (C) (D) ſono $\overline{x-1}\times\overline{x^2-1}\times\overline{x^3-1}\times\ldots\ldots\overline{x^N-1}=0$; $\overline{z-1}\times\overline{z-1}\times\overline{z^2-1}\times\overline{z^3-1}\times\ldots\ldots\overline{z^{N-1}-1}=0$ (Numeri V., VIII.), chi è pratico della Teorìa delle ſerie ricorrenti, non può ignorare, che le radici di tutti queſti fattori ſervono a dare la vera forma ai termini generali delle ſuddette ſerie. Ma le radici di queſti fattori non ſono altro che le radici dell' unità elevata al 1.° 2.° 3.° ec. fino al grado $N^{eſimo}$ per la prima equazione, e fino al grado $\overline{N-1}^{\,eſimo}$ per la ſeconda. Determineremo però queſte radici, ſenza mancare delle debite avvertenze, ove l' equazione ammetta più radici eguali; e formato il termine generale coi coeffi-

M 2 cien-

cienti indeterminati per ogni termine, e cogl' indici de' termini n per la prima, e n' per la seconda, converrà fare tanti confronti del medesimo termine generale modificato alle diverse ipotesi di n o di n' con tanti termini della serie, quanti sono necessarj perchè si abbia un numero d'equazioni eguale a quello de' coefficienti indeterminati, ond' essi riescan noti, e colla sostituzione de' lor valori presentino il vero termine generale della serie proposta.

XXVI. Ripigliamo, per esempio, il caso de' cinque numeri, che si debbono prendere in somma, nella quale ipotesi per la serie (C) ci risulta l'equazione $(x-1)\times(x^2-1)\times(x^3-1)\times(x^4-1)\times(x^5-1)=0$. Ognuno di questi fattori essendo divisibile per $x-1$, egli è certo, che avremo nell' equazione cinque radici eguali all' unità; e quindi essa si potrà così esprimere $(x-1)^5\times(x+1)\times(x^2+x+1)\times(x^3+x^2+x+1)\times(x^4+x^3+x^2+x+1)=0$. Si faccia di più la riflessione, che il fattore x^3+x^2+x+1 è divisibile per $x+1$, onde nasce il quoto x^2+1; sicchè l'equazione potrà essere ancora così scritta $(x-1)^5\times(x+1)^2\times(x^2+x+1)\times(x^2+1)\times(x^4+x^3+x^2+x+1)=0$. I due primi fattori ci presentano, il primo cinque radici $=1$, e due radici $=-1$ il secondo; il terzo fattore ha le due radici disuguali $=\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}$, $=\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}$, che per brevità chiamo A, B; il quarto le due disuguali $\sqrt{-1}$, $-\sqrt{-1}$; e finalmente il quinto le quattro radici disuguali $=\frac{-1+\sqrt{5}+\sqrt{-10-2\sqrt{5}}}{4}$; $=\frac{-1+\sqrt{5}-\sqrt{-10-2\sqrt{5}}}{4}$; $=\frac{-1-\sqrt{5}+\sqrt{-10+2\sqrt{5}}}{4}$; $=\frac{-1-\sqrt{5}-\sqrt{-10+2\sqrt{5}}}{4}$; che chiamo C, D, E, F. Ecco perciò la formola del termine generale della serie (C) adattato alla presente ipotesi. $an^4+bn^3+cn^2+dn+e+(fn+g)\times(-1)^n+b(\sqrt{-1})^n+i(-\sqrt{-1})^n+oA^n+pB^n+qC^n+rD^n+tE^n+uF^n$, in cui le specie a, b, c, ec. fino all' ultima u sono i quindici coefficienti indeterminati.

XXVII. Posto $n=1$, il suddetto termine generale non deve essere che 1, perchè unica è la combinazione della minima somma di cinque numeri, onde proviene una delle quindici equazioni, di cui abbisogniamo per la determinazione de' coefficienti. Considerando poi che la nostra serie ha quattordici termini di appendice, ciascun de' quali è zero, senza indagare altri termini successivi al primo 1, noi potremo andar in dietro, e fare $n=0$, poi $n=-1$, indi $n=-2$, ec. fino a $n=-13$, ed eguagliar sempre a zero il termine generale, che si modifica secondo queste diverse ipotesi, che assumiamo. Con ciò risulteranno le quindici equazioni, le quali ci occorrono per la determinazione di tutte le specie a, b, c, ec., e il termine generale cercato sarà

$$\frac{30n^4+780n^3+6780n^2+22230n+20831}{25\cdot27\cdot128}+\frac{(2n+13)\times(-1)^{n-1}}{128}+\frac{(1-\sqrt{-1})\times(\sqrt{-1})^{n-1}}{32}+\frac{(1+\sqrt{-1})\times(-\sqrt{-1})^{n-1}}{32}+\frac{A^{n-1}+B^{n-1}}{27}+\frac{C^{n-1}+D^{n-1}+E^{n-1}+F^{n-1}}{25}$$

XXVIII.

XXVIII. Similmente il termine generale della ſerie (D) ſi ottiene coll' ajuto dell' equazione $\overline{z-1}\times\overline{z-1}\times\overline{z^2-1}\times\overline{z^3-1}\times\overline{z^4-1}=0$, la quale può ricevere queſta forma $\overline{z-1}^5\times\overline{z+1}^2\times\overline{z^2+1}\times\overline{z^2+z+1}=0$, ſulla quale ragionando ſiccome abbiamo fatto al N.° XXVI., e facendo n' l' indice de' termini, potremo eſibire la forma del termine generale di queſta ſerie, che ſarà la ſeguente.

$$\overline{an'^4+bn'^3+cn'^3+dn'+e+fn+g}\times(-1)^{n'}+b(\sqrt{-1})^{n'}+i(-\sqrt{-1})^{n'}+lA^{n'}$$
$$+pB^{n'}$$

, in cui abbiamo undici coefficienti indeterminati, per ritrovare i quali ſi richiedono undici confronti coi termini della ſteſſa ſerie. Ma abbiamo già notato, che il primo termine della ſerie è 1, e che eſſa ha un' appendice di dieci zero. Laonde fatto nel termine generale ſucceſſivamente $n'=1$, $n'=0$, $n=-1$ ec. fino a $n'=-9$; e nel primo caſo eguagliato il riſultato del termine generale a 1, negli altri caſi a zero, ci naſceranno undici equazioni, per mezzo delle quali reſteranno note tutte le ſpecie a, b, c, ec., i cui valori ſoſtituiti ai loro luoghi, ci eſibiranno il vero termine generale della ſerie che troveremo $=$

$$\frac{6n'^4+108n'^3+636n'^2+1350n'+715}{27\cdot128}-\frac{\overline{-1+\sqrt{-1}}\times(\sqrt{-1})^{n'}}{32}-\frac{\overline{1-\sqrt{-1}}\times(-\sqrt{-1})^{n'}}{32}-\frac{\overline{2n-9}\times(-1)^{n'}}{128}-\frac{A^{n'}-B^{n'}}{27}.$$

XXIX. Potrebbe parere ad alcuno che l' eſpoſto metodo di trovar le ſerie per mezzo dei termini generali non ſi poſſa ſempre mettere in pratica, atteſo che in eſſo ſi ſuppongono note le radici dell' unità elevata a qualunque podeſtà intera. Ora non avendo gli Analiſti riſoluto ancora nelle ſue radici il binomio x^N-1 ſe non colla condizione di alcuni valori, e queſti ben pochi, che ſi diano all' eſponente N; qualora il valore di N non cada ſotto le regole conoſciute, ſembra che ci debba mancare il metodo, e che ſia perciò neceſſario di ricorrere all' altra regola de' moltiplicatori. Ma l' indole delle radici dell' unità in genere combinata con quella delle noſtre ſerie ſervirà a ſgombrare dall' animo qualunque dubbio, e a verificare che ſi potrà aver ſempre l' intento anche col termine generale, ſebbene ſiano incognite le radici dell' unità che contiene. Riflettiamo prima di tutto, che il binomio $x^N-1=0$ è certamente diviſibile per $x-1=0$, onde haſſi $x=1$, cioè una delle radici di numero N coſtituenti lo ſteſſo binomio $x^N-1=0$. Queſto ſi divida attualmente per $x-1$; dal che naſce il quoziente $x^{N-1}+x^{N-2}+x^{N-3}\ldots+1=0$, che ha numero $N-1$ di radici, le quali devono eſſere eſpreſſe con altrettante ſpecie A, B, C, D, ec. fino all' ultima Z. Si avverta indi ciò, che è notiſſimo, che ciaſcuna di queſte radici elevata alle podeſtà 0, N, 2N, 3N, 4N, ec. ovvero $-N$, $-2N$, $-3N$, $-4N$, ec. fino a qualunque moltiplo intero poſitivo o negativo di N non fa altro che 1: di più, che ciaſcuna delle medeſime radici innalzata a podeſtà intere, ma inferiori o ſuperiori ai ſuddetti moltipli di N, diventa un' altra delle medeſime radici. Poi diremo, che eſſendo indeterminate le ſpecie A, B, C, D, ec. che le eſprimono, aſſunta una di eſſe, per eſempio A, ci ſarà lecito di fiſſare un' ipoteſi per le podeſtà di A inferiori a N, e da queſta ci verranno determinate tutte le altre. Supponiamo $A^2=B$, $A^3=C$, $A^4=D$

$A^4 = D$, ec. fino all' ultima $A^{N-1} = Z$. Dunque $B^2 = A^4 = D$, $B^3 = A^6$, cui corriſponderà un' altra radice ne' valori dell' aſſunta ipoteſi ec. Così pure $C^2 = A^6$, $C^3 = A^9$, ec. ſoſtituendo ſempre in vece delle podeſtà di A le radici equivalenti; e in ſimil modo ſi ragioni per le podeſtà delle altre fino a quelle dell' ultima Z.

XXX. Dopo queſta rifleſſione non ci daran più alcun faſtidio le podeſtà intere quantoſivoglia grandi, delle radici delle unità nei termini generali delle noſtre ſerie, ove per la determinazione de' coefficienti ignoti, che v' entrano, ſi debba fare ſucceſſivamente l'indice de' termini $n = 1$, $n = 0$, $n = -1$, $n = -2$, ec. Trovati poſcia collo ſcioglimento di altrettante equazioni lineari i valori di queſti coefficienti, queſti ci verran dati per le radici A, B, C, ec., e moltiplicati attualmente i valori di queſti coefficienti nelle quantità, cui ſono eſſi prefiſſi, noi non avremo nelle modificazioni del termine generale altro che moltipli o ſubmoltipli della ſomma di queſte radici, quando l' equazione $x^{N-1} + x^{N-2} \ldots\ldots + 1 = 0$ non ha alcun diviſore razionale; ma quando eſſa ne abbia, il che ſi può veder facilmente, potranno eſſer dati i valori particolari del termine generale anche per moltipli o ſubmoltipli di tante di quelle radici, quante ſi ritrovano in ciaſcuno de' fattori razionali. La ragione di ciò naſce dall' indole ſteſſa delle ſerie, che non ammettono ne' termini quantità ſorde, le quali neceſſariamente avrebber luogo, ſe il ſuddetto termine generale adattato alle diverſe ipoteſi di $n = 1$, $n = 0$, ec. non diveniſſe tal quale abbiam detto. Ma il valore della ſomma totale, ovvero delle ſomme parziali di queſte radici ſi rende noto dal coefficiente del ſecondo termine dell' equazione $x^{N-1} \ldots\ldots + 1 = 0$, oppure dai coefficienti de' ſecondi termini de' fattori razionali coſtituenti la predetta equazione, come ſa ogni Algebriſta. Dunque, ancorchè rimangan incognite le radici A, B, C, ec., riuſcendo però cognite o la ſomma totale o le ſomme parziali, noi potremo nei valori del termine generale ſoſtituire i numeri riſultanti, e preſentare con ciò qualunque termine della ſerie.

XXXI. Per dichiarar meglio la coſa, prendiamo un eſempio dal Problema II. a cui ſpetta l'equazione $\overline{x-1} \times \overline{x^2-1} \times \overline{x^3-1} = 0$. Laſciati da parte i due primi fattori, le cui radici non ſanno difficoltà, perchè ſono razionali, conſideriamo ſol quelle del terzo fattore $x^3 - 1$. A buon conto diviſo queſto per $x - 1$ ci produce di quoziente $x^2 + x + 1 = 0$, che non è diviſibile ulteriormente. Si chiamino A, B le ſue radici, e la loro ſomma ſarà eguale al coefficiente del ſecondo termine dell' equazione $x^2 + x + 1 = 0$, ma preſa negativamente, cioè $= -1$.

Avremo in oltre $A^2 = B$, $A^3 = 1$, $B^2 = A$, $B^3 = 1$, e quindi ſapremo a qual radice equivalga A^4, A^5, ec., come anche B^4, B^5, ec. Eſibita poi la vera forma del termine generale, certamente vi ſaranno in eſſo i due termini $pA^n + qB^n$, ne' quali p, q ſono due de' ſuoi coefficienti indeterminati; e dalla riſoluzione delle equazioni neceſſarie per la determinazione di tutti i coefficienti ſi troverà $p = \frac{1}{9A}$, $q = \frac{1}{9B}$; e però $pA^n + qB^n$ diventerà $\frac{A^{n-1} + B^{n-1}}{9}$. Sia ora $n = 1$; ed avremo per queſto caſo $\frac{A^0 + B^0}{9} = \frac{2}{9}$. Sia $n = 3$, e ſarà $\frac{A^{n-1} + B^{n-1}}{9} = \frac{A^2 + B^2}{9} = \frac{B + A}{9}$, ed ecco la ſomma delle radici $= -1$, onde naſce $\frac{A+B}{9} = \frac{-1}{9}$. Qualunque valore in ſeguito ſi dia a n, ſempre o ciaſcun termine del numeratote ſarà 1, o avremo nel numeratore la ſomma delle due radici, che ci è già

è già nota, febbene non fi fappia il valor precifo di ciafcuna di effe. Anche offervando il termine generale della ferie (C) per quefto Problema (N.° X. Probl. II.), fi vedrà, che il binomio continente le due radici forde è quefto

$$\frac{\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^{n-1} + \left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^{n-1}}{9},$$

cioè $\frac{A^{n-1}+B^{n-1}}{9}$, qualora A, B efprimano le due radici immaginarie dell' unità cubica.

XXXII. Parimente nel termine generale del Probl. III. ridurremo i termini irrazionali

$$-\frac{\left((\sqrt{-1})^{n-2}-(-\sqrt{-1})^{n-2}\right)}{16\sqrt{-1}} - \frac{\left(\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^{n-2}-\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^{n-2}\right)}{9\sqrt{-3}}$$

(N.° IX. Probl. III.) a fomme d' unità o a fomme di radici, febben paja che v' entrino piuttofto le differenze che le fomme. Cominciamo dal primo binomio, e moltiplichiamo il numeratore e il denominatore per $\sqrt{-1}$; e nafcerà —

$$\frac{\left(\sqrt{-1}(\sqrt{-1})^{n-2}-\sqrt{-1}(-\sqrt{-1})^{n-2}\right)}{-16};$$

ovvero in frazione equivalente

$\frac{(\sqrt{-1})^{n-1}+(-\sqrt{-1})^{n-1}}{16}$ il cui numeratore fecondo i valori di n, farà o 2 unità, o la fomma delle radici comprefe dal fattore x^2+1, la qual fomma, perchè nel fattore manca il fecondo termine, fi rileva effer zero. Quanto al fecondo binomio, chiamate come fopra A, B le due radici cubiche, potrà effo effere così efpofto $-\frac{A^{n-2}+B^{n-2}}{9 \cdot \overline{A-B}}$. Il dividendo e il divifore fi moltiplichino per $A-B$; ed avremo la frazione fuddetta

$$= \frac{-A^{n-1}-B^{n-1}+AB^{n-2}+BA^{n-2}}{9 \times \overline{A^2-2AB+B^2}}.$$

Ma $A^2 = B$, onde viene $AB = A^3 = 1$; $B^2 = A$, e però $AB^{n-2} = AB \times B^{n-3} = B^n$; e parimente $BA^{n-2} = AB \times A^{n-3} = A^n$. Dunque colle foftituzioni avremo il fecondo binomio

$= \frac{-A^n-B^n+A^{n-1}+B^{n-1}}{27}$ che ne' valori particolari di n non dà nè pei due primi, nè per gli altri due termini del numeratore che o 2 unità, o la fomma delle due radici. E a fimili rifultati collo fteffo raziocinio ridurremo tutte le parti forde, che s' infinuano ne' termini generali del Probl. III. e di qualunque altro analogo a quelli che abbiamo fciolto.

XXXIII. Noi darem fine a quefto piccol trattato con un avvertimento; ed è, che, quando fi voglia formare l' intera ferie delle combinazioni, farà util configlio il trovare i termini della ferie non alterata delle combinazioni, e della ferie da fottrarfi col fuffidio de' moltiplicatori, fenza fervirfi dell'altro metodo de' termini generali, perchè il primo calcolo è affai corto e facile, laddove l'altro riefce alquanto laboriofo maffimamente ne' numeri alti, fe fi vuol far ufo de' termini generali. A quefti però bifogna ricorrere, quando non piaccia far tutta la ferie delle combinazioni, e folo s' abbia voglia di fapere, quante combinazioni corrifpondano ad una data fomma.

SUO-

SUONO FALSO

ARTICOLO *del Sig. Conte Giordano Riccati Trivigiano.*

I. FALSO (SUONO) *Acustica*. Non mi è giammai pervenuto a notizia, che da verun Autore sia stata posta in chiaro la vera ed intima proprietà, mercè la quale parecchi suoni si giudicano falsi dal nostro orecchio. Si potrebbe sospettare, che il Suono Falso traesse l'origine da un aggregato di suoni dissonanti: ma fatta la riflessione, che con parallelepipedi o con cilindri si formano degli stromenti grati all'udito, e che per esempio un cilindro rende un aggregato di suoni assai dissonante, si cavi la conseguenza, che da una tale unione di suoni non dipende la natura del Suono Falso. I suoni d'un cilindro s'accostano alle ragioni 9 : 25, 9 : 49, 9 : 81, 9 : 121, 9 : 169, ec., dalle quali non calano i suoni acuti, salvochè per la metà crescente del Comma 80 : 81. E qui, giacchè mi si presenta l'occasione, non voglio lasciar di riflettere quanto sia falso il supposto di M. Rameau, che tutti i corpi sonori producano l'aggregato di suoni espresso dai numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6, e quanto conseguentemente sia debole il fondamento, sul quale appoggia l'accordo per Terza maggiore. Quantunque i suoni tutti d'un cilindro sien mutuamente dissonanti, nulladimeno ogni suono è giusto, e giusta parimente la loro unione, nella quale il suono più grave predomina e copre gli altri.

II. Egli è necessario adunque da sorgente diversa derivare l'origine del Suono Falso. Maneggiando il problema delle vibrazioni delle corde inegualmente grosse, mi è riuscito di scoprire l'importante verità, che si danno moltissime corde, che non possono vibrarsi colla legge di un pendolo a cicloide, impiegando nelle successive vibrazioni sempre un tempo costante. Tali sono quelle corde, la cui varia grossezza non è regolata da una legge costante. Una di sì fatte corde adunque non può vibrarsi isocrona, ma dentro certi limiti fa transito dal grave all'acuto, e dall'acuto al grave. Se una corda può vibrarsi colla legge d'un pendolo cicloidale, prende una di quelle figure, ch'*equilibrate* soglio chiamare; perchè le forze accelerano o ritardano soltanto quelle particole a cui sono applicate, nè si dà comunicazione di moto da una particola all'altra. Le corde inegualmente grosse, di cui parliamo, sono sempre sbilanciate, ed il moto passa continuamente da particola a particola, senza che possano giammai pervenire ad una equilibrata figura. Da ciò procede l'ineguale durata delle loro vibrazioni, e l'incerto suono che rendono. Con una corda, il cui suono è giusto, se tento di porne all'unisono un'altra che produce un suon falso (e tali sono frequentemente le corde di minugia) non otterrò mai perfettamente l'intento, sembrandomi la seconda ora unisona colla prima, ora più grave, ed ora più acuta; segno evidente del suo tuono incostante. Or ecco messa in chiaro l'idea giusta del Suono Falso. Quel corpo sonoro produce un suono falso, le cui vibrazioni non sono isocrone, ma stando fra determinati confini, con una perpetua vicenda passano dal grave all'acuto, e dall'acuto al grave.

III. Non voglio tralasciar di notare, sembrarmi probabilissimo, che l'avero

o il

o il non avere orecchio musico dipenda dalla struttura del nervo uditorio. Se un tal nervo è capace di oscillazioni isocrone, si vibra perfettamente unisono ai suoni esteriori, e concependoli l'anima con precisione, gli paragona insieme, ed intende l'armonia con diletto. Ma se il nervo mentovato non impiega nel fare le sue vibrazioni un tempo costante, in cambio di oscillare esattamente unisono al suoni esterni, porta all'anima dei suoni falsi, la quale perciò forma un'idea imperfetta dell'armonia, e poco o niun piacer ne raccoglie. Si conferma vie più la mia congettura osservando, che, se qualcuno sfornito d'orecchio musico vuol cantare all'unisono con un altro, non intuona mai giusto; perchè le voci del compagno vengono con alterazione trasferite all'anima dal sensorio.

IV. L'idea stabilita del suono falso riceverà maggior lume dal Problema, che tratta delle vibrazioni delle corde inegualmente grosse. Se la grossezza varia secondo una data legge, la corda può sempre vibrarsi isocrona. Non così succede, se la grossezza non soggiace alla medesima legge. Comincerò dalle prime corde, e poi dirò qualche cosa delle seconde.

Delle Vibrazioni delle Corde d'ineguale grossezza regolata da una legge costante.

Se per trovare i tempi, in cui le corde inegualmente grosse, di cui parliamo, fanno una vibrazione, si va in traccia delle curve, alle quali oscillando si adattano; s'incontrano infinite equazioni colle variabili talmente miste e confuse, che non riesce di separarle. Il moto trattorio ce ne somministrerebbe, è vero, la costruzione meccanica; ma da questa non si può dedurre col calcolo il valore della costante, la cui radice divisa per la radice della lunghezza del pendolo a secondi si eguaglia, come vedremo, al tempo d'una vibrazione delle corde predette. Per vederci più addentro nella materia, cerchiamo l'equazione della curva, a cui s'accomoda una corda di grossezza variabile, mentre si vibra.

V. Sia AA' (Fig. 1.) una corda di grossezza variabile; si domanda a qual curva $A\,E\,F\,E'\,A'$ oscillando si adatterà. Si chiamino $AA'=L$, $AH=x$, $HK=dx$, $HD=y$, la massima ordinata $CF=c$, il raggio osculatore $ID=IE=r$, e di più si esprima per M la massa della corda, per P la forza che la tende, e per f la forza, che sollecita la particola DE per la direzione EK. Si ponga l'elemento della curva $DE=ds$, e condotte le minime tangenti DP, EP, e compiuto il parallelogrammo PN, sappiamo per i canoni delle forze composte, che lo strumento P della corda ED sta alla forza f, che la spinge per la direzione PN, come $DP:PN$; ma $DP:PN::ID:DE$; dunque analiticamente $P:f::r:ds$, e perciò $f=\frac{Pds}{r}$ si è quella forza, che stimola la particola DE per la direzione PI, la quale coincide adequatamente colla direzione DH, supponendosi minima la saetta CF, e la curva AFA' pressochè parallela alla linea AA'. Per un tal motivo potendosi confondere ds con dx, avremo $f=\frac{Pdx}{r}$: ma prendendo dx costante, e supponendosi dy minima rispettivamente a dx, $r=\frac{dx^2}{-ddy}$; dunque $f=-\frac{Pddy}{dx}$.

La grossezza variabile della corda s'eguagli alla funzione φx dell'ascissa $AH=x$, ed il volume della particola HK pareggerà la grandezza $\varphi x \,.\, dx$. La sommatoria di questa formola, quando $x=AA'=L$, mi rende noto il volume, ch'io chiamo $V=\int\varphi x\,.\,dx$ della corda totale. Facciasi $V:\varphi x\,.\,dx::M:\frac{M\varphi x\,.\,dx}{V}$, ed il quarto termine dell'analogia ci dà la misura

 della

della maſſa ſpettante all' elemento DE della corda.

Dividendo la forza ſollecitante $f = -\frac{Pddy}{dx}$ per la detta maſſa, ne riſulta la forza acceleratrice $= \frac{Vf}{M\varphi x . dx} = \frac{-VPddy}{M\varphi x . dx^2}$, la quale, ſe tutti i punti della corda A E F E' A' hanno da pervenire nel medeſimo iſtante alla retta A A', dee ſtabilirſi proporzionale all' ordinata HD $= y$, onde ne provenga l'equazione $-\frac{VPddy}{M\varphi x . dx^2} = \frac{y}{a}$, o ſia l' equivalente $-\frac{aVPddy}{My} = \varphi x . dx^2$ (1.) Fatta la grandezza $\frac{aVP}{M} = g$ (2.), la noſtra formola ſi riduce alla ſeguente $-\frac{gddy}{y} = \varphi x . dx^2 (3)$.

VI. Si ridurrà una tal formola alle prime differenze ponendo log. $y = u$ nel ramo delle ordinate decreſcenti della logiſtica riferita al protonumero c, la cui ſottangente $= 1$, onde s' abbia $y = c\left(\frac{e}{c}\right)^{-\frac{u}{c}}$. Il calcolo c' inſegnerà eſſere $\frac{ddy}{y} = -ddu + du^2$, valore, che ſoſtituito nella formola (3.) la trasforma così $g . \overline{ddu - du^2} = \varphi x . dx^2$ (4.). Metto $du = -zdx$, ed ho differenziando $ddu = -dzdx$. Colloco nella equazione (4.) in vece di du, e di ddu i loro valori, e trovo, fatta la diviſione per dx, $-gdz - gz^2dx = \varphi x . dx$ (5.), formola, in cui ſi ſono dileguate le ſeconde differenze.

VII. Pongaſi $\varphi x = \frac{G^2 x^m}{H^m}$, e ne riſulterà $-gdz - gz^2dx = \frac{G^2 x^m dx}{H^m}$ (6.) formola propoſta negli Atti di Lipſia agli Analiſti dal Co. Jacopo Riccati, acciocchè determinaſſero gl' infiniti caſi, nei quali ſi poſſono ſeparar le variabili, il che avviene, quando ſia $m = 0$, $m = -4$, $m = -\frac{4}{3}$, $m = -\frac{8}{3}$, $m = -\frac{8}{5}$, $m = -\frac{12}{5}$, $m = -\frac{12}{7}$, $m = -\frac{16}{7}$, $m = -\frac{16}{9}$, e generalmente $m = \frac{-4n}{2n \pm 1}$, preſo per n un qualunque numero intero e poſitivo, il quale cominci dal zero, e ſeguiti per la ſerie de' numeri naturali.

Si può anche ſtabilire $\varphi x = \frac{\overline{H \pm x}^m \; G^2}{H^m}$, e ſi otterrà la ſeparazione delle indeterminate, qualora ad m s' adattino i mentovati valori. Imperciocchè uſata la ſoſtituzione $H \pm x = q$, ci ſi preſenterà $-gdz \mp gz^2dq = \pm \frac{G^2 q^m dq}{H^m}$, ch'è un' equazione ſimile alla (6).

Attribuite a φx le dette grandezze, ed eſſendo $m = \frac{-4 . n}{2n \pm 1}$, ſi potranno mediante la ſeparazione delle variabili coſtruire le curve, in cui ſi ripiegano nell' atto di vibrarſi le noſtre corde. Negli altri caſi riuſcirà opportuno il ricorrere al moto trattorio, dal quale per altro non ſi raccoglierà, ſalvochè meccanicamente, la grandezza della coſtante $g = \frac{aVP}{M}$. Le corde triangolari richiedono $\varphi x = \frac{G x}{L}$, onde ſia $m = 1$, ed in riguardo alle corde di figura conica abbiamo $\varphi x = \frac{G^2 x^2}{L^2}$, e per conſeguenza $m = 2$. Benchè queſti due valori di m non permettano, che ſi ſeparino le variabili nella formola $-gdz - gz^2dx = \varphi x . dx$, nulladimeno alla fine della preſente diſſertazione recherò un metodo, mediante il quale ſi determina analiticamente il valore della coſtante $g = \frac{aVP}{M}$, e con-

conſeguentemente anche quello della coſtante $a = \frac{gM}{VP}$.

Poſto che una corda inegualmente groſſa poſſa vibrarſi iſocrona, determinare il tempo di una ſua vibrazione.

VIII. Sia A E F E′A′ la figura, a cui dee adattarſi la corda per vibrarſi iſocrona, ed accaderà, che tutti i ſuoi punti ſcorrano in pari tempo le riſpettive ordinate. Ciaſcun punto adunque ſarà iſocrono alla corda totale; e quindi trovato il tempo, in cui ſi vibra un punto, reſterà parimente determinato il tempo d'una vibrazione dell'intera corda. Scelto il punto F, a cui corriſponde la maſſima ordinata CF $= c$, abbia eſſo nel tempo t ſcorſo lo ſpazio F B $= c - y$, ed acquiſtata la velocità $= u$, e reſtandogli da paſſare lo ſpazio BC $= y$, per giungere alla linea retta A A′, ſia fornito della forza acceleratrice $= \frac{y}{a}$, come richiede la legge delle iſocrone vibrazioni. Mi ſervo delle formole ridotte alle miſure conoſciute dall'Ab. Co. Vincenzo Riccati nella lettera X. ſopra i principj della Meccanica, e chiamo s lo ſpazio ſcorſo da uno de' noſtri gravi vicino alla ſuperficie della terra in un minuto ſecondo, cn'eſprimo per K. Avremo pertanto $-\frac{2sy\,dy}{a} = u\,du$, ed integrando coll'aggiunta della coſtante neceſſaria, acciocchè nel ſito F ſia $u = 0$, $\frac{2s}{a} \times (c^2 - y^2) = u^2$, ed eſtratta la radice, $\sqrt{\frac{2s}{a}}\sqrt{c^2 - y^2} = u$. In cambio di u pongo il ſuo valore $= -\frac{k\,dy}{dt}$, e mi ſi preſenta $\sqrt{\frac{2s}{a}}\sqrt{c^2 - y^2} = -\frac{k\,dy}{dt}$, overo $dt = \frac{k\sqrt{a}}{\sqrt{2s}} \cdot \frac{-dy}{\sqrt{c^2 - y^2}}$ e paſſando all'integrazione $t = \frac{k\sqrt{a}}{\sqrt{2s}} \times \frac{\text{Arco Rag. } c \text{ Coſ. } y}{c}$. Fatto centro in C, col raggio CF $= c$ ſi deſcriva il circolo FGF′G′F, e tirata l'ordinata BG, lo ſpazio FB ſi ſcorrerà nel tempo $t = \frac{k\sqrt{a}}{\sqrt{2s}} \cdot \frac{FG}{FC}$. Nell'integrazione non s'è aggiunta coſtante, perchè quando FB $= 0$, ſi trova rettamente $t = 0$. Pongo $= b$ il quadrante di circolo del raggio c, ed oſſervo che quando compiuta una vibrazione, lo ſpazio FB è divenuto uguale ad FF′, l'arco FG pareggia due quadranti, e quindi una vibrazione del punto F, e della corda intera ſi compie nel tempo $t = \frac{k\sqrt{a}}{\sqrt{2s}} \cdot \frac{2b}{c} = \frac{k\sqrt{a}}{\frac{c}{2b}\sqrt{2s}}$. Egli è noto, che la quantità $\frac{c}{2b}\sqrt{2s}$ s'eguaglia alla radice della lunghezza d'un pendolo a ſecondi. Poſta dunque la predetta lunghezza $= b$, una corda inegualmente groſſa, che poſſa vibrarſi iſocrona, oſcillerà nel tempo $t = \frac{k\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, (7) il quale verrà eſpreſſo in parti di ſecondo.

Diamo ora gli eſempi di varj caſi, in cui ſi ſeparano le variabili nella formola $-g\,dz - gz^2dx = \frac{G^2 \cdot \overline{H \pm x}^m \cdot dx}{H^m}$.

ESEMPIO I.

Determinare la curva, alla quale si accomoda, mentre si vibra, la corda fornita della grossezza

$$\frac{G^2 H^4}{\overline{H+x}^4}.$$

IX. Sia la grossezza della corda $\phi x = \frac{G^2 H^4}{\overline{H+x}^4}$. Posta $x = 0$, avremo $\phi x = G^2$, e posta $x = L$, avremo $\phi x = \phi L = \frac{G^2 H^4}{\overline{H+L}^4}$. Poichè ho determinato il volume della corda $V = \int \phi x \cdot dx$, quando $x = L$, ne risulta $\int \phi x \cdot dx = \int \frac{G^2 H^4 dx}{\overline{H+x}} = \frac{G^2 H}{3} - \frac{G^2 H^4}{3 \cdot \overline{H+x}^3} = G^2 H \cdot \frac{\overline{3H^2 x + 3H x^2 + x^3}}{3 \cdot \overline{H+x}^3}$. Ho aggiunta la costante necessaria; acciocchè il volume della corda s' annulli, quando $x = 0$. Mettendo $x = L$, scopro $V = G^2 H \cdot \frac{\overline{3H^2 L + 3HL^2 + L^3}}{3 \cdot \overline{H+L}^3}$ (8.), volume intero della corda. Questo valore si sostituisca nella formola (2.) $\frac{aVP}{M} = g$, e ne nascerà $g = \frac{aPG^2 H}{M} \cdot \frac{\overline{3H^2 L + 3HL^2 + L^3}}{3 \cdot \overline{H+L}^3}$ (9.).

Nella formola $-gdz - gz^2 dx = \frac{G^2 H^4 dx}{\overline{H+x}^4}$ pongo $H + x = q$, e mi si presenta l' equazione $-gdz - gz^2 dq = \frac{G^2 H^4 dq}{q^4}$. Giungeremo alla bramata separazione delle variabili, facendo $-z = -\frac{1}{q} + \frac{p}{q^2}$ (10.), e per conseguenza $z^2 = \frac{1}{q^2} - \frac{2p}{q^3} + \frac{p^2}{q^4}$, e prese le differenze, $-dz = \frac{dq}{q^2} + \frac{dp}{q^2} - \frac{2pdq}{q^3}$. Adempiuta la sostituzione di questi valori, trovo dopo le dovute operazioni $\frac{G^2 H^4 dq}{gq^2} = \frac{\frac{G^2 H^4}{g} \cdot dp}{\frac{G^2 H^4}{g} + p^2}$ (11.), e passando all' integrazione $B - \frac{G^2 H^4}{gq} = \text{Arco Rag.}\ \frac{GH^2}{\sqrt{g}}\ \text{Tang.}\ p$ (12.)

X. Per istabilire la grandezza della costante B, osservo, che quando nel punto A $y = 0$, abbiamo $-du = \frac{dy}{0} = zdx$: ma nella logistica la ragione maggiore di qualunque data fra l' ordinata $= dy$, e l' ordinata $= 0$ esige, che sia l' intercetta $-du = \infty$; dunque sarà parimente zdx, e molto più $z = \infty$. La formola $H + x = q$ m' insegna, che nel sito A, ove $x = 0$, abbiamo $q = H$; dunque nel detto sito la formola (10.) $-z = -\frac{1}{q} + \frac{p}{q^2}$ prende il seguente aspetto

$-z$

$-z = -\frac{1}{H} + \frac{p}{H^2}$; e quindi essendo $z = \infty$, si comprende esser tale anche p, ma preso negativamente. Ora la tangente $p = \infty$, quando l' arco di circolo pareggia un quadrante. Chiamato b il quadrante del raggio c, sarà $\frac{bH^2G}{c\sqrt{g}}$ il quadrante del raggio $\frac{GH^2}{\sqrt{g}}$, e perciò in riguardo al punto A avremo $B - \frac{G^2H^3}{g}$ $= \frac{bGH^2}{c\sqrt{g}}$, e conseguentemente

$B = GH^2 . \overline{\frac{GH}{g} + \frac{b}{c\sqrt{g}}}$. Colla sostituzione di questo valore l' equazione (12.) si trasforma così $GH^2 . \overline{\frac{b}{c\sqrt{g}} + \frac{GH}{g} - \frac{GH^2}{gq}}$ $=$ Arco Rag. $\frac{GH^2}{\sqrt{g}}$ Tang. p (13).

Rimane, che si determini la costante g. Nel punto A' abbiamo $q = H + L$, $y = 0$, $p = \infty$. Sarà la tangente p infinita, qualunque volta l' arco circolare (lasciato da parte il caso testè notato relativo al punto A, in cui l' arco pareggia un quadrante) s' eguaglia a quadranti 3, 5, 7, ec. Espresso per n qualsivoglia termine della serie 1, 2, 3, 4, 5, 6, ec., il termine generale della progressione 3, 5, 7, 9, ec. verrà dinotato dalla quantità $2n + 1$. Scopriremo pertanto

$$GH^2 . \overline{\frac{b}{c\sqrt{g}} + \frac{GH}{g} - \frac{GH^2}{g.\overline{H+L}}} = \overline{2n+1} . \frac{b\,GH^2}{c\sqrt{g}},$$

e ridotto che sia il computo, $g = \frac{c^2L^2G^2H^2}{4n^2b^2.\overline{H+L}^2}$ (14.). Sostituisco questo valore nella formola (13.) onde prenda il seguente aspetto

$$\frac{b}{c} . \frac{2nb . \overline{H^2 + HL}}{cL} + \frac{4n^2b^2.\overline{H^2+HL}^2}{c^2L^2H}$$

$$- \frac{4n^2b^2.\overline{H^2+HL}^2}{c^2L^2q} = \text{Arco Rag.}$$

$\frac{2nb . \overline{H^2 + HL}}{cL}$ Tang. p, e ponendo il raggio $\frac{2nb . \overline{H^2 + HL}}{cL} = C$ (15.) $\frac{bC}{c}$ $+ \frac{C^2}{H} - \frac{C^2}{q} =$ Arco Rag. C Tang. p (16.)

XI. Ora passo a costruire la curva, in cui si ripiega la nostra corda. Tiro l' indefinita A' B' (Fig 2.), ed in essa segno $A'A = L$, $AB = H$, $BL = LB' = C = 2nb . \frac{\overline{H^2 + HL}}{cL}$. Fatto centro in L, col raggio LB descrivo il circolo B'O B O'B', e poscia per i punti B', B, A, A' delineo le normali all'infinito prolongate M'B'2M', MB2M, QAP, A'P'Q'. Sia DRD'P' un' iperbola Apolloniana, nella quale qualunque rettangolo $BK . KD = C^2$. Se sia l' ascissa $BK = q$, si troverà la corrispondente ordinata $KD = \frac{C^2}{q}$. Segno l' arco B' O B O'T $= \frac{bC}{c} + \frac{C^2}{H}$, ed osservo, che quando H sia positiva, il detto arco è sempre maggiore di quadranti $1 + 2n$, e per conseguenza (tagliato B' O uguale al quadrante $\frac{bc}{c}$) l' arco OBO'T $= \frac{C^2}{H}$ maggiore di quadranti $2n$. E vaglia il vero $\frac{C^2}{H} = \frac{bC}{c} . \frac{cC}{bH}$: ma per la formola (15.)

cC

$\frac{cC}{bH} = \frac{2n \cdot \overline{H+L}}{L}$; dunque $\frac{C^2}{H} = \frac{bC}{c} \cdot 2n \cdot \frac{\overline{H+L}}{L}$, quantità sempre maggiore di $2n \cdot \frac{bC}{c}$. La figura 2. l' ho adattata al caso di $n = 1$, e di $H = \frac{L}{4}$, il quale mi dà $\frac{C^2}{H} = \frac{bC}{c} \cdot 2\frac{1}{2}$.

Preso ad arbitrio l' arco B' O N $= \frac{bC}{c} + \frac{C^2}{H} - \frac{C}{q}$, a cui si riferisce la tangente B'H $= p$, sarà l' arco TO'N $= \frac{C^2}{q}$. Si determini la linea BM uguale a quest' arco, e tirata MD parallela a BA', interseccherà l' iperbola DD'r' nel punto D, per cui condotta DK parallela ad MB, avremo per la natura di essa curva BK $= q$. Rese note in tal guisa le due linee relative B'H $= p$, BK $= q$, la formola (10) $- z = - \frac{1}{q} + \frac{p}{q^2}$ manifesterà il valore di z, a cui fatta uguale l' ordinata KG, il punto G apparterrà alla curva QGCG'Q', le coordinate della quale BK $= q$, KG $= z$. Dalla formola (10) raccogliesi, che $z = 0$ richiede la condizione $p = q$. Se dunque l' arco TO'I $=$ CR sarà tale, che s' abbia B'S $= p =$ BC $= q$, l' ordinata KG $= z$ s' annullerà nel punto C. Ciò succederà tante volte, quante unità si contano in n. Nella figura 2. z svanisce una sola volta; perchè supponesi $n = 1$, e le linee AQ, A'Q' servono d' assintoti ai due rami CGQ, CG'Q'. Per altro sarà generalmente n il numero delle coppie dei predetti rami, ed AQ, A'Q' gli assintoti dei rami estremi.

L' aja CGK $= \int - z dq =$ V $=$ log. y nella logistica della suttangente 1, riferita al protonumero CF $= c$ pel N.° VI. Si ricorra dunque alla predetta logistica, ed il numero, che nel ramo delle ordinate decrescenti corrisponde al logaritmo $=$ CGK, pareggerà l' ordinata KE $= y$ della curva AEFE'A', a cui si accomoda la nostra corda, mentre si vibra. Al punto C conviene l' ordinata massima CF $= c$; perchè quivi CKG $=$ log. $y =$ log. $c = 0$. Nei punti A, A' CKG, ovvero CK'G' $= \infty$, e per conseguenza $y = 0$. Suppoonendosi nella fig. 2. $n = 1$, la curva è fornita d' un ventre solo. Sarà frattanto il numero dei ventri collocati a vicenda, uno dalla parte delle ordinate per esempio positive, ed il vicino da quella delle ordinate negative.

XII. Giudico confacente l' indagare i valori dell' ascissa BK $= q$, quando KE $= y = 0$. Ho stabilito al N.° X., che y s' annulla, qualora l' arco B'ON s' eguaglia a quadranti 3, 5, 7, 9, 11, &c. Se $n = 1$, è soltanto $y = 0$ nel punto estremo A' della corda, quando il predetto arco pareggia 3. quadranti. Se $n = 2$, corrisponde $y = 0$ ai numeri di quadranti 3, 5, e la curva ha due ventri. Si riferisce $y = 0$ ai numeri di quadranti 3, 5, 7, posto $n = 3$, e la curva ha tre ventri. Generalmente la curva è fornita del numero n di ventri, ed ogni volta, che il mentovato arco s' eguaglia a quadranti 3, 5, 7, 9, ec. $2n + 1$, abbiamo $y = 0$.

Quindi scopriremo il punto di quiete, o nodo più vicino al puoto A, ponendo nella formola (16.) Arco Rag. C Tang. $p = \frac{3bC}{c}$, onde s'abbia $\frac{bC}{c} + \frac{C^2}{H} - \frac{C^2}{q} = \frac{3bC}{c}$, e fatti i dovuti calcoli, $q = H + \frac{2bH^2}{cC - 2bH} = H + \frac{HL}{n \cdot \overline{H+L} - L}$, sostituendo in vece di C il suo valore somministrato dalla formola (15.) $C = \frac{2nb \cdot \overline{H^2 + HL}}{cL}$.

L' equazione $\frac{bC}{c} + \frac{C^2}{H} - \frac{C^2}{q} = \frac{5bC}{c}$ serve a scoprire la distanza del secondo nodo dal punto B, dandoci

$q =$

$q = H + \frac{4bH^2}{cL - 4bH} = H + \frac{2HL}{n \cdot \overline{H+L} - 2L}$.

Il terzo nodo s' allontanerà dal punto B per la misura $q = H + \frac{6bH^2}{cL - 6bH} = H + \frac{3HL}{n \cdot \overline{H+L} - 3L}$.

Dal proseguimento della serie viene determinata la distanza dell' ultimo nodo n dal punto B, cioè $BA' = H + \frac{nHL}{n \cdot \overline{H+L} - nL} = H + L$.

Giacchè $BA = H$, le lontananze de' nodi dal punto A ci sono manifestate dalla seguente progressione $\frac{HL}{n \cdot \overline{H+L} - L}$, $\frac{2HL}{n \cdot \overline{H+L} - 2L}$, $\frac{3HL}{n \cdot \overline{H+L} - 3L}$, ec. .... $\frac{nHL}{n \cdot \overline{H+L} - nL} = L$.

Trovare il tempo d' una vibrazione della corda, la cui grossezza $\frac{G^2 H^4}{\overline{H+x}^4}$.

XIII. Dalle due formole (9.) $g = \frac{aPHG^2}{M} \cdot \frac{3H^2L + 3HL^2 + L^3}{3 \cdot \overline{H+L}^3}$, (14.) $g = \frac{c^2L^2H^2G^2}{4n^2b^2 \cdot \overline{H+L}^2}$ si deduce il valore della costante $a = \frac{c^2}{4 \cdot n^2b^2} \cdot \frac{LM}{P} \cdot \frac{3H^2+3HL}{3H^2+3HL+L^2}$ (17.).

Posta $H = \infty$, la grossezza $\frac{G^2H^4}{\overline{H+x}^4}$ della corda diviene costante, ed $= G^2$. In tal circostanza pertanto, $a = \frac{c^2}{4n^2b^2} \cdot \frac{LM}{P}$, siccome realmente richiedono le corde ugualmente grosse.

Al N.° VIII. ho dimostrato, che essendo, come nel nostro caso, $\frac{g}{a}$ la forza acceleratrice, segue una vibrazione nel tempo $t = \frac{k\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ misurato in secondi, esprimendo k un secondo, ed b la lunghezza del pendolo, che fa una vibrazione per secondo. Per la qual cosa in riguardo alla nostra corda

$$t = \frac{kc}{2nb} \sqrt{\frac{LM}{Pb} \cdot \frac{3H^2+3HL}{3H^2+3HL+L^2}} \quad (18.)$$

Fra i molti Corollarj, che potrei dedurre, mi ristringerò a due. La stessa corda, la cui grossezza $\frac{G^2H^4}{\overline{H+x}^4}$, secondochè si conforma a figure di ventri 1, 2, 3, 4, ec. oscillerà in tempi, che staranno come 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ec.: proprietà, che alle corde ugualmente grosse altresì compete.

Le corde simili deggiono avere le grossezze omologhe come L^2; e poichè pel Numero IX. le massime grossezze si eguagliano a G^2, sarà G proporzionale ad L, e lo stesso parimente dee avverarsi di H, onde il volume $V = G^2H \times \frac{3H^2L+3HL^2+L^3}{3 \cdot \overline{H+L}^3}$ accetti la proporzione di L^3, come richiedono i corpi simili. Avremo dunque attribuito ad n lo stesso valore, t come $\sqrt{\frac{LM}{P}}$. Che se in oltre le corde sieno formate della medesima materia, dimodochè la massa M stia come L^3, e di più la forza tendente P riceva la ragione delle grossezze analoghe, e stia come G^2, o come L^2, scopriremo il tempo t come L, la qual legge è comune a tutti i corpi simili della stessa materia, ed egualmente elastici in siti analoghi.

XIV. Se-

XIV. Se alla groſſezza della corda ſi appropriaſſe l' eſpreſſione $\frac{G^2Q^4}{\overline{Q-s}^4}$, per evitare che aſcenda all' infinito dentro i limiti della lunghezza L, egli è d'uopo, che ſia ETL. Facciaſi dunque $E-L=H$, $E-s=H+x$, e per conſeguenza $E-H=L=s+x$, onde corriſponda $s=0$ ad $x=L$, $x=0$ ad $s=L$. Sarà pertanto la groſſezza della corda $\frac{G^2E^4}{\overline{E-s}^4}=\frac{G^2.\overline{H+L}^4}{\overline{H+x}^4}$. Collo ſteſſo metodo poſto in opera riſpettivamente alla groſſezza $\frac{G^2H^4}{\overline{H+x}^4}$ ſi troverà $V=G^2.\overline{H+L}.\frac{\overline{3H^2L+3HL^2+L^3}}{3H^3}$, $g=\frac{aPC^2}{M}$. $\frac{\overline{H+L}.\overline{3H^2L+3HL^2+L^3}}{3H^3}=\frac{c^2G^2L^2.\overline{H+L}^2}{4n^2b^2H^2}$, e quindi $a=\frac{c^2}{4n^2b^2}$. $\frac{LM}{P}.\frac{\overline{3H^2+3HL}}{3H^2+3HL+L^2}$, valore uguale a quello, che ſi è ſcoperto, quando alla corda competa la groſſezza $\frac{G^2H^4}{\overline{H+x}^4}$. Per la qual coſa eſſendo il tempo d'una vibrazione $t=\frac{k\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ pel Num.° VIII., le due corde, le cui groſſezze $\frac{G^2H^4}{\overline{H+x}^4}$, $\frac{G^2.\overline{H+L}^4}{\overline{H+x}^4}$, oſcilleranno uniſone, ed anche l' ultima corda ſi potrà vibrare in tempi proporzionali ad 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ec., ſecondochè le figure, a cui ſi adatta, ſono fornite di ventri 1, 2, 3, 4, ec.

ESEMPIO II.

Determinare la curva, in cui ſi ripiega nell' oſcillare la corda fornita della groſſezza $\frac{G^2H^2}{\overline{H+x}^2}$.

XV. Venga propoſto di trovare la curva, in cui ſi ripiega una corda fornita della groſſezza $\frac{G^2H^2}{\overline{H+x}^2}$. La formola $\int\frac{G^2H^2dx}{\overline{H+x}^2}$ ci dà il volume della corda relativo all' aſciſſa x uguale a $G^2H-\frac{G^2H^2}{H+x}=\frac{G^2Hx}{H+x}$. Ho aggiunta la coſtante opportuna, onde il detto volume ſi annulli poſta $x=0$. Fatta $x=L$, trovo $V=\frac{G^2HL}{H+L}$ (19.) volume intero della noſtra corda. Queſto valore ſi ſoſtituiſca nella formola (2.) $\frac{aVP}{M}=g$, e ne riſulterà $g=\frac{aPG^2HL}{M.\overline{H+L}}$ (20.)

Nella formola (5.) ſoſtituiſco $\frac{G^2H^2}{\overline{H+x}^2}$ in cambio di ϕx, ed ho $-gdz-gz^2dx=\frac{G^2H^2dx}{\overline{H+x}^2}$. Pongo $H+x=q$, e mi ſi affaccia l' equazione $-gdz-gz^2dq=\frac{G^2H^2dq}{q^2}$. Otterremo la ſeparazione delle variabili, mettendo $z=-\frac{G^2H}{pq}$. Queſta formola ci moſtra a dito, che a z poſitiva dee corriſponderci p negativa, o al contrario. Preſe le differenze, avre-

avremo $dz = G^2H \cdot \frac{\overline{pdq + qdp}}{p^2q^2}$, ed effettuata la ſoſtituzione di tali valori, troveremo dopo le convenienti operazioni $\frac{dp}{p^2 + \frac{gp}{H} + gG^2} = -\frac{H}{g} \cdot \frac{dq}{q}$, o ſia

$$\frac{\overline{gG^2 - \frac{g^2}{4H^2}} \cdot dp}{\overline{-p - \frac{g}{2H}}^2 + gG^2 - \frac{g^2}{4H^2}} = \frac{H}{g} \cdot \overline{gG^2 - \frac{g^2}{4H^2}} \times -\frac{dq}{q}.$$

Nell' eſtrarre la radice del quadrato $p^2 + \frac{gp}{H} + \frac{g^2}{4H^2}$ ho poſto in uſo il ſegno negativo, acciocchè a z poſitiva ſi riferiſca p negativa: veggaſi la coſtruzione al N.° XVIII. Faccio $gG^2 - \frac{g^2}{4H^2} = C^2$, ed ho $\frac{C^2 dp}{\overline{-p - \frac{g}{2H}}^2 + C^2} = \frac{HC^2}{g} \times -\frac{dq}{q}$ (21.), ed integrando Arco Rag. C Tang. $\overline{-p - \frac{g}{2H}} - B = \frac{HC^2}{g} \log. \frac{H^2}{q}$ (22.) nella logiſtica della ſuttangente $= 1$ riferita al protonumero H.

XVI. Per determinare la grandezza della coſtante B, ho già notato al N.° X., che nel punto A (Fig. 2.) eſſer dee $z = \infty$. Dalla formola $H + x = q$ ſi raccoglie, che nel ſito A, dove $x = 0$, abbiamo $q = H$; e quindi nel detto ſito la formola $-z = \frac{G^2H}{pq}$ diviene $-\infty = \frac{G^2}{p}$, e mi addita dover eſſere $p = 0$. Scopriremo pertanto Arco Rag. C Tang. $\overline{-\frac{g}{2H}} - B = \frac{HC^2}{g} \cdot \log. H = 0$, e conſeguentemente $B =$ Arco Rag. C Tang. $-\frac{g}{2H}$. Soſtituito queſto valore, l'equazione (22.) ſi traſforma così: Arco Rag. C Tang. $\overline{-p - \frac{g}{2H}}$ — Arco Rag. C Tang. $-\frac{g}{2H} = \frac{HC^2}{g} \cdot \log. \frac{H^2}{q} = \frac{HC^2}{g} \cdot -\log. q$ (23).

M' inoltro a ſtabilire la coſtante g. Nel punto A′ abbiamo $q = H + L$, $z = \infty$, e giacchè $z = -\frac{G^2H}{pq}$, ne riſulta $\infty = -p \cdot \frac{G^2H}{H+L}$, il che richiede $p = 0$. Gli Archi Rag. C Tang. $\overline{-p - \frac{g}{2H}}$ nei due ſiti A, A′, nei quali $p = 0$, hanno la ſteſſa tangente, e perciò poſſono differire pel numero di ſemicircoli eſpreſſo dalla ſeguente ſerie 1, 2, 3, 4, ec., o ſia pel numero n di ſemicircoli, dinotando n qualunque termine della ſerie predetta. Se b ſignifichi il quadrante del raggio c, ſarà $\frac{2bC}{c}$ il ſemicircolo del raggio C, ed i mentovati archi potranno differire per $\frac{2nbC}{c}$. Il perchè avremo nel punto A′ Arco Rag. C Tang. $\overline{-p - \frac{g}{2H}}$ = Arco Rag. C Tang. $-\frac{g}{2H} + \frac{2nbC}{c}$ intendendo per Arco Rag. C Tang. $-\frac{g}{2H}$ quello, che compete al

punto A, e quindi Arco Rag. C Tang. $\overline{-p-\frac{g}{2H}}$ — Arco Rag. C Tang. — $\frac{g}{2H}$ $= \frac{2nbC}{c} = \frac{HC^2}{g} . \log . \frac{H^2}{H+L}$. Dividendo per C, moltiplicando per g, ed alzando al quadrato trovo $\frac{4n^2b^2g^2}{c^2H^2} = C^2 . \log . \overline{\frac{H^2}{H+L}}$, e sostituendo in vece di C^2 il suo valore, $\frac{4n^2b^2g^2}{c^2H^2} = \overline{gG^2 - \frac{g^2}{4H^2}} . \log . \overline{\frac{H^2}{H+L}}^2$, equazione, da cui si raccoglie $g =$

$$\frac{G^2H^2 . \log . \overline{\frac{H^2}{H+L}}^2}{\frac{4n^2b^2}{c^2} + \frac{1}{4} \log . \overline{\frac{H^2}{H+L}}^2} \quad (24.)$$

Posta $H = \infty$, onde la grossezza della corda $\frac{G^2H^2}{\overline{H+x}^2} = G^2$ divenga costante, e $\log . \frac{H^2}{H+L}$ si eguagli ad $\frac{L}{H}$, si scoprirebbe $g = \frac{c^2L^2G^2}{4n^2b^2}$, qualmente esigono le corde costantemente grosse.

XVII. *Sia* (Fig. 3.) $BA = H$, $AA' = L$, e col mezzo della formola $\frac{2mbC}{c} = \frac{HC^2}{g} . \log . \frac{H^2}{q}$ si stabiliranno le distanze dei nodi, o punti in quiete dal punto B, le quali convengono ai varj valori di n. Quando $m = 0$, esser dee $\log . \frac{H^2}{q} = 0 = \log . H$, e per conseguenza $q = H = BA$, il che determina il punto A. Si metta poscia m uguale ad 1, 2, 3, ec. n; e si scopriranno le distanze dal punto B dei nodi 1, 2, 3, ec. n, e quest'ultima lontananza sarà $BA' = H + L$. Dividendo per C, ne risulta $\frac{2mb}{c} = \frac{HC}{g} \times \log . \frac{H^2}{q}$: ma $C = \sqrt{gG^2 - \frac{g^2}{4H^2}}$, dunque $\frac{2mb}{c} = H \sqrt{\frac{G^2}{g} - \frac{1}{4H^2}} \log . \frac{H^2}{q}$ e sostituito in cambio di g il suo valore,

$$\frac{2mb}{c} = \sqrt{\frac{\frac{4 . n^2b^2}{c^2} + \frac{1}{4}\overline{\log . \frac{H^2}{H+L}}^2 - \frac{1}{4}}{\overline{\log . \frac{H^2}{q}}^2}}.$$

$\log . \frac{H^2}{q} = \frac{2nb}{c \log . \frac{H^2}{H+L}} . \log . \frac{H^2}{q}$, e per conseguenza $\frac{m}{n} \log . \frac{H^2}{H+L} = \log . \frac{H^2}{q}$, e poichè $\log . \frac{H^2}{H+L} = - \log . \overline{H+L}$, $\log . \frac{H^2}{q} = - \log . q$, avremo $\frac{m}{n} \log . \overline{H+L} = \log . q$.

Questa formola m'insegna doversi dividere $\log . \overline{H+L}$ in tante parti, quante unità si contengono in n, e prenderne poi 1, 2, 3, 4, ec. n di queste parti per avere il $\log . q$. Ho già detto, che se $m = 0$, abbiamo $q = H$; se $m = n$, abbiamo $q = H + L$. Gli altri valori di q ce li somministrerà il numero $n - 1$ di medie proporzionali fra H, e H+L. Ecco dunque i valori di q, ai quali corrispondono i nodi, H $= H^{\frac{n}{n}} . \overline{H+L}^0$, $H^{\frac{n-1}{n}} . \overline{H+L}^{\frac{1}{n}}$,

H n—2

$H^{\frac{n-2}{n}} \cdot \overline{H+L}^{\frac{2}{n}}$, ec. $H^{\frac{n-n}{n}} \cdot \overline{H+L}^{\frac{n}{n}}$ $= H+L$.

Si avranno le diſtanze dei nodi dal punto A, ſottraendo dai ſovrappoſti valori di q la quantità H.

XVIII. Ora mi accingo a dare la coſtruzione di una delle curve, a cui ſi accomoda oſcillando la noſtra corda, e ſcelgo quella, ch'è di due ventri fornita. Nella retta AB (Fig. 3.) taglio $A'A = L$, $AB = H$, $BS = \sqrt{H^2 + HL}$, $BL = LB'$ $= C = \sqrt{gG^2 - \frac{g^2}{4H^2}}$, e poſcia per i punti B, A, S, A' conduco le normali all'infinito prolungate MBM', QA2X, 2QSQ', A'2Q'. Sia ADRP la logaritmica della ſuttangente $\frac{HC^2}{g} = HG^2 - \frac{g}{4H}$ $= \frac{16n^2b^2HG^2}{16n^2b^2 + c^2 \log. \overline{\frac{H^2}{H+L}}^2}$, $BA = H$ il protonumero, $BK = q$ i numeri, e KD i logaritmi. Se $-\log. q$ eſprima il logaritmo nella logiſtica della ſuttangente $= 1$, avremo $KD = \frac{HC^2}{g} \cdot -\log. q$. Segno BH $= -\frac{g}{2H}$, e tiro la ſecante LNH, che determina l'arco corriſpondente BN. Faccio poſcia l'arco $NI = KD$, e condotta la ſecante LT, m'inſegna la formola (23.)

Arco Rag. C Tang $\overline{\frac{-g}{2H} - p}$ — Arco Rag. C Tang. $\frac{\overline{-g}}{2H} = \frac{HC^2}{g} \cdot -\log. q$, eſſere $HT = -p$.

Reſe note con tal mezzo le linee corriſpondenti $BK = q$, $HT = p$, dalla equazione $z = -\frac{G^2H}{pq}$ raccolgo il valore relativo di z, a cui ſi eguagli la linea $KG = z$. Mi è dunque conceſſo di deſcrivere la curva QGCG'Q', 2Q 2G 2C 2G' 2Q', le cui coordinate $BK = q$, $KG = z$. Se come ſuppongo $n = 2$, la noſtra curva è compoſta di quattro rami, cioè di rami $2n$, QGC, CG'Q', 2Q 2G 2C, 2C 2G' 2Q', ai quali ſervono di aſſintoti le linee AQ, SQ', S2Q, A'2Q'. I punti C, 2C, ove $z = 0$, ſi ſtabiliſcono riflettendo, che giuſta l'equazione $z = -\frac{G^2H}{pq}$, $2 \pm z = 0$ dee riferirſi $\mp p = \infty$. Nella ſuppoſizione di $n = 2$ ciò ſuccede, quando Arco Rag. C Tang. $\overline{\frac{-g}{2H} - p}$ — Arco Rag. C Tang. $\frac{\overline{-g}}{2H}$

$$= \begin{cases} NO' = \frac{bC}{c} - \text{Arco Rag.C Tang.} \frac{\overline{-g}}{2H} \\ NO'B'O = \frac{3bC}{c} - \text{Arco Rag.C Tang.} \frac{\overline{-g}}{2H} \end{cases}$$

Fatte dunque $AX = NO'$, $A2X = NO'B'Q$, e condotte le linee XR, 2X2R parallele ad AA', che taglino la logiſtica ADP nei punti R, 2R, e tirate RC, 2R2C normali ad AA', nei punti C, 2C sarà $z = 0$.

Poichè l'aja $CGK = \int -z\,dq = V =$ log. y nella logiſtica della ſuttangente $= t$, e preſo c come protonumero, il numero, che nel ramo delle ordinate decreſcenti corriſponde al logaritmo CKG, s'eguaglierà alle ordinate $KE = y$ della curva AEFS2FA', in cui ſi ripiega la noſtra corda, qualora $n = 2$. Ai punti C, 2C compete l'ordinata maſſima $CF = c$, $2C\,2F = -c$, perchè in eſſi l'aje CKG $= \int -z\,dq = V = \log. y = \log. c = 0$.

Nei punti A, S, A' $\int -z\,dq = \infty$ poſitivo, o negativo, e perciò $y = 0$.

 Tro-

Trovare il tempo, nel quale si vibra la corda, la cui grossezza

$$= \frac{G^2 H^2}{\overline{H+x}^2}.$$

XIX. Dal paragone delle due formole

$$(20.)\ g = \frac{aPG^2HL}{M\,.\,\overline{H+L}},$$

$$(24.)\ g = \frac{G^2H^2\,.\,\overline{\log.\frac{H^2}{H+L}}^2}{\frac{4n^2b^2}{c^2}+\frac{1}{4}\overline{\log.\frac{H^2}{H+L}}^2}$$ si deduce

$$a = \frac{M\,.\,\overline{H^2+HL}\,.\,\overline{\log.\frac{H^2}{H+L}}^2}{PL\,.\,\frac{4n^2b^2}{c^2}+\frac{1}{4}\overline{\log.\frac{H^2}{H+L}}^2}\ (25.)$$

E conciossiachè per la formola (7.) $t = \frac{K\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, si scopre vibrarsi la nostra corda nel tempo

$$t = k\sqrt{\frac{M\,.\,\overline{H^2+HL}\,.\,\overline{\log.\frac{H^2}{H+L}}^2}{bPL\,.\,\frac{4n^2b^2}{c^2}+\frac{1}{4}\overline{\log.\frac{H^2}{H+L}}^2}}$$

ovvero ponendo $\overline{\log.H+L}^2$ in vece di $\overline{\log.\frac{H^2}{H+L}}^2$,

$$t = k\sqrt{\frac{M\,.\,\overline{H^2+HL}\,.\,\overline{\log.H+L}^2}{bPL\,.\,\frac{4n^2b^2}{c^2}+\frac{1}{4}\overline{\log.H+L}^2}}\ (26.)$$

Quando $n = \infty$, ne risulta

$$t = \frac{kc}{2nb}\sqrt{\frac{M\,.\,\overline{H^2+HL}\,.\,\overline{\log.H+L}^2}{bPL}}.$$

Che se fosse $H = \infty$, la corda sarebbe fornita della grossezza costante $\frac{G^2H^2}{\overline{H+x}^2} = G^2$, e $\overline{\log.H+L}^2$ si eguaglierebbe ad $\frac{L^2}{H^2}$. Sostituito questo valore, e cancellati i termini rispettivamente nulli, la formola (26.) prende il seguente aspetto adattato alle corde ugualmente grosse $t = \frac{kc}{2nb}\sqrt{\frac{ML}{bP}}$.

Una conseguenza importante dobbiamo raccogliere dalla formola (26.) cioè che alla corda, la cui grossezza $\frac{G^2H^2}{q^2}$, non compete la proprietà, secondochè i suoi ventri sono 1, 2, 3, 4, ec., che i tempi d'una vibrazione serbino la proporzione delle frazioni 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ec. Si assegnino per esempio ad H, e ad L tali misure onde ne provenga $\frac{4b^2}{c^2} = \frac{1}{4}\overline{\log.H+L}^2$, o sia $\frac{4b}{c} = \overline{\log.H+L}$, ed attribuiti ordinatamente ad n i valori 1, 2, 3, 4, ec., troveremo t proporzionale ai termini della sottoposta serie $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\frac{1}{\sqrt{10}}$, $\frac{1}{\sqrt{17}}$, $\frac{1}{\sqrt{26}}$, ec. che generalmente si esprimono per $\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$.

Poche sono le corde inegualmente grosse, che godano della mentovata prerogativa; e quindi non dobbiamo maravigliarci, se una corda di grossezza va-

variabile renda un ſuono meno grato di quello di una corda cilindrica.

Se la noſtra corda ſi adatterà ad una delle figure da me determinate, renderà un ſuono ſolo, e nel tempo t paſſerà da uno ſtato all' altro di quiete. Ma incitando al moto eſſa corda, ſarebbe una combinazione aſſai rara, che mediante una pronta comunicazione laterale di moto, la corda ſi accomodaſſe ad una delle predette figure. Accaderà quaſi ſempre, che la corda ſi ripieghi in una curva originata dalla compoſizione di moltiſſime curve ſemplici, e che produca un ſuono miſto dei ſuoni confacenti alle curve componenti. E poichè i tempi delle vibrazioni di queſti ſuoni ſi corriſpondono in ragioni ſorde, la corda non ſi ridurrà mai ad uno ſtato aſſoluto di quiete, ſe non quando dalle reſiſtenze verrà eſtinto il ſuo moto. Nelle corde cilindriche, ed in quelle dell' Eſempio I. ad ogni vibrazione della corda intera ritorna queſta allo ſtato di quiete; ed eſſendo i ſuoni acuti perfettamente uniti col ſuono grave, ſi può dire, che in certa guiſa formino un ſuono ſolo. Non così nelle corde dell' Eſempio II. Ci ſono in eſſe gli ſtati di quiete relativi ai ſuoni diverſi, ma non eſiſte mai uno ſtato aſſoluto di quiete; laonde ſi dà un continuo contraſto fra ſuoni, che ſi riferiſcono in proporzioni aſſimetre, il quale per altro rieſce poco ſenſibile, perchè il ſuono grave della corda intera copre gli acuti.

XX. Eſpreſſa la groſſezza della corda per $\frac{G^2 E^2}{\overline{E-s}^2}$, ſi ſchiverà che monti all' infinito dentro i confini della lunghezza L, qualora ſi ponga $E > L$. Il perchè ſi faccia $E - L = H$, $E - s = H + x$, e quindi $E - H = l = s + x$, dimodoche corriſponda $s = 0$ ad $x = L$, $x = 0$ ad $s = L$. Avremo pertanto la groſſezza della corda $\frac{G^2 E^2}{\overline{E-s}^2} = \frac{G^2 . \overline{H+L}^2}{\overline{H+x}^2}$, ed eſſendo ridotta ad un' eſpreſſione analoga a $\frac{G^2 H^2}{\overline{H+x}^2}$, ſervendoci del metodo uſato ſcopriremo $V = G^2 . \frac{HL + L^2}{H}$,

$$g = \frac{aPG^2}{M} . \frac{HL + L^2}{H}$$

$$= \frac{G^2 . \overline{H+L}^2 . \log. \overline{\frac{H^2}{H+L}}^2}{\frac{4n^2b^2}{c^2} + \frac{1}{4} \log. \overline{\frac{H^2}{H+L}}^2}$$, e conſeguentemente

$$a = \frac{M . \overline{H^2 + HL} . \log. \overline{\frac{H^2}{H+L}}^2}{PL . \frac{4n^2b^2}{c^2} + \frac{1}{4} \log. \overline{\frac{H^2}{H+L}}^2}$$

valore uguale a quello, che ſi è trovato, quando alla corda compete la groſſezza $\frac{G^2 H^2}{\overline{H+x}^2}$. Quindi eſſendo pel N.° VIII. il tempo di una vibrazione $t = \frac{k\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, le due corde, la cui groſſezza $\frac{G^2 H^2}{\overline{H+x}^2}$, $\frac{G^2 . \overline{H+L}^2}{\overline{H+x}^2}$, oſcilleranno uniſone, purchè ad M, H, L, n ſi aſſegnino le ſteſſe grandezze.

Se le due corde foſſero della ſteſſa materia, onde le maſſe accettaſſero la proporzione dei volumi, i tempi delle vibrazioni ſtarebbero in ragione dimezzata dei volumi, cioè a dire come $G\sqrt{\frac{HL}{H+L}} : G\sqrt{\frac{HL+L^2}{H}}$, o ſia come $H : H+L$.

ESEM-

ESEMPIO III.

Determinare le curve, alle quali si conforma una corda, la cui grossezza

$$\frac{G^2 H^{\frac{4}{3}}}{\overline{H+x}^{\frac{4}{3}}}.$$

XXI. Cerco le curve, alle quali si adatta una corda, la cui grossezza $\frac{G^2 H^{\frac{4}{3}}}{\overline{H+x}^{\frac{4}{3}}}$. La $\int \frac{G^2 H^{\frac{4}{3}} dx}{\overline{H+x}^{\frac{4}{3}}} = 3\,G^2 H - \frac{3\,G^2 H^{\frac{4}{3}}}{\overline{H+x}^{\frac{1}{3}}}$, che annullasi posta $x=0$, si eguaglia al volume della nostra corda corrispondente all' ascissa x. Qualora $x=L$, avremo $V=3G^2H.\frac{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}}}{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}}$ volume intero della corda. Sostituisco un tal valore nella formola (2.) $\frac{aVP}{M}=g$, ed ho $\frac{3aPG^2H}{M}.\frac{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}}}{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}}=g$ (28)

Pongo nella formola (5.) $\frac{G^2 H^{\frac{4}{3}}}{\overline{H+x}^{\frac{4}{3}}}$ in luogo di φx, ed ho $-gdz - gz^2dx = \frac{G^2 H^{\frac{4}{3}} dx}{\overline{H+x}^{\frac{4}{3}}}$, e fatta $H+x=q$, $dx=dq$, ne risulta $-gdz - gz^2dq = \frac{G^2 H^{\frac{4}{3}} dq}{q^{\frac{4}{3}}}$

La sostituzione $-z=\frac{1}{r}$, onde s'abbia $-dz=-\frac{dr}{r^2}$, trasforma in tal guisa la formola $-\frac{gdr}{r^2} - \frac{gdq}{r^2} = \frac{G^2 H^{\frac{4}{3}} dq}{q^{\frac{4}{3}}}$.

Si faccia $-\frac{1}{z} = r = -\frac{gq^{\frac{1}{3}}}{3G^2H^{\frac{4}{3}}} + q^{\frac{2}{3}}p$ (29.), e dopo le necessarie operazioni si giungerà alla formola $\frac{G^2H^{\frac{4}{3}}p^2dq}{g\,.\,q^{\frac{2}{3}}} + \frac{dq}{q^{\frac{2}{3}}} = -dp$, o sia all' equivalente $\frac{dq}{q^{\frac{2}{3}}} = \frac{-dp}{\frac{G^2H^{\frac{4}{3}}p^2}{g}+1}$, che può prendere altresì l' aspetto seguente $\frac{dq}{q^{\frac{2}{3}}} = \frac{\frac{g}{G^2H^{\frac{4}{3}}}.-dp}{\frac{g}{G^2H^{\frac{4}{3}}}+p^2}$. Pongo $\frac{g}{G^2H^{\frac{4}{3}}} = C^2$ (30.), ed integrando mi si presenta $B + 3q^{\frac{1}{3}} =$ Arco Rag. C Tang. $-p$.

XXII. Determineremo il valore della costante B riflettendo, che dovendo essere pel N.° X. $z=\infty$ nel punto A (Fig.I.) avremo in detto sito $r=-\frac{1}{z}=0$: $r=\frac{-gq^{\frac{1}{3}}}{3G^2H^{\frac{4}{3}}} + q^{\frac{2}{3}}p$ (29.); dunque $p=\frac{g}{3G^2H^{\frac{4}{3}}q^{\frac{1}{3}}}$, e giacchè nel mentovato punto $q=H$, sarà $p=\frac{g}{3G^2H^{\frac{5}{3}}}=\frac{G^2}{3H^{\frac{1}{3}}}$.

Quin-

Quindi B $=$ Arco Rag. C Tang. $\frac{-C^2}{3\,H^{\frac{1}{3}}}$ $-\,3\,H^{\frac{1}{3}}$. e perciò il vero integrale sarà $3\,.\,\overline{q^{\frac{1}{3}}-H^{\frac{1}{3}}} =$ Arco Rag. C Tang. p — Arco Rag. C Tang. $\frac{-C^2}{3\,H^{\frac{1}{3}}}$.

Fatta la riflessione, che $3\,.\,\overline{q^{\frac{1}{3}}-H^{\frac{1}{3}}}$ è sempre quantità positiva, quando $q > H$, s'inferisca dover esser tale l'omogeneo di comparazione, il che necessariamente richiede, che nel nostro caso si considerino come positivi gli archi, che si riferiscono alle tangenti da principio negative. E poichè gli archi relativi alle tangenti da principio negative, che si prendono in qualità di positivi, si eguagliano agli archi positivi, che corrispondono ad eguali tangenti, che nella loro origine son positive; io in seguito mi servirò della formola $3\,.\,\overline{q^{\frac{1}{3}}-H^{\frac{1}{3}}} =$ Arco Rag. C Tang. p — Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3\,.\,H^{\frac{1}{3}}}$ (31.), perchè nelle conseguenze s'accorda con quella, che dall'analisi mi viene somministrata.

Passo a stabilire la grandezza della costante g. In riguardo al punto A abbiamo Arco Rag. C Tang. p — Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3\,H^{\frac{1}{3}}} = 0$. Rispettivamente al punto A', in cui esser dee $r = -\frac{1}{z} = 0$, si avvera l'equazione

$$p = \frac{g}{3G^2H^{\frac{4}{3}}\,.\,\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}} = \frac{C^2}{3\,.\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}}$$

dedotta dalla formola (29.), ponendo in essa in cambio di q il suo valore $H+L$; laonde Arco Rag. C Tang. $p =$ Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3\,.\,\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}}$. Col raggio LB $= C = \frac{\sqrt{g}}{GH^{\frac{2}{3}}}$ descrivasi il circolo B O B' O' B, e condotta al punto B la toccante M B M', si taglino BH $= \frac{C^2}{3.\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}}$, BR $= \frac{C^2}{3\,H^{\frac{1}{3}}}$, e si tirino le secanti LH, LR, che determinino gli archi BN, BI. Il semicircolo del raggio C si uguaglia a $\frac{2bC}{c}$, e nel punto A' (Figg. 1., e 4.) dee adempiersi la formola Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3.\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}} = BN + \frac{2nbC}{c}$. Conseguentemente Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3.\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}}$ — Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3\,H^{\frac{1}{3}}} = \frac{2nbC}{c} +$ BN — BI $= \frac{2nbC}{c}$ — NI. Sia NI $= \frac{2bC}{Nc}$, e nel nominato punto A' avremo

$$3\,.\,\overline{H+L}^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}} = \frac{2bC}{c}\,.\,\overline{n-\frac{1}{N}} = \frac{2b}{c}\,.\,\frac{\sqrt{g}}{G\,H^{\frac{2}{3}}}\,.\,\overline{n-\frac{1}{N}},$$

da cui si deduce

$$g = \frac{qc^2\,.\,G^2H^{\frac{4}{3}}\,.\,\overline{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}-H^{\frac{1}{3}}}^{\,2}}{4b^2\,.\,\overline{n-\frac{1}{N}}^{\,2}} \quad (32.)$$

Fingasi H $= \infty$, ed in tal circostanza sarà $\overline{H+L}^{\frac{1}{3}} = H^{\frac{1}{3}} + \frac{L}{3\,H^{\frac{2}{3}}}$. Inoltre l'arco NI $=$ Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3\,H^{\frac{1}{3}}}$ — Arco Rag. C

Tang.

Tang. $\frac{C^2}{3\cdot\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}}$ riuſcirà minimo, e quindi $\frac{1}{N}=0$ per adequazione. Per la qual coſa ſcopriraſſi $g=\frac{c^2L^2G^2}{4n^2b^2}$, qualmente richiede la corda di groſſezza coſtante G^2, a cui ſi eguaglia nella ipoteſi di $H=\infty$ la groſſezza $\frac{G^2H^{\frac{4}{3}}}{\overline{H+x}^{\frac{4}{3}}}$.

Se H è finita, ed $n=\infty$, ci ſi preſenterà $g=\frac{qc^2}{4n^2b^2}G^2H^{\frac{4}{3}}.\overline{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}-H^{\frac{1}{3}}}^2$.

XXIII. Diamo un ſaggio della maniera di ridurre a computo il raggio $LB=C$, e collo ſteſſo incontro anche l' arco NI $=$ Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3H^{\frac{1}{3}}}$ — Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3\cdot\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}}=\frac{2bC}{Nc}$. Prima d' ogni altra coſa avverto, che l' equazione $\frac{2nbC}{c}$ + Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3\cdot\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}}$ — Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3H^{\frac{1}{3}}}$ $=3\cdot\overline{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}-H^{\frac{1}{3}}}$ ſi può eſprimer così

$$\frac{\frac{2nb}{c}+\text{Arco Rag. 1. Tang. }\frac{C}{3\cdot\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}}-\text{Arco Rag. 1. Tang. }\frac{C}{3H^{\frac{1}{3}}}}{3\cdot\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}-H^{\frac{1}{3}}}.\ C=$$

Sia $H+L=8$, $H=1$, e giacchè $\frac{2b}{c}=\frac{355}{113}=3,1415929$. avremo nella ipoteſi di $n=1$

$$\frac{3,1415929+\text{A.R.1T. }\frac{C}{6}-\text{A.R. 1T. }\frac{C}{3}}{}.C=3.$$

Agevolmente ſi ſcopre dover eſſere a un dipreſſo $C=1$. Col mezzo frattanto dell' attentazione ne determineremo il preciſo valore, cioè $C=1,0052730$, onde s' abbia $\frac{C}{3}=0,3350910$, $\frac{C}{6}=0,1675455$.

Che queſto valore di C ſia rettamente determinato, ſi rende manifeſto col ſeguente computo. Impariamo dalle tavole, che

l' arco di gr. 18. min. 32.
ha la tang. $=3352424$
l' arco di gr. 18. min. 31.
ha la tang. $=3349188$

Differenza delle predette tangenti $=3236$
La minore d' eſſe tangenti ſi ſottragga dalla tangente $\frac{C}{3}$, e ſi troverà 3350910
3349188

la loro differenza $=1722$
Quindi, come può facilmente dimoſtrarſi, conſiderando confonderſi colla linea retta l' arco di un minuto, ne riſulta eſſere Arco Tang. $3350910=$ gr. 18. min. 31. $\frac{1722}{3236}=$ gr. 18. min. 31, 5321.

C' inſegnano le Tavole ſteſſe, che
l' arco di gr. 9. min. 31.
ha la tang. $=1676416$
l' arco di gr. 9. min. 30.
ha la tang. $=1673426$

Differenza delle predette tangenti $=2990$

Sot-

Sottraggo la minore d'esse tangenti dalla tangente $\frac{C}{6}$, e scopro 1675455

1673426

la loro differenza = 2029

Avremo pertanto Arco Tang. 1675455 = gr. 9. min. 30. $\frac{2029}{2995}$ = gr. 9. min. 30, 6786.

Gli archi trovati sono
BI = gr. 18. min. 31, 5321
BN = gr. 9. min. 30, 6786, laonde
NI = gr. 9. min. 00, 8535 = min. 540, 8535. Essendo un semicircolo = gr. 180 = min. 10800, esprimeremo l'arco $\frac{NI}{C}$ in parti del raggio = 1 mediante l'analogia 10800, 0000 : 540, 8535 :: 3, 1415929 = $\frac{2b}{c}$: 0, 1573279 = $\frac{NI}{C}$.

Perciò 3, 1415929 — 0, 1573279 × 1, 0052730 = 3, e per conseguenza 2, 9842650 × 1, 0052730 = 3, e finalmente 3, 0000010 = 3, equazione fisicamente giusta.

Avendo stabilito al N.° XXII. NI = $\frac{2bC}{Nc}$, ne segue essere $\frac{NI}{C} = \frac{2b}{c} \cdot \frac{1}{N}$ = 3, 1415929 . $\frac{1}{N}$: ma poco fa ho scoperto $\frac{NI}{C}$ = 0, 1573279; dunque $\frac{1}{N}$ = $\frac{1573279}{31415929}$ nella ipotesi di H = 1, H + L = 8, e di n = 1.

Suppongasi ora n = 2, e ci si presenterà l'equazione 6, 2831858 + Arco Rag. 1 Tang. $\frac{C}{6}$ — Arco Rag. 1 Tang. $\frac{C}{3}$ × C = 3. In questo incontro dee C poco allontanarsi da $\frac{1}{2}$. Usando adunque il metodo dell'attentazione troveremo C = 0, 4835754, e conseguentemente $\frac{C}{3}$ = 0, 1611918, $\frac{C}{6}$ = 0, 0805959. Il calcolo che segue dimostra l'esattezza dello stabilito valore di C.

L'arco di gr. 9. min. 10. ha la tang. = 1613677
L'arco di gr. 9. min. 9. ha la tang. = 1610692

Differenza delle predette tangenti = 2985

La più picciola d'esse tangenti la sottraggo dalla tangente $\frac{C}{3}$ = 1611918

1610692

e trovo la loro differenza = 1226

Avremo pertanto Arco Tang. 1611918 = gr. 9. min. 9. $\frac{1226}{2985}$ = gr. 9. min. 9, 4107.

In oltre
l'arco di gr. 4. min. 37. ha la tang. = 807509
l'arco di gr. 4. min. 36. ha la tang. = 804581

Differenza delle predette tangenti = 2928

Sottraggo la più picciola d'esse tangenti dalla tangente $\frac{C}{6}$ = 805959

804581

e scopro la loro differenza = 1378

Per la qual cosa Arco Tang. 805959 = gr. min. 36 $\frac{1378}{2928}$ = gr. 4. min. 36, 4706.

Gli archi trovati sono, posto n = 2,
BI = gr. 9. min. 9, 4107
BN = gr. 4. min. 36, 4706, e quindi

NI = gr. 4. min. 32, 9401 = min. 272, 9401.

Si esprimerà quest'arco pel raggio = 1 col mezzo dell'analogia 10800, 0000 : 272, 9401 :: 3, 1415929 = $\frac{2b}{c}$: 0, 0793951 = $\frac{NI}{C}$. Perciò

$6,2831858 - 0,0793951 \cdot 0,4835754 = 3$, ovvero $6,2037907 \cdot 0,4835754 = 3$. Ed in fatti effettuando la moltiplicazione si scopre $3,0000006 = 3$, equazione adequatamente vera.

Giacchè pel N.° XXII. $NI = \frac{2bC}{Nc}$, avremo $\frac{NI}{C} = \frac{2b}{c} \cdot \frac{1}{N} = 3,1415929 \cdot \frac{1}{N}$: ma qualmente ho testè provato nella supposizione di $n = 2$, $\frac{NI}{C} = 0,0793951$; dunque $\frac{1}{N} = \frac{793951}{31415929}$.

Posto $n = 3$, sarà $C = 0,3201102$, $\frac{NI}{C} = 0,0530001$, $\frac{1}{N} = \frac{530001}{31415929}$.

E quando $n = 4$, si scoprirà $C = 0,2394906$, $\frac{NI}{C} = 0,0397673$, $\frac{1}{N} = \frac{397673}{31415929}$.

XXIV. Per determinare i nodi, o punti di quiete, secondochè la corda si ripiega in curve fornite di ventri 2, 3, 4, ec., eccone l'artifizio. Prendo per mano la formola (31.) $3 \cdot \overline{q^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}}} =$ Arco Rag. C Tang. p — Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3H^{\frac{1}{3}}}$, ed essendo per le formole (30.) e (32)

$$C^2 = \frac{g}{C^2 H^{\frac{4}{3}}} = \frac{qc^2}{4b^2} \times \frac{\overline{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}}}^2}{\overline{n - \frac{1}{N}}^2},$$

abbiamo $C = \frac{3c \cdot \overline{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}}}}{2b \cdot \overline{n - \frac{1}{N}}}$ (33.),

$$\frac{C^2}{3H^{\frac{1}{3}}} = \frac{3c \cdot \overline{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}}}^{0}}{4b^2 \cdot H^{\frac{1}{3}} \cdot \overline{n - \frac{1}{N}}^2}.$$ Inoltre

$$\frac{C^2}{3 \cdot \overline{H+L}^{\frac{1}{3}}} = \frac{3c^2 \cdot \overline{\overline{H+L}^{1} - H^{\frac{1}{3}}}^2}{4b^2 \cdot \overline{H+L}^{\frac{1}{3}} \cdot \overline{n - \frac{1}{N}}^2}.$$ Rispettivamente al punto A′ la nostra formola si modifica così $3 \cdot \overline{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}}} =$ Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3 \cdot \overline{H+L}^{\frac{1}{3}}}$ — Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3H^{\frac{1}{3}}} = \frac{2nbC}{c} + BN - BI$. L'aggregato di questi archi nella ipotesi di $n = 2$ si eguaglia ad IOB′O′BN.

Trovato il raggio C col metodo del Num.° precedente, si faccia $3q^{\frac{1}{3}} - 3H^{\frac{1}{3}} = Q$, o sia $27q = \overline{Q + 3H^{\frac{1}{3}}}^3$. Questa equazione è alla prima parabola cubica, e si costruisce così. Sia (Fig. 5.) BPFC la nostra parabola cubica, in cui all' ascissa $BA = H$ corrisponderà l'ordinata $AP = 3H^{\frac{1}{3}}$. Tirata PD parallela all'asse BA′, sarà $BK = q$, $AK = PI = x$, $IF = Q = 3q^{\frac{1}{3}} - 3H^{\frac{1}{3}}$, e posta $q = BA' = H + L$, avremo $DG = Q = 3 \cdot \overline{H+L}^{\frac{1}{3}} - 3H^{\frac{1}{3}}$.

L'arco (Fig. 4.) IF si faccia uguale all' ordinata (Fig. 5.) $IF = 3q^{\frac{1}{3}} - 3H^{\frac{1}{3}}$, e chiaro si scuopre, che a $BK = q$ si riferirà (Fig. 4.) $BE = p$. Egli è dunque in mia potestà il descrivere la curva (Fig. 5.) REN, le cui coordinate $BK = q$, $KE = p$. $Aq = H = BA$ corrisponde $AR = p = \frac{C^2}{3H^{\frac{1}{3}}}$; e quando QM si eguaglia

all'

all'arco IO della Fig. 4., dimodochè BIO sia un quadrante, la tangente (Fig. 5.) $CN = p$ diviene infinita; e quindi si determina il relativo valore di $q = BC$, a cui si riferisce nella curva, alla quale si può adattare la nostra corda, la massima grandezza della ordinata $s = c$, come vedremo nella costruzione d'essa curva. Si cangia poscia la tangente in infinita negativa CN', ed indi si annulla, qualora TV s'eguaglia (Fig. 4.) all'arco IFOE'. Dopo ciò la mentovata toccante torna positiva, e giunge all'infinito, quando 2Q2M pareggia (Fig. 4.) IFOB'O'. Il numero dei rami infiniti dalla parte delle ordinate positive, cioè REN, L2E2N, ec. si eguaglia ad n. La Figura 5. è adattata ad $n = 2$. Altrettanti sono i rami infiniti dalla parte delle ordinate negative. Si termina finalmente con una porzione di ramo positivo 2L1l, che taglia la tangente $A'H = p = \frac{C^2}{3.\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}}$ eguale alla tangente BH della Fig. 4., la qual tangente corrisponde a $q = BA' = H + L$ (Fig. 5.)

Ho di sopra notato al N.° XXII., che in riguardo ai nodi, o punti stabili, esser dee $\frac{g}{3\,G^2 H^{\frac{1}{3}}} = q^{\frac{1}{3}}p$, o sia $\frac{C^2}{3} = q^{\frac{1}{3}}p$. Fra gli assintoti bB, BA' si delinei l'iperbola $bRZH$ corrispondente alla predetta equazione, la qual iperbola passerà pei punti R, H. Taglierà essa nei punti Z, ec. i rami positivi per esempio LZ2N situati fra il primo REN, e l'ultimo 2LH, ed il numero dei punti d'intersecazione s'eguaglierà a quello dei rami intermezzi, cioè ad $n - 1$. Nella Fig. 5. abbiamo un solo ramo medio, ed una sola intersecazione; perchè supponendosi $n = 2$, è $n - 1 = 1$. Pei punti Z, ec. passino le ordinate $SZYg$, ec., ed S ec. saranno i nodi o punti stabili, che rimarranno in quiete, quando la corda oscillerà scompartita nel numero di ventri n.

XXV. Ridurremo a computo le linee BS, ec. ricorrendo nuovamente alle tavole degli archi riferiti alle tangenti. Giacchè rispettivamente ai nodi esser dee $\frac{C^2}{3} = q^{\frac{1}{3}}p$, avremo $p = \frac{C^2}{3q^{\frac{1}{3}}}$. Sostituito questo valore in cambio di p nella formola (31.), trovo $3 \,.\, \overline{q^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}}} = $ Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3\,q^{\frac{1}{3}}}$ — Arco Rag. C Tang. $\frac{C^2}{3\,H^{\frac{1}{3}}}$ $= \overline{\text{Arco Rag. 1 Tang. } \frac{C}{3q^{\frac{1}{3}}} - \text{Arco Rag. 1 Tang. } \frac{C}{3H^{\frac{1}{3}}}} \times C$. Sia come al N.° XXIII. $H + L = 8$, $H = 1$, ed attenendomi alla Fig. 6. composta di due ventri, che suppone $n = 2$, vado in traccia della distanza $BS = q$ dal punto B dell'unico nodo S. Nella detta ipotesi ho già stabilito $C = 0,4835754$. Col mezzo di varj tentativi egli è d'uopo assegnare a q il competente valore, onde si avveri la sovrapposta equazione, il che ottenuto, sarà il detto valore $= BS$, e si eguaglierà alla lontananza del nodo S dal punto B.

Ho dunque dopo molte prove trovato $q^{\frac{1}{3}} = 1,4979172$, e conseguentemente $q = 3,360960612215977296448$. Ecco come ciò si dimostra. E primieramente $3q^{\frac{1}{3}} - 3H^{\frac{1}{3}} = 3 \times 1,4979172 - 3 = 1,4937516$.

Cerchiamo adesso il valore di

$\overline{\text{Arco Rag. 1. Tang. } \frac{C}{3q^{\frac{1}{3}}} - \text{Arco Rag. 1 Tang. } \frac{C}{3H^{\frac{1}{3}}}} \times C$. La tang. $\frac{C}{3q^{\frac{1}{3}}} =$

o,

$\frac{0,4835754}{4,4937516} = 0,1076106$. M' insegnano le tavole, che

l' arco di gr. 6. min. 9. ha la tang. $= 1077519$

l' arco di gr. 6. min. 8. ha la tang. $= 1074576$

Differenza delle predette tangenti $= 2943$

Sottraggo la minore d' esse tangenti dalla tangente $\frac{C}{3q^{\frac{1}{3}}}$, e trovo

$$\begin{array}{r} 1076106 \\ 1074576 \\ \hline \end{array}$$

la loro differenza $= 1530$

S' inferisca, che la tangente 1076106 compete all' arco di gr. 6. min. $8.\frac{1530}{2943}$ = min. 368, 5199. Sia BN (Fig. 4.) uguale ad un tal arco, supposto il raggio EL = 1. S' aggiunga ad esso il semicircolo NON' = gr. 180 = min. 10800, e ne risulterà l' arco BNOB'N' = min. 11168, 5199, che serve alla determinazione del nodo S (Fig. 6.). E vaglia il vero, il punto C, a cui corrisponde il massimo valore dell' ordinata $y = c$ nella curva, alla quale si può accomodare la nostra corda, richiede la tangente (Fig. 4.) BE $= \infty$, che compete al quadrante BO, ed incontrandosi prima (Fig. 6.) il punto C del punto S, ne segue, che l' arco relativo a questo punto ha da superare il quadrante, e per conseguenza da uguagliarsi (Fig. 4.) a BNOB'N'.

Osservo essere la tangente $\frac{C}{3H^{\frac{1}{3}}} = \frac{C}{3} = \frac{0,4835754}{3} = 0,1611918$, e che ad essa, pel Num.° XXIII. compete l' arco di gradi 0. min. 9,4107 = min. 549,4107.

Gli archi trovati sono

BNOB'N' = min. 11168,5199

BI = min. 549,4107, e perciò

IOB'N' = min. 10619,1092

Poichè un semicircolo = gradi 180 = min. 10800. $= \frac{355}{113} = 3,1415929$ in riguardo al raggio 1., esprimeremo l' arco $\frac{IOB'N'}{C}$ in parti del raggio predetto mediante l' analogia 10800, 0000 : 10619, 1092 :: 3,1415929 : 3,0889739 = Arco R. 1 T. $\frac{C}{3q^{\frac{1}{3}}}$ — A. R. 1 T. $\frac{C}{3H^{\frac{1}{3}}} = \frac{IOB'N'}{C}$ e moltiplicando per C = 0,4835754, ci si presenterà 3,0889739 . 0,4835754 = 1,4937518 = A. R. C T. $\frac{C^2}{3q^{\frac{1}{3}}}$ — A. R. C T. $\frac{C^2}{3H^{\frac{1}{3}}}$ = IOB'N'.

Di sopra abbiamo scoperto $3 . \overline{q^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}}} = 1,4937516$; dunque con fisica adequazione s' adempie l' equazione $3 . \overline{q^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}}}$ = A. R. C T. $\frac{C^2}{3q^{\frac{1}{3}}}$ — A. R. C T. $\frac{C^2}{3H^{\frac{1}{3}}}$, posta (Fig. 6.) B S $= q = 3,3609606$, e per conseguenza S è il nodo cercato, quando $n = 2$.

XXVI. Agevolmente si costruirà la curva, a cui oscillando si adatta la cord del presente esempio. Avendo già delineata la curva, che ha per coordinate (Fig. 5.) BK $= q$, KE $= p$, col mezzo della formola (29.) $-\frac{1}{z} = \frac{-g q^{\frac{1}{3}}}{3 G^2 H^{\frac{4}{3}}} + q^{\frac{2}{3}} p$ si rende manifesto il relativo valore di z, e perciò mi è concesso il descrivere la curva (Fig. 6.) QGCG'Q', 2Q2G2C2G'2Q' &c., nella quale alle ascisse BK $= q$ corrispondano le ordinate KG $= z$. Quando q = BA = H, abbiamo pel Num.° XXII. $p = \frac{-g}{3G^2H^{\frac{5}{3}}}$. Sostituiti questi valori nella formola (29), si trova $-\frac{1}{z} = \frac{-g}{3G^2H} + \frac{g}{3G^2H} = 0$

$= o$, e per consegnenza $z = -\infty = AQ$. Taglio BC, B2C uguali alle linee similmente denominate della Fig. 5., e giacchè in tali circostanze $p = \mp \infty$, sarà per la formola (29.) $-\frac{1}{z} = \mp \infty$ e conseguentemente $z = \mp o$. Che se si determini BS &c. = BS &c. della Fig. 5., in riguardo alla qual ascissa $p = \frac{g}{3G^2H^{\frac{4}{3}}q^{\frac{1}{3}}}$, avremo $-\frac{1}{z} = \frac{-gq^{\frac{1}{3}}}{3G^2H^{\frac{4}{3}}} + \frac{gq^{\frac{1}{3}}}{3G^2H^{\frac{1}{3}}}$, cioè $\pm \infty = z = \begin{cases} SQ' \\ S2Q \end{cases}$. Avverto, che ponendo BK $= q$ di lunghezza media fra BA, e BC, onde s' abbia $q > H$, è (Fig. 5.) $KE = p > AR = \frac{C^2}{3H^{\frac{1}{3}}} = \frac{g}{3G^2H^{\frac{5}{3}}}$, e quindi $q^{\frac{2}{3}} p > \frac{H^{\frac{1}{3}}q^{\frac{1}{3}}g}{3G^2H^{\frac{5}{3}}} = \frac{gq^{\frac{1}{3}}}{3G^2H^{\frac{4}{3}}}$. Per la formola (29.) $-\frac{1}{z} = \frac{-gq^{\frac{1}{3}}}{3G^2H^{\frac{4}{3}}} + q^{\frac{2}{3}}p$ adunque scopriremo $-\frac{1}{z}$ uguale ad una quantità positiva, e perciò z uguale ad una quantità negativa. Ciò significa doversi prendere le z negativamente in riguardo alle p, cioè a dire per direzione contraria, come in fatti le ho determinate nella Fig. 6

Conciossiachè pel Num.º VI. $a = \int -zdx = \int -zdq = \log. y$ nella logistica della suttangente 1., e preso c come protonumero; quel numero, che nel ramo delle ordinate decrescenti della predetta logistica corrisponde al logaritmo $= \int - zdq =$ CKG, s' eguaglia all' ordinata KE $= y$ della curva per esempio AEFS2FA', alla quale si accomoda la nostra corda, quando $n = 2$. Nei punti A, S, A' l' ordinata è nulla; perchè l' aja CAQ, CSQ', 2CA'2Q' è infinita, ed al logaritmo infinito corrisponde il numero $y = o$ nel mentovato ramo delle ordinate calanti. Al contrario nei punti C, 2C $y = c$ massimo suo valore, a cagione che $\int - zdq = o$, ed il log. $= o$ conviene al protonumero $= c =$ CF $=$ 2C2F.

Trovare il tempo, nel quale si vibra la corda, la cui grossezza

$$\frac{G^2H^{\frac{4}{3}}}{\overline{H+x}^{\frac{4}{3}}}.$$

XXVII. Le due formole (28.) $= g$

$$\frac{3aPG_2H}{M} \times \frac{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}}}{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}}},$$

$$(32.)\ g = \frac{9c^2}{4b^2} \times \frac{G^2H^{\frac{4}{3}}.\ \overline{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}}}^2}{\overline{n - \frac{1}{N}}^2}$$

somministrano il valore di $a = \frac{3c^2}{4b^2} \times$

$$\frac{M.\ \overline{H+L}^{\frac{1}{3}}.\ H^{\frac{1}{3}}.\ \overline{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}}}}{P.\ \overline{n - \frac{1}{N}}^2} \quad (33.)$$

E giacchè pel N.º VIII. il tempo d' una vibrazione della corda $t = \frac{k\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, ne risulta $t = \frac{kc}{2b.\ \overline{n - \frac{1}{N}}} \times$

$$\sqrt{\frac{3M.\ \overline{H+L}^{\frac{1}{3}}.\ H^{\frac{1}{3}}.\ \overline{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}}}}{bP}} \quad (34).$$

Sup-

Supposto $n = \infty$, scopriremo $t = \frac{kc}{2bn}$

$$\sqrt{\frac{3M \cdot \overline{H+L}^{\frac{1}{3}} \cdot H^{\frac{1}{3}} \cdot \overline{\overline{H+L}^{\frac{1}{3}} - H^{\frac{1}{3}}}}{bP}}.$$

Se fosse $H = \infty$, e perciò $\overline{H+L}^{\frac{1}{3}} = H^{\frac{1}{3}} + \frac{L}{3H^{\frac{2}{3}}}$, ed $\frac{1}{N} = 0$, poichè in tal circostanza svanisce l' arco NI (Fig. 4.), si troverebbe $t = \frac{kc}{2bn}\sqrt{\frac{ML}{bP}}$, qualmente richiedono le corde ugualmente grosse. Ed in fatti la grossezza della corda $\frac{G^2 H^{\frac{4}{3}}}{\overline{H+L}^{\frac{4}{3}}}$ sarebbe adequatamente costante, ed $= G^2$.

I tempi delle vibrazioni della stessa corda stanno come $\frac{1}{n - \frac{1}{N}}$; e conseguentemente i suoni, o i numeri delle vibrazioni fatte in tempo uguale come $n - \frac{1}{N}$. Nell' esempio del Num.° XXIII., in cui si stabilisce $H + L = 8$, $H = 1$, si avrebbe

$$n = 1,\ \frac{1}{N} = \frac{1573279}{3141592 9}$$

$$n = 2,\ \frac{1}{N} = \frac{793951}{31415929}$$

$$n = 3,\ \frac{1}{N} = \frac{530001}{31415929}$$

$$n = 4,\ \frac{1}{N} = \frac{397673}{31415929}$$

ec.

I suoni pertanto serberebbero adequatamente la proporzione dei seguenti numeri.

Valori di n	Proporzioni fra i suoni.
1	29842650
2	62037907
3	93717787
4	125266043
ec.	

I primi due suoni si corrispondono in ottava crescente sopra 1 : 2 per la ragione $\frac{62037907}{59685300}$ media fra le due $\frac{27}{26}$, $\frac{26}{25}$, cioè a dire per un minor semituono scarso.

I suoni secondo e terzo formano una quinta, che cresce sopra 2 : 3 per la ragione $\frac{93717787}{93056860}$ molto prossima a $\frac{142}{141}$, che non giunge a $\frac{7}{12}$ di Comma $\frac{81}{80}$.

Dai suoni terzo e quarto è composta una quarta 3 : 4, che sovrabbonda per la proporzione $\frac{125266043}{124957049}$, che stà di mezzo fra $\frac{406}{405}$, e $\frac{405}{404}$ quinta parte in circa del Comma.

Le ragioni fra i suoni quarto e quinto, quinto e sesto, ec. si avvicinerebbero talmente alle armonie 4 : 5, 5 : 6, ec., che l' orecchio non ne discernerebbe le differenze, che diverrebbero sempre più picciole.

Consideriamo adesso la relazione fra i suoni acuti ed il grave. Ho già detto, che i due primi suoni si riferiscono in ottava crescente per una ragione media fra le due $\frac{27}{26}$, $\frac{26}{25}$.

La ragione fra il primo ed il terzo suono cresce sopra 1 : 3 per la frazione $\frac{93717787}{89527950}$ media frà $\frac{23}{22}$, $\frac{22}{21}$.

Più grande ancora è la differenza $\frac{125266043}{119370600}$ media fra $\frac{22}{21}$, $\frac{21}{20}$, per cui il suo-

ſuono quarto paragonato col primo creſce ſopra la doppia ottava $1:4$.

Il ſuono grave poſto al confronto coll' acutiſſimo formerebbe un' armonia, che ſupererebbe il rapporto $1:n$ per la ragione $\frac{31415929}{29842650}$ aſſai proſſima a $\frac{20}{19}$. Si congetturi dalle coſe dette, quanto riuſcirebbe ingrata all' orecchio una tal miſtura di ſuoni, ſe dal ſuono grave molto più vigoroſo degli acuti non veniſſe reſa poco ſenſibile.

Poſtochè la corda ſi accomodaſſe ad una delle curve da me determinate, renderebbe il ſuono ad eſſa figura confacente, e paſſerebbe da uno ſtato all' altro di quiete nel tempo di una vibrazione. Ma ripiegandoſi in una curva compoſta da molte delle predette curve, il che ſuccede qualora colle maniere conſuete s' incita al tremito, produrrebbe un aggregato di ſuoni appropriato alle curve componenti, e riferendoſi queſti in ragioni aſſimetre, non ritornerebbe più, parlando in rigor geometrico, e preſcindendo dalle reſiſtenze, allo ſtato aſſoluto di quiete. S' applichi alla noſtra corda quello, che ho ſcritto della corda dell' Eſempio II. al Num.° XIX.

XXVIII. La groſſezza della corda accetti l' eſpreſſione $\frac{G^2 E^{\frac{4}{3}}}{\overline{E-s}^{\frac{4}{3}}}$, e per iſchivare che divenga infinita dentro i termini della lunghezza L, fa di meſtieri che ſia $E>L$. Il perchè pongaſi $E-L=H$, $E-s=H+x$, e perciò $E-H=L=s+x$, onde ſi riferiſca $s=0$ ad $x=L$, $x=0$ ad $s=L$. Avremo dunque la groſſezza della corda $\frac{G^2 E^{\frac{4}{3}}}{\overline{E-s}^{\frac{4}{3}}} = \frac{G^2 . \overline{H+L}^{\frac{4}{3}}}{\overline{H+x}^{\frac{4}{3}}}$, ed eſſendo ridotta ad una formola analoga alla $\frac{G^2 H^{\frac{4}{3}}}{\overline{H+x}^{\frac{4}{3}}}$, valendoci del metodo uſato ſcopriremo, che le due corde fornite delle ſuddette groſſezze ſi vibreranno in tempi, i quali, aſſegnati ad M, H, L, n gli ſteſſi valori, ſi corriſponderanno in ragione di egualità.

XXIX. Sin quì ho trattato di quelle corde, che nel vibrarſi ſi adattano a curve eſpreſſe da formole differenziali, che ammettendo la ſeparazione delle variabili, permettono, che ſi riduca a computo il tempo delle vibrazioni delle corde medeſime. Si danno frattanto due ſpecie di corde, che quantunque ſi ripieghino in curve dinotate da equazioni differenziali, nelle quali non ſi ſa ſviluppare le incognite, nulladimeno ſi poſſono determinare col computo i tempi delle loro vibrazioni. La condizione, che ſi richiede, conſiſte in ciò, che le parti delle corde preſe da un punto eſtremo ſieno ſempre ſimili alla corda totale. Queſta circoſtanza ſi avvera in due caſi, cioè quando le corde ſono di figura triangolare, o conica; imperciocchè le loro parti preſe dal vertice del triangolo, o del cono ſerbano coſtantemente ſimiglianza col tutto. Trovato prima il tempo in cui ſi vibrano le noſtre corde diviſe in un numero infinito di parti, e dimoſtrando poſcia che i tempi delle vibrazioni delle corde ſimili ſtanno come una data poteſtà dei lati omologhi, ſi paſſa facilmente alla determinazione del tempo d' una vibrazione, quando il numero dei ventri è finito.

ESEMPIO IV.

Trovare il tempo, in cui ſi vibra una corda di figura triangolare.

XXX. Rappreſenti CE2EC (Fig. 7.) una corda triangolare. Sia $CA=L$, $E2E=G$, $CK=q$, $KH=dq$, e ſi chiami M la maſſa della corda, P il peſo o forza che la tende. Scopriremo il ſuo volume $V=\frac{GL}{2}$. Dalla ſimilitudine dei triangoli CE2E, CL2L ne deduco l' analogia CA : CK :: E2E : L2L

$$L : q :: G : \frac{Gq}{L},$$

che

che determina $L2L = \frac{Gq}{L}$. Perciò l' aja o volume $L2G = \frac{Gqdq}{L}$. La maſſa dell' elemento L 2 G ſi ſtabiliſca coll' analogia $\frac{GL}{2} : M :: \frac{Gqdq}{L} : \frac{2Mqdq}{L^2}$, l' ultimo termine della quale s' eguaglia alla maſſa cercata.

Sia $KH = dq$ una delle infinite parti, nelle quali ſi ſuppone diviſa la corda CE2EC, e potendoſi conſiderare $G2G = L2L$, cioè a dire coſtante la groſſezza della cordicella, la cui lunghezza KH, avremo per la legge delle vibrazioni delle corde ugualmente groſſe $t = \frac{ck}{2b}\sqrt{\frac{2Mqdq^2}{L^2bP}}$ (35.), dinotando al ſolito t il tempo d' una vibrazione eſpreſſo in ſecondi, $\frac{c}{2b}$ la proporzione fra il raggio e la ſemicirconferenza circolare, ed b la lunghezza del pendolo a ſecondi.

Concioſſiachè tutti gli elementi KH, nei quali è ſcompartita la corda, abbiano ad eſſere uniſoni, la quantità $q^{\frac{1}{2}}dq$ dee aſſumerſi coſtante. Preſa dunque la $\int q^{\frac{1}{2}}dq = \frac{2}{3}q^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}L^{\frac{3}{2}}$, quando $CK = q = CA = L$, dovrà eſſere (chiamato n il numero delle parti, nelle quali la corda è diviſa) $\frac{\frac{2}{3}L^{\frac{3}{2}}}{n} = q^{\frac{1}{2}}dq$, o ſia $\frac{4L^3}{9n^2} = qdq^2$. Fatta la ſoſtituzione nella formola (35.) ne riſulta $t = \frac{cK}{3nb}\sqrt{\frac{2ML}{bP}}$ (36.) tempo d' una vibrazione della noſtra corda diviſa nel numero infinito n di parti.

XXXI. Col ſeguente metodo troveremo le diſtanze dal punto C dei nodi o linee ſtabili, per eſempio L2L, che ſeparano una parte dall' altra, quando $n = \infty$. Giacchè $\int q^{\frac{1}{2}}dq = \frac{2}{3}L^{\frac{3}{2}}$, poſto $q = L$, queſta ſommatoria diviſa per ∞ è relativa alla diſtanza q del primo nodo dal punto C. Avremo pertanto $\frac{\frac{2}{3}L^{\frac{3}{2}}}{\infty} = \frac{2}{3}q^{\frac{3}{2}}$, e quindi $q = \frac{L}{\infty^{\frac{2}{3}}}$. L' equazione $\frac{2 \cdot \frac{2}{3}L^{\frac{3}{2}}}{\infty} = \frac{2}{3}q^{\frac{3}{2}}$ mi dà la diſtanza del ſecondo nodo $q = \frac{2^{\frac{2}{3}}.L}{\infty^{\frac{2}{3}}}$. Ne naſcerà dunque la ſerie delle cercate diſtanze dal punto C $\frac{L}{\infty^{\frac{2}{3}}}$, $\frac{2^{\frac{2}{3}}.L}{\infty^{\frac{2}{3}}}$, $\frac{3^{\frac{2}{3}}.L}{\infty^{\frac{2}{3}}}$ ec. $\frac{\infty^{\frac{2}{3}}.L}{\infty^{\frac{2}{3}}} = L$.

XXXII. Mentre due corde triangolari ſimili CL2L, CE2E della ſteſſa materia, e craſſizie, e teſe dalla medeſima ſomma di forze ſi vibrano intere, o diviſe in pari numero di parti, deggiono adattarſi a curve della ſteſſa natura, e poſſono certamente a curve ſimili accomodarſi. Nella formola generale ſpettante alle corde inegualmente groſſe $-\frac{aVPddy}{My} = \varphi q.dq^2$ ſi ſoſtituiſca $\frac{GL}{2}$ in cambio di V, $\frac{Gq}{L}$ in cambio di φq, onde ne riſulti $-\frac{aL^2pddy}{2My} = qdq^2$, o ſia $-\frac{ddy}{y} = \frac{2Mqdq^2}{aL^2P}$. La curva, in cui ſi ripiega la corda CL2L, ſia eſpreſſa dalla formola $-\frac{ddy}{y} = \frac{2mqdq^2}{al^2P}$. M' inſegna queſta, che la quantità $-\frac{ddy}{y}$ ſarà coſtante, quando ſieno tali q, e dq, qualunque valore abbia y nell' atto che la corda ſi vibra. Un' altra corda triangolare ſimile CE2E, ugualmente denſa, e groſ-

è groſſa, e teſa dallo ſteſſo peſo richiederà l'equazione $-\frac{ddY}{Y} = \frac{2MQdQ^2}{AL^2P}$, in cui parimente ſi verificherà, che ſuppoſti coſtanti Q, e dQ, ſia altresì coſtante $-\frac{ddY}{Y}$, aſſegnata ad Y dentro i limiti delle quantità minime qualſivoglia grandezza. Si ſtabiliſca $q : Q :: dq : dQ :: l : L$; e poichè $m : M :: l^2 : L^2$, avremo $\frac{ddy}{y} : \frac{ddY}{Y} :: \frac{l^3}{a} : \frac{L^3}{A}$. Se le corde s'adattino a due curve ſimili, ſarà $\frac{ddy}{y} = \frac{ddY}{Y}$, e per conſeguenza $\frac{l^3}{a} = \frac{L^3}{A}$, e paſſando all'analogia, $a : A :: l^3 : L^3$, cioè a dire i valori delle coſtanti a, A come i cubi delle lunghezze CK. CA. Ora la grandezza di $\frac{ddy}{y} = \frac{ddY}{Y}$ non ſi muta al cangiarſi delle ordinate y, Y, mentre ſi vibrano le corde; dunque ſarà ſempre $\frac{ddy}{y} = \frac{ddY}{Y}$, ed $a : A :: l^3 : L^3$. Ed ecco meſſa in viſta una bella proprietà delle corde ſimili, che ad aſciſſe proporzionali alle lunghezze corriſponde ſempre la quantità coſtante $\frac{ddy}{y}$, qualunque ſia la grandezza delle ordinate y relative alle dette aſciſſe. E concioſſiachè per la formola (7) $t = \frac{k\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, ne ſegue che i tempi delle vibrazioni analoghe delle corde CL2L, CE2E ſi riferiranno come $l^{\frac{3}{2}} : L^{\frac{3}{2}}$, cioè come le radici quadrate de' cubi delle lunghezze CK, CA.

Ciò dimoſtrato, ſia CL2L la prima delle parti infiniteſime ed uniſone, nelle quali ſi ſuppone diviſa la corda CE2E; e giacchè ſtà immobile la linea L2L, io poſſo conſiderare CL2L come una corda. Eſſendo dunque, qualmente ho teſtè provato nel Num.° precedente, $CK = \frac{L}{\infty^{\frac{2}{3}}}$, ſe ne raccoglie $\overline{CK}^{\frac{3}{2}} = \frac{L^{\frac{3}{2}}}{\infty}$, ed eſſendo il tempo d'una vibrazione della corda CL2L $= \frac{ck}{3\infty b}\sqrt{\frac{2ML}{bP}}$, ſi avvererà l'analogia $\overline{CK}^{\frac{3}{2}} = \frac{L^{\frac{3}{2}}}{\infty} : \overline{CA}^{\frac{3}{2}} = L^{\frac{3}{2}} :: \frac{ck}{3\infty b}\sqrt{\frac{2ML}{bP}} : \frac{ck}{3b}\sqrt{\frac{2ML}{bP}} = t$ tempo d'una vibrazione della corda intera CE2E.

Che ſe CL2L, L2G ſieno due minime parti uniſone, onde s'abbia $CH = \frac{2^{\frac{2}{3}} . L}{\infty^{\frac{2}{3}}}$, e per conſeguenza $\overline{CH}^{\frac{3}{2}} = \frac{2.L^{\frac{3}{2}}}{\infty}$; pongo al paragone la corda CG2G, che oſcilla diviſa in due porzioni uniſone, colla corda CE2E, che parimente ſi vibra in due porzioni uniſone diſtribuita, e mi ſi preſenta l'analogia $\overline{CH}^{\frac{3}{2}} = \frac{2L^{\frac{3}{2}}}{\infty} : \overline{CA}^{\frac{3}{2}} = L^{\frac{3}{2}} :: \frac{ck}{3\infty b}\sqrt{\frac{2ML}{bP}} : \frac{ck}{2.3b}\sqrt{\frac{2ML}{bP}} = t$, tempo d'una vibrazione della corda CE2E, che oſcilla ſcompartita in due membri uniſoni.

Mettendo al confronto l'aggregato di tre minime parti uniſone colla corda CE2E, che ſi agita diviſa in tre porzioni, ſcoprirò il tempo impiegato in una oſcillazione di queſt'ultima corda, cioè $t = \frac{ck}{3.3b}\sqrt{\frac{2ML}{2P}}$.

E generalmente, qualunque ſia il numero n delle parti uniſone, ſi troverà ſem-

ſempre $t = \frac{cK}{n \cdot 3b} \sqrt[t]{\frac{2mL}{2P}}$; laonde la ſteſſa formola s' adatta a qualſivoglia valore intero di n o finito o infinito.

Mi riſtringo a cavare l' unica conſeguenza, che i tempi d' una vibrazione della ſteſſa corda, ſecondochè ſi vibra intera, o diviſa in 2, 3, 4, ec. parti uniſone, ſaranno proporzionali alla ſerie armonica 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ec.; e quindi i ſuoni, o i numeri delle oſcillazioni fatte in tempo uguale accetteranno la ragione dei numeri naturali 1, 2, 3, 4, ec., qualmente interviene altresì nelle corde cilindriche.

XXXIII. Avverto, che ſenza punto alterare il valore del tempo t, le ſezioni per eſempio L2L della corda poſſono cangiarſi di rettangolari in circolari, purchè paſſi uguaglianza fra le ſezioni dell' una, e dell' altra figura corriſpondenti ad aſciſſe uguali. In tale ipoteſi naſcerebbe la figura della corda dal girare (Fig. 7.) la parabola Apolloniana Cle intorno all' aſſe CA; imperciocchè ſtando ſempre per la natura d' eſſa curva CK come $\overline{Kl}^2$, la ſezione circolare il cui raggio Kl, o ſia la groſſezza della corda accetterebbe coſtantemente la proporzione delle aſciſſe CK $= q$. La condizione eſſenziale delle noſtre corde conſiſte in ciò, che le ſezioni o le groſſezze variabili ſi corriſpondano nella ragione delle aſciſſe, nulla importando poi che le dette ſezioni ſieno piuttoſto rettangolari che circolari. Lo ſteſſo accade anche nelle corde di groſſezza coſtante, la figura delle quali non ha punto luogo nei tempi delle loro vibrazioni.

XXXIV. I nodi della corda CE2E (Fig. 7.), che trema diviſa nel numero di parti n, ſi determinano agevolmente. Cominciando dal punto C, ſi prenda la ſerie delle parti infiniteſime $\frac{L}{\infty^{\frac{2}{3}}}$, $\frac{2^{\frac{2}{3}}L}{\infty^{\frac{2}{3}}}$, $\frac{3^{\frac{2}{3}}L}{\infty^{\frac{2}{3}}}$, ec. $\frac{n^{\frac{2}{3}}L}{\infty^{\frac{2}{3}}}$, nelle quali ſi ſuppone diſtribuita la noſtra corda, ed eſſa ſerie ſi continui ſino al numero n di termini. Determineremo il primo nodo facendo $\frac{n^{\frac{2}{3}}L}{\infty^{\frac{2}{3}}} : \frac{L}{\infty^{\frac{2}{3}}} :: L : \frac{L}{n^{\frac{2}{3}}}$, onde ne riſulti il quarto termine dell' analogia $\frac{L}{n^{\frac{2}{3}}}$ uguale alla diſtanza del primo nodo dal punto C.

Coll' analogia $\frac{n^{\frac{2}{3}}L}{\infty^{\frac{2}{3}}} : \frac{2^{\frac{2}{3}}L}{\infty^{\frac{2}{3}}} :: L : \frac{2^{\frac{2}{3}}L}{n^{\frac{2}{3}}}$ ſi renderà nota la diſtanza $= \frac{2^{\frac{2}{3}}L}{n^{\frac{2}{3}}}$ del ſecondo nodo dal punto C.

Proſeguendo con tal ordine, ci ſi preſenterà la progreſſione $\frac{L}{n^{\frac{2}{3}}}$, $\frac{2^{\frac{2}{3}}L}{n^{\frac{2}{3}}}$, $\frac{3^{\frac{2}{3}}L}{n^{\frac{2}{3}}}$, ec. $\frac{n^{\frac{2}{3}}L}{n^{\frac{2}{3}}} = L$, la quale in ciò ſolo diſcorda da quella delle parti infiniteſime, che il diviſore $\infty^{\frac{2}{3}}$ ſi cangia in $n^{\frac{2}{3}}$; e perciò quando n s' accreſca all' infinito, la ſeconda ſerie coincide colla prima.

Siccome la prima ſerie ſi è dedotta dal dividere per ∞ la quantità $\frac{2}{3} L^{\frac{3}{2}} = \int t^{\frac{1}{2}} dq$, poſta $q = L$; così la ſeconda ſerie può naſcere, dividendo per n la ſteſſa grandezza $\frac{2}{3} L^{\frac{2}{3}}$, e facendo gradatamente 1, 2, 3, 4, ec. di queſte parti uguali a $\frac{2}{3} q^{\frac{3}{2}}$. I valori di q, che ſi ſcopriranno, ſaranno uguali ai termini della progreſſione ſeconda.

XXXV. Giacchè $q^{\frac{1}{2}}dq$ è proporzionale al tempicello coſtante, in cui ſi vibrano le cordicelle uniſone dq; ne ſegue, che dividendo per n la quantità

$\frac{2}{3}$L-

$\frac{2}{3} L^{\frac{3}{2}} = \int q^{\frac{1}{2}} dq$, io vengo a distribuire la corda in porzioni composte d'un pari numero $\frac{\infty}{n}$ d'elementi unisoni, le quali porzioni sono altresì unisone. Quindi le corde triangolari hanno la proprietà comune alle corde cilindriche, che i segmenti unisoni sono formati da un egual numero d'elementi unisoni, e generalmente i tempi delle vibrazioni di due segmenti serbano la proporzione dei numeri degli elementi unisoni, che nei mentovati segmenti son contenuti.

Tagliata ad arbitrio CK $= q$, il numero degli elementi unisoni contenuti nella parte CL2L a quello degli elementi contenuti nella corda intera CE2E stà come $q^{\frac{3}{2}} : L^{\frac{3}{2}}$, e per conseguenza il numero dei detti elementi compresi nella parte L2E si riferisce a quello contenuto nella corda totale come $L^{\frac{3}{2}} - q^{\frac{3}{2}} : L^{\frac{3}{2}}$. Nella stessa proporzione si corrisponderanno i tempi delle vibrazioni del segmento L2E, e della corda CE2E, quando l'uno e l'altra oscillano interi. Sarà L2E l'ultima delle porzioni, il cui numero n, nelle quali si può scompartire una corda, quando si vibra, se l'ascissa CK $= q$ si ponga eguale ad $\frac{\overline{n-1}^{\frac{2}{3}}}{n^{\frac{2}{3}}}$. L. Avremo pertanto $q^{\frac{3}{2}} = \frac{\overline{n-1}}{n}$

$\times L^{\frac{3}{2}} = L^{\frac{3}{2}} - \frac{L^{\frac{3}{2}}}{n}$; e perciò i tempi delle vibrazioni della porzione L2E, e della corda CE2E, che trema indivisa, i quali accettano generalmente la ragione di $L^{\frac{3}{2}} - q^{\frac{3}{2}} : L^{\frac{3}{2}}$, li troveremo come $\frac{L^{\frac{3}{2}}}{n} : L^{\frac{3}{2}}$, o sia come $\frac{1}{n} : 1$, qualmente in fatti dee stare. Se la corda CE2E oscillasse distribuita nel numero n di parti, ne risulterebbero i tempi uguali.

Il segmento L2E può anch'esso vibrarsi scompartito in 2, 3, 4, ec. membri unisoni; e quindi la totale serie di suoni, che può rendere, è proporzionale ai numeri 1, 2, 3, 4, ec.

ESEMPIO V.

Trovare il tempo nel quale si vibra una corda di figura conica.

XXXVI. Passo a far parola delle corde di figura conica, le quali traggono l'origine dal girare il triangolo CAE (Fig. 7.) intorno all'asse CA. Pongo CA $=$ L, la base circolare, il cui raggio AE, $= G^2$, CK $= q$, KH $= dq$, la massa della corda $=$ M, il peso o forza, che la tende $=$ P. Per la natura del cono abbiamo il volume $V = \frac{G^2 L}{3}$, ed inoltre l'analogia $L^2 : q^2 :: G^2 : \frac{G^2 q^2}{L^2}$, che mi dà la sezione circolare, il cui raggio KL, $= \frac{G^2 q^2}{L^2}$. Per la qual cosa il volume del minimo frusto conico $L2G = \frac{G^2 q^2 dq}{L^2}$. La massa di un tal elemento si determina mediante l'analogia $\frac{G^2 L}{3} : M :: \frac{G^2 q^2 dq}{L^2} : \frac{3Mq^2 dq}{L^3}$, l'ultimo termine della quale s'eguaglia alla massa, di cui si va in traccia.

Sia KH $= dq$ una delle minime parti, nelle quali la corda CE2E si suppone divisa, e passando adequazione fra i raggi KL, HG, si può considerare costante la grossezza della funicella L2G, la cui lunghezza KH $= dq$. Per la legge delle corde ugualmente grosse si vibrerà essa funicella nel tempo espresso in secondi $t = \frac{ck}{2b} \sqrt{\frac{3Mq^2 dq^2}{L^3 bP}}$ (37.), significando

giusta il consueto $\frac{c}{2b}$ il raggio diviso per la semicirconferenza circolare, k un minuto secondo, ed b la lunghezza del pendolo a secondi.

Dovendo esser unisoni tutti gli elementi KH, ne' quali è scompartita la corda, la grandezza qdq ha da assumersi in qualità di costante. Presa pertanto la $\int qdq = \frac{q^2}{2} = \frac{L^2}{2}$, qualora $CK = q = L$, e chiamando ∞ il numero infinito delle parti unisone componenti la corda, si dovrà avere $\frac{\frac{1}{2}L^2}{\infty} = qdq$. Effettuata la sostituzione nella formola (37.), ci si presenterà $t = \frac{ck}{2b\infty}\sqrt{\frac{3ML}{4bP}}$ (38.) tempo d'una vibrazione della corda CE2E, che oscillando si adatta ad una curva fornita del numero ∞ infinito di ventri.

XXXVII. Il metodo contenuto nel N.° XXXI. c' insegna a trovar la distanza dal punto C dei nodi o circoli stabili, il diametro d'uno dei quali sia per esempio L2L, quando la corda oscilla divisa in un numero infinito di parti unisone.

Conciossiachè $\int qdq = \frac{1}{2}q^2 = \frac{1}{2}L^2$, posta $q = L$, dividasi per ∞ la grandezza $\frac{1}{2}L^2$, e formata l' equazione $\frac{\frac{1}{2}L^2}{\infty} = \frac{1}{2}q^2$, servirà questa per trovare la lontananza del primo nodo dal punto $C = q = \frac{L}{\sqrt{\infty}}$.

La formola $\frac{2 \cdot \frac{1}{2}L^2}{\infty} = \frac{1}{2}q^2$ somministra la distanza del secondo nodo $q = \frac{L\sqrt{2}}{\sqrt{\infty}}$.

Continuando in tal guisa, ci si presenterà la progressione delle distanze dei nodi dal punto C. $\frac{L}{\sqrt{\infty}}$, $\frac{L\sqrt{2}}{\sqrt{\infty}}$, $\frac{L\sqrt{3}}{\sqrt{\infty}}$, ec., $\frac{L\sqrt{\infty}}{\sqrt{\infty}} = L$.

XXXVIII. Ora egli è d'uopo l' andare in traccia del tempo d'una oscillazione della corda intera, oppure divisa in un numero qualunque di parti unisone. I tempi delle oscillazioni di due corde coniche simili, della stessa materia formate, e tese dalla stessa forza P, che si vibrano intere, o scompartite in pari numero di membri, debbono stare fra loro come una potestà delle lunghezze delle corde predette. Dal N.° V. raccogliesi, che le curve, in cui si ripiegano le corde, sono espresse dalla equazione $sq \cdot dq^2 = -\frac{aVPddy}{My}$, e giacchè nel nostro caso $sq = \frac{G^2q^2}{L^2}$, avremo $\frac{G^2q^2dq^2}{L^2} = -\frac{aVPddy}{My}$. Prese in due corde simili le ascisse q, ed i loro elementi dq proporzionali alle lunghezze L, impariamo dal N.° XXXII., essere costante il valore $-\frac{ddy}{y}$. Il perchè essendo G^2 come L^2, q^2dq^2 come L^4, V ed M come L^3, e P costante, ne risulta a come L^4. E poichè pel N.° VIII. $t = \frac{k\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$, si conchiuda essere t proporzionale ad L^2. Per la qual cosa i tempi delle oscillazioni di due corde coniche simili CL2L, CE2E della stessa materia e tese dal medesimo peso P, si riferiscono in ragione dei quadrati delle lunghezze, cioè a dire come $\overline{CK}^2 : \overline{CA}^2$.

Sia

Sia CL2L la prima delle parti minime ed unisone, in cui supponesi divisa la corda CE2E. Stando immobile la sezione L2L, mi è concesso di considerare CL2L come una corda appoggiata ad uno scannello nel punto L; e giacchè, qualmente ho testè provato, $CK = \frac{L}{\sqrt{\infty}}$, o sia $\overline{CK}^2 = \frac{L^2}{\infty}$, ed il tempo d' una vibrazione della corda CL2L $= \frac{ck}{2b\infty}\sqrt{\frac{3ML}{4bP}}$, si verifica l' analogia $\overline{CK}^2 = \frac{L^2}{\infty} : \overline{CA}^2 = L^2 :: \frac{ck}{2b\infty}\sqrt{\frac{3ML}{4bP}} : \frac{ck}{2b}\sqrt{\frac{3ML}{4bP}} = t$, il quarto termine della quale si eguaglia al tempo d' una vibrazione della corda CE2E.

Se poi CL2L, L2G siano due infinitesime porzioni unisone, dimodochè s'abbia $CH = \frac{L\sqrt{2}}{\sqrt{\infty}}$, e conseguentemente $\overline{CH}^2 = \frac{2L^2}{\infty}$, metto al confronto la corda CG2G, che trema partita in due porzioni unisone, colla corda CE2E, che oscilla altresì in due membri unisoni scompartita, e ne deduco l' analogia $\overline{CH}^2 = \frac{2L^2}{\infty} : \overline{CA}^2 = L^2 :: \frac{ck}{2b\infty}\sqrt{\frac{3ML}{4bP}} : \frac{ck}{2.2b}\sqrt{\frac{3ML}{4bP}} = t$, il cui quarto termine pareggia il tempo d' una vibrazione della corda CE2E, che si vibra divisa in due parti unisone.

Paragonando l' aggregato delle tre prime infinitesime parti unisone colla corda CE2E, che s' agita in tre porzioni distribuita, troverò il tempo speso in una vibrazione dalla corda ultimamente nominata, cioè $t = \frac{ck}{3.2b}\sqrt{\frac{3ML}{4bP}}$. S' inferisca la conseguenza, che qualunque sia il numero n delle parti unisone, si scoprirà sempre $t = \frac{ck}{n.2b}\sqrt{\frac{3ML}{4bP}}$, formola che s' accomoda a qualsisia grandezza di n finita o infinita.

Quindi i tempi d' una vibraaione della medesima corda conica, secondochè oscilla intera, o scompartita in 2, 3, 4, ec. porzioni unisone, accetteranno la ragione del termini della progressione armonica 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, ec., e perciò dalla serie aritmetica 1, 2, 3, 4, ec. verranno dinotati i suoni, o i numeri delle oscillazioni fatte in tempo pari.

XXXIX. Ci si renderà facilmente manifesta la posizione dei nodi della corda CE2E, che oscilla partita nel numero n di membri. Dato principio dal punto C, piglio la serie di 1, 2, 3, 4, ec. parti minime, che continuo sino al numero n di termini, ed è la seguente $\frac{L}{\sqrt{\infty}}, \frac{\sqrt{2}.L}{\sqrt{\infty}}, \frac{\sqrt{3}.L}{\sqrt{\infty}}, \frac{\sqrt{4}.L}{\sqrt{\infty}}$, ec., $\frac{\sqrt{n}.L}{\sqrt{\infty}}$. Stabilisco il sito del primo nodo facendo $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\infty}}.L : \frac{L}{\sqrt{\infty}} :: L : \frac{L}{\sqrt{n}}$, e l' ultimo termine dell' analogia pareggia la lontananza $= \frac{L}{\sqrt{n}}$ del primo nodo dal punto C.

Col mezzo della proporzione $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{\infty}}.L : \frac{\sqrt{2}.L}{\sqrt{\infty}} :: L : \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n}}.L$ scopro la distanaa $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n}}.L$ del punto C del secondo nodo.

Seguitando a battere questa strada, mi si affaccia la serie delle distanze dei nodi

di 1.°, 2.°, 3.°, 4.°, ec. dal punto C $\frac{L}{\sqrt{n}}$, $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{n}}$. L, $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{n}}$. L, $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{n}}$. L, ec. $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}}$. L $=$ L, la quale si cangia in quella spettante alle parti unisone infinitesime componenti la corda, quando n tanto s' aumenti, che divenga $= \infty$.

In quella guisa che la serie confacente alle parti minime ha tratto l' origine dal partire per ∞ la grandezza $\frac{1}{2}L^2 = \int q dq$, posta $q = L$, non altrimenti l'ultima serie può nascere dividendo per n la medesima quantità $\frac{1}{2}L^2$, e mettendo ordinatamente $= \frac{1}{2}q^2$ il quoziente, che ne risulta, moltiplicato per 1, 2, 3, 4, ec. I valori di q, che si deducono da tali equazioni, s'eguagliano ai termini dell' ultima progressione.

XL. Conciossiachè per la formola (37) $\frac{ck}{2b} q dq \sqrt{\frac{3M}{L^3 bP}} = t$ la quantità qdq stia in ragione del tempicello costante, in cui si vibrano le funicelle unisone, la lunghezza delle quali $= dq$, addiviene, che partendo per n la grandezza $\frac{1}{2}L^2 = \int q dq$, posta $q = L$, distribuisco la corda in porzioni unisone composte d'un egual numero $\frac{\infty}{n}$ d' elementi unisoni. Per la qual cosa la proprietà, che i segmenti unisoni sieno formati d' un pari numero d' elementi unisoni, è comune alle corde coniche, cilindriche, triangolari, a cui si debbono aggiungere quelle dell' Esempio I., la cui grossezza $\varphi x = \frac{G^2 H^4}{\overline{H+x}^4}$. In ciascuna di queste corde i tempi delle vibrazioni di due segmenti presi ad arbitrio accettano la ragione dei numeri degli elementi unisoni, che in essi segmenti sono compresi.

Segnata a piacimento CK $= q$, il numero degli elementi unisoni contenuti nella parte CL2L si riferisce a quello degli elementi unisoni contenuti nella corda intera CE2E in proporzione di $q^2 : L^2$; e conseguentemente il numero dei mentovati elementi compresi nel residuo L2E corrisponde a quello contenuto nella corda totale come $L^2 - q^2 : L^2$. Nella medesima proporzione si riguardano i tempi delle oscillazioni della porzione L2E, e della corda CE2E, qualora l' una e l' altra si vibrino intere, o pure divise in pari numero di parti.

Sarà L2E l' ultima delle porzioni unisone, il cui numero n, nelle quali s'intenda scompartita la corda CE2E, se l' ascissa CK $= q$ si ponga eguale a $\frac{\sqrt{n-1}}{\sqrt{n}}$. L, onde ne risulti $q^2 = \frac{n-1}{n} . L^2 = L^2 - \frac{L^2}{n}$. I tempi delle oscillazioni della parte L2E, e della corda CE2E, che si vibra indivisa, i quali stanno generalmente in ragione di $L^2 - q^2 : L^2$, li scopriremo nel nostro caso come $\frac{1}{n} : 1$, proporzione, ch' effettivamente loro compete.

Delle Vibrazioni delle Corde d' ineguale grossezza, la quale non viene regolata da una legge costante.

XLI. Una corda, la cui varia grossezza non soggiace a legge costante, non può mai accomodarsi ad una figura equilibrata. Sia per esempio la corda formata da due porzioni, le cui grossezze ricevano due leggi diverse, potrà bene ciascuna parte ripiegarsi in una curva equilibrata; ma in quel punto, nel quale si fa transito da una legge all' altra, accaderà sbilanciamento, e succedendo innumerabili e continue laterali comunicazioni di moto da particola a particola della corda, non giungerà essa mai a ricevere una figura bilanciata compiutamente, ogni elemento della quale si vibri

bri nel medeſimo tempo. Ne ſeguirebbe maggiore contraſto , ſe da molte leggi dipendeſſe la groſſezza della corda . S' inferiſca , che le varie particole della noſtra corda ſi vibrano in tempi diverſi , e che eſſendo ſempre d' indole differente le curve a cui ſi conforma, oon ſono nemmeno coſtanti i tempi delle vibrazioni della ſteſſa particola . Quindi ne riſulta un ſuono incerto e falſo , che iotonar non ſi può , e che rieſce ſommamente faſtidioſo all' orecchio .

XLII. Il ridurre a computo le velocità delle particole di tali corde, io lo giudico un problema intrattabile. Sia f la forza applicata ad una particola, s' io farò $\frac{2\int f dt}{k}$ uguale all' incremento di quantità di moto operato direttamente in eſſa particola , ed altresì agl' incrementi che a cagione della comunicazione del moto ſuccedooo nelle altre particole ; ſono condotto ſicuramente al paralogiſmo da queſta formola , la quale non s' avvera ſalvochè nell' ipoteſi che tutte le particole ſi muovano coo pari celerità . La formola $2\int f ds$ uguale alle aumentazioni di forza viva cagionata in tutte le particole è giuſta , ma per uſarla farebbe d' uopo ſapere la legge delle velocità d' eſſe particole , e qual porzione dell' azione $2\int f ds$ s' impieghi ad accreſcere la forza viva di ciaſcuna particola . Quello , che s' è detto d' un'azione , s'applichi all'altre tutte , e ſi conchiuda , che la forza viva d'una particola non dipende ſolo dall' azione della forza che direttameote la ſpinge , ma ancora , mediante la comunicazione del moto , dalle azioni delle forze che ſollecitano le rimanenti particole . Se nel principio del moto la corda è ripiegata in una figura bilanciata, l' equazione di tal curva mi rende note le forze , che ſpingono i punti della corda . E poichè nei ſuſſeguenti iſtanti le curve ſono ſempre analoghe alla primitiva , conoſco i valori delle forze in ciaſcuna curva , ed è in mia poteſtà il calcolare la velocità di qualſivoglia particola , ed il tempo d' una ſua vibrazione . Ma ſe la corda è incapace di accomodarſi a curve equilibrate , ſappiaſi l' equazione della curva , a cui s' adatta oel cominciamento del moto , e per conſeguenza ſieno conoſciute le forze che ſollecitano le particole della corda ; qual frutto ne raccoglierò da tal cognizione ? Eſſendo nei ſuſſeguenti iſtanti le curve d' indole differentiſſima e ignota , rimango all'oſcuro dei valori delle forze , nè mi è conceſſo di computare le velocità e i tempi delle vibrazioni. Non ho voluto riſparmiare parole , onde mettere in viſta le inſuperabili difficoltà , che s' incontrano maneggiando il problema delle vibrazioni delle corde , la cui ineguale groſſezza non viene regolata da legge coſtante .

XLIII. Si contenti dunque chi legge , ch' io procuri di riſchiarare queſto argomento con un eſempio, che fra tutti è il più ſemplice . La metà A'C (Fig. 9.) della corda A'A ſia più ſottile ovvero meno denſa dell'altra metà CA . Nel primo iſtante del movimento ſia eſſa ripiegata oella curva AFA', la cui equazione

$$x = L . \frac{\text{Arco Rag. } c \text{ Seno } y}{2b}$$

, poſte AA' $= L$, CF $= c$, AI $= x$, IK $= y$, ed eſſendo b il quadrante circolare del raggio c . Le due metà della curva ſono bilanciate , e la ſteſſa proprietà competerebbe alla curva intera AFA', ſe le ſue due metà foſſero ugualmente groſſe . (Veggaſi la mia Opera *Delle corde , ovvero fibre elaſtiche* , Schediaſma IV.) Le forze ſollecitanti i punti K, H ſi riferiſcono nella proporzione delle ordinate IK , LH , e le forze acceleratrici accettano la ragione compoſta , diretta delle predette ordinate , ed inverſa delle groſſezze delle ſemicorde A'F , AF . Segno varj elementi della corda di pari lunghezza FG, GH, ec. , FE , ED, ec. Eſſendo l' ordinata CF comune ai due elementi FE . FG , le forze acceleratrici ſtanno in ragione reciproca delle groſſezze d' eſſi elementi . Se dunque non foſſero conneſſi nel punto F,

l' ele-

l'elemento FE si moverebbe più celeremente del FG. La loro unione fa sì, che il punto F ad entrambi comune debba acquistare una media velocità, il che s'ottiene mediante la comunicazione del moto dall'elemento EF all'FG. Ritardato in tal guisa l'elemento EF, ritarda esso l'elemento DE, e viene da questo accelerato, e l'accelerazione si comunica agli elementi FG, GH, ec., ed il ritardamento agli elementi DK, ec. Si prosegui̇sca il discorso con questo metodo, e si comprenderà, che rispettivamente a quelle velocità, che avrebbero acquistato i punti della semicorda A'F, se ancora la FA fosse della stessa grossezza, i nominati punti sono tanto più ritardati, quanto maggiormente si discostano dal punto A', e si accostano al punto F. In riguardo poi alle velocità, che competerebbero ai punti della semicorda FA, se altresì la FA' avesse con essa comune la grossezza, i predetti punti si vanno sempre più accelerando, secondochè si allontanano dal punto A, e si avvicinano al punto F. Da ciò si raccoglie, che quando il punto F sarà pervenuto in C, la semicorda A'F avrà passato l'asse A'CA, e la semicorda AF ad esso non sarà giunta per anche, dimodochè la corda avrà presa la Fig. 10. A'MCNA.

La nostra corda sia tutta discesa sotto l'asse A'CA, conformandosi alla curva A'fA (Fig. 11.), e seguiti ancora a muoversi per la direzione Cf. L'elemento fe verrebbe più ritardato dell'elemento fg, se non fossero congiunti nel punto f. In tale circostanza pertanto succede tutto il contrario di quello, che abbiamo notato avvenire negli elementi FE, FG (Fig. 9.), e l'elemento fg (Fig. 11.) fa che meno si ritardi l'elemento fe. Con un raziocinio analogo a quello, che ho adattato alla Figura 9., si conchiuderà, che mediante la comunicazione del moto, le particole fe, de, ec. vengono tanto meno ritardate, quanto cresce la loro distanza dal punto A'; e le particole fg, gh, ec. ricevono maggior ritardamento, quanto più si allontanano dal punto A. Quindi s'inferisce, che gli elementi della corda si vibreranno in tempi diversi, e che procedendo da A' verso A, giungeranno allo stato di quiete gradatamente sempre più tardi, rendendo suoni, che dentro certi limiti passeranno dall'acuto al grave.

S'aggiunga, che, essendo le curve A'MCNA (Fig. 10.), A'fA (Fig. 11.), ec. d'indole sempre diversa a cagione delle continue comunicazioni laterali di moto, nè ritornando mai la corda a ripigliare la primitiva figura A'FA (Fig. 9.), addiviene che la stessa particola non si vibri in tempo costante, ma fra determinati confini faccia transito dall'acuto al grave, o dal grave all'acuto. Il perchè e le particole diverse, e la stessa particola producono un Suono incerto, che intonar non si può, e merita il nome di Falso. La causa di questi effetti dipende dal diverso valore delle forze acceleratrici degli Elementi FE, FG, il quale fa sì, che non cessi mai la comunicazione di moto, e che per conseguenza la corda non possa ottenere di accomodarsi ad una figura del genere delle bilanciate, alle quali soltanto compete l'isocronismo.

Nell'oscurità della materia, che ho per le mani, basti questo saggio, il quale per altro sembrami che rischiari quanto basta la natura del Suono Falso.

FECONDAZIONE ARTIFICIALE

ARTICOLO *del Sig. Abate Lazaro Spallanzani, pubblico Professore di Storia Naturale nella Reale Università di Pavia.*

FECONDAZIONE ARTIFICIALE. Vuolsi intendere quell' attitudine al nascere, che dall' arte viene comunicata alle femenze delle Piante col mezzo della polvere degli ftami, e all' uova degli Animali col mezzo del liquore fpermatico. Rifchiariamo l' idea con efempj tolti dai due Regni, Vegetabile, ed Animale.

I. Sembra omai che più non dubitino i Naturalifti dell' efiftenza dei due feffi nelle Piante. Si fa che fecondo quefta Teoria gli ftami fanno l' ufizio del mafchio, e i piftilli quello della femmina (Vedi STAME, e PISTILLO). La polvere dei primi entrando nella cavità dei fecondi s' innoltra fino all' ovaja, dove fuccede la fecondazione delle femenze.

La neceffità di quefti due generi d' organi per la fruttificazione viene abbaftanza provata dalla privazione o dall' alteramento dei medefimi: conciofiachè fe recidanfi gli ftami o i piftilli, ovveramente tralignino gli uni o gli altri fubito che apronfi i fiori, ella è cofa certa che tali Piante o non danno femi, o li danno foltanto infecondi.

2. Che poi concorrano alla fruttificazione, in quanto che gli ftami fono gli organi mafchili, e i piftilli gli organi femminili, pare che lo provino fenza replica quelle Piante che hanno due fatte d' individui, altri cioè provveduti foltanto di piftilli, ed altri di ftami. Imperocchè fe le Piante a piftilli non fieno in vicinanza delle Piante a ftami, fi rimangono fterili. E quefta è ftata la cagione che ha indotto gli uomini a procurare quefte fecondazioni o maritaggi, dirò così, artificiali non poco vantaggiofi alla focietà in alcuni paefi; obbligazione che abbiamo a' Ruftici fteffi, da' quali fi può dire che abbiano apprefo i Fifici l' efiftenza dei due feffi nei Vegetabili. Le Palme dattilifere (Vedi PALMA) fono nel novero di quegli Alberi, che hanno gl' individui a ftami offia mafchj, e gl' individui a piftilli offia femmine. E la neceffità di tenere in compagnia quefta doppia fatta d' individui per averne la fruttificazione era conofciuta dai coltivatori di quefta Pianta fino ai tempi di Aleffandro. Erodoto pure ci attefta, e il fatto viene confermato dal celebre Botanico Tournefort, effere antica ufanza de' ruftici abitatori dell' Oriente, dove faffi un ufo sì grande di datteri, il maritare le Palme coll' attaccare i rami degl' individui mafchj a quelli degl' individui femmine. E un fimil coftume, per quanto ne riferifce il Geoffroy, fi pratica in Sicilia per rapporto ai Piftacchi (Vedi PISTACCHIO). Intorno alle quali ultime Piante fappiamo altresì dal Duhamel, che una di effe che trovavafi in Parigi, e che era femmina, non produffe mai frutta feconde, fe non fe quando le fu dato a compagno un Piftacchio mafchio, dal quale effendo ftata priva in feguito, tornò la medefima alla primiera infecondità.

Ma di quefta fecondazione artificiale nelle Palme abbiamo fatti più luminofi e più decifivi in quella fpezie che dal Boerave fi appella *Palma dactylifera major, fpinofa, femina, folio flabelliformi*, e *Chamairops* dal Linneo. Una di quefte

Palme, che da lunghissimo tempo si trova nel Giardino Reale di Berlino, e che senza contrasto è nella sua spezie la più grande di tutte quelle che esistono oggigiorno ne' Giardini della Germania, mise in voglia il celebre Gleditsch, Membro di quella Reale Accademia di tentar su di essa la fecondazione, per essere sempre rimasta sterile per l' addietro, non ostante che contasse più di ottant' anni. Questa si ottenne benissimo, anzi per tre volte in tempi diversi, e la maniera che praticò per fecondarla fu delle più semplici. Non fece altro che con la polvere della Palma maschio aspergere i fiori della Palma femmina. Que' mazzetti adunque di fiori, che provaron gl' influssi della polvere fecondatrice, diedero al dovuto tempo i datteri maturi, le cui semenze piantate in terra misero in luce delle picciole Palme. Gli altri fiori poi, su cui non versò la polvere, e che in conseguenza non rimasero fecondati, lasciarono la più parte cadere i piccioli frutti; e quelli che li ritennero, non misero il nocciolo, e i loro semi rimasero imperfetti e sterili. Una circostanza che accompagnò questa fecondazione non è da tacersi. La polvere fecondante, di che si valse quel chiarissimo Botanico, non era fresca, tolta allora dagli stami, ma disseccata, per essergli venuta da Lipsia, ed avere speso nel viaggio nove giorni. Dal che apparisce che per rendere fruttifera una Pianta non è necessario che la polvere fecondante sia staccata allora dal maschio, come potrebbe esser creduto.

Tra le pruove, che recansi in favore della fecondazione delle Piante col mezzo delle parti sessuali, queste sono delle più decisive. Può però insorgere la questione, e di fatti è stata eccitata, se questa legge soffra delle eccezioni; e l' industria di alcuni Osservatori crede già di averle trovate in alcune di quelle Piante stesse, di che ora abbiamo parlato, cioè a dire che portano fiori maschj, e fiori femmine su tronchi diversi. Un piede di canape femina (Vedi questa voce) allevato in Parigi in luogo remoto dall'altre Piante di spezie consimile, diede semenze benissimo stagionate, e che messe sotterra non lasciaron di nascere. Altrettanto nello stesso luogo si avverò in una Pianta di Luppoli femmina (Vedi LUPPOLO), non ostante che non si trovassero Piante simili che alla distanza di alcune miglia.

Non può negarsi che non sieno questi due fatti assai rimarcabili. Non sembrano però tali da escludere qualunque dubbio contrario. La polvere fecondante esce abbondantemente dagli stami, e si sparge attorno per l' aria. Al levar del sole, come ha osservato il Duhamel, rassomiglia a una nebbia nuotante su que' campi di biade, che cominciano allora a fiorire; e tanta ne è la copia che spandesi dai Cipressi, che qualche volta si è presa per una picciola nube di fumo. Se adunque nel tempo della maggiore abbondanza di quella polvere insorgano venti per l' aria, non è naturale il pensare, che sarà trasportata a lontane distanze, e che quindi potrà fecondare le Piante femmine della medesima spezie, che si trovano in quelle vicinanze? Senza che, non potrebbe succedere questa fecondazione per via di qualche Pianta analoga, che vi si trovasse dappresso? Conciossiachè non potrebbe egli darsi che prendessimo per Piante di genere diverso quelle che effettivamente nol sono? Quanto differiscon tra loro le varie razze dei Cani? Eppure si accoppiano indistintamente e propagano, e sono tutti compresi sotto un genere, o a dir meglio sotto una spezie.

Questi o equivalenti riflessi mossi già dai savoreggiatori dei due sessi nelle Piante, io non dirò già che tolgan del tutto le addotte difficoltà, ma piuttosto che lasciando la cosa in dubbio eccitino così la curiosità de' Fisici ad esaminar di nuovo i suddetti fatti con esperimenti più cautelati e sicuri. D' uopo sarebbe adunque l' allevare dentro a vasi parecchie separate Piante femmine di quelle spezie, che in tronchi diversi portano fiori maschj e fiori femmine: e per tutto il tem-

tempo che dette Piante restan fiorite, tenere i vasi in camere chiuse, e lontane quanto è possibile dalle Piante maschie consimili. Vero è che, anche adoperando così, non rimane intercetta la comunicazione dell' aere esteriore con quello delle camere, e che perciò non resta tolto del tutto il sospetto di qualche furtivo ingresso della polvere fecondante in que' luoghi chiusi. Ma è vero altresì che questa fecondazione sarà incomparabilmente più difficile a succeder quivi, che all' aria aperta e ventilata.

Sarebbe da intraprendersi un' altra esperienza, che forse potrebbe esser decisiva in tal genere; voglio dire rinchiudendo in bocce di vetro di ventre capace alcuni rami di Piante femmine, allorchè sono vicini a fiorire, turandone i colli in maniera, che si venisse ad impedire il passaggio dell' aria esterna dentro alle bocce. Potrebb' essere, nol niego, che que' rami per l' impedita traspirazione, e per difetto di aria rinnovata andassero a male: ma d' altronde se alcuni andassero a bene (lo che non pare tanto difficile), e producessero semi fecondi, rimarrebbe provato senza replica non richiedersi in tali Piante per la fruttificazione il concorso mutuo de' due sessi. In questa dubbiezza poi d' esito il Fisico non dee arrestarsi dal tentar l' esperienze. Una cosa dell' estrema importanza è quì da avvertirsi, ed è di visitare attentissimamente i fiori femmine, succedendo talvolta di trovar fiori maschj sopra individui femmine, e vicendevolmente.

Questa fecondazione artificiale verrebbe a mio giudizio vieppiù illustrata, e spargerebbe altresì molta luce sull'oscura generazione delle Piante, ove l'industre osservatore rivolgesse anche i suoi sguardi alle parti sessuali, col farne una fina e rigorosa analisi, accompagnata da quelle avvertenze e riflessioni che più possono contribuire a mettere in chiaro la cosa. Sappiamo essere la polvere degli stami un composto di vescichette, che nello stato di maturità si aprono spontaneamente, e lanciano un sottil liquore accompagnato da picciolissimi granellini. Ma quali di queste minute parti saranno le produci-trici della fecondazione? Si è veduto nelle Palme che questa si ottiene, ancorchè da alcuni giorni sia staccata dal maschio la polvere fecondante, e per conseguente siasi già disseccata. Quale sarà allora lo stato de' suoi componenti? Fino a quando conserverà ella la virtù fecondatrice?

Ma passiamo dalle parti maschie alle femminili, cioè a dire ai pistilli. Questi nella loro sommità sogliono avere un forame, che giù si estende per la lunghezza del pistillo, oltre a molt' altri forametti, che apronsi sulla medesima sommità. E mediante questi diversi forami si crede comunemente che succeda la fecondazione, entrando così la polvere fecondante per la sommità de' pistilli, e giù penetrando fino alla base, sotto cui sta rinchiusa la semenza, che dall' innaffiamento della polvere rimane fecondata. Questa ipotesi sì comoda, e tanto analoga a quello che si dice degli Animali, meriterebbe però d' essere verificata con fatti più accertati e sicuri. Siamo noi veramente certi che i menzionati forami arrivino fino alla base de' pistilli? E' egli fuor di questione che il germe, ossia la piantina in miniatura, preesista alla fecondazione nella femmina o vogliam dir nel pistillo? Che la polvere del maschio non concorra che qual semplice condizione allo sviluppo del germe? Le semenze si trovano in alcune cavità riposte sotto la base del pistillo. Ma che si osserva in queste cavità nel tempo che precede, che accompagna, e che tien dietro alla fecondazione?

II. Ma entriamo a ragionare della fecondazione artificiale negli Animali, le cui prime tracce sono state segnate dall' immortal Malpighi. E quantunque l' esito non abbia corrisposto a' suoi desiderj, ha però il merito di aver posto gli altri in cammino, merito che spesso va del pari a quello delle scoperte originali. I suoi tentativi sono stati intrapresi sulla Farfalla

la del baco da seta (Vedi Baco da seta): ma per intenderli meglio fa d' uopo premettere alcune poche notizie concernenti la generazione di questi Animaletti. Il liquor seminale lasciato dal maschio dentro alla matrice della femmina, non feconda subito le uova, ma a giudizio di questo Autore è trattenuto e fomentato dentro alla stessa matrice, quantunque in seguito s'innoltri anche al principio dell'ovaja. Le uova dunque finchè rimangono ne' rami dell' ovaja sono sterili: solamente allorchè calano nel tronco di lei, e passano alla matrice, si rendon feconde, per l'irrorazione del liquido seminale quivi ritenuto come in riserbo. I seguenti fatti sembrano bastantemente giustificare una tale singolarità. Al solo vederle si distinguon benissimo le uova della farfalla del baco da seta che sono state fecondate, da quelle che sono ancora infeconde. Le prime conservano la loro rotondità, e di gialle che erano acquistano un color violato. Le seconde ritengono il color giallo, e vi si forma da un lato un picciolo incavo. Ora quell'uova che trovò il Malpighi ne' rami dell' ovaja di una farfalla già fecondata dal maschio, conservarono il color giallo, e s' appianarono alcun poco; laddove l' altre che erano discese nel tronco dell' ovaja, oltre al mantenersi rotonde, presero una tinta violata. Quest'ultime eran feconde, e le prime sterili.

Di più in altra farfalla femmina, che essa pure aveva ricevuto il maschio, trovò all' estremità dell' ovaja presso il podice alcune uova di color violato, e quest' uova erano intrise di un succo addensato, che per la natura sua e qualità del colore ebbe fondamento di credere che fosse lo sperma del maschio, tanto più che una somigliante materia fu da lui scoperta nell' esteriore apertura della parte della femmina, e all'estremità dell'uretra di alcuni maschi.

Fu allora che il celebre Naturalista italiano venne in pensiero di fecondare artificialmente alcune uova di questa specie, coll' irrorarle dello sperma maschile, quando espresso dalla matrice della femmina, quando tratto dalle parti del maschio; ma non ebbe la fortuna di vederle nascere.

Cotal fortuna fu pur contesa al dotto Sig. Bibiena, già Professore in Bologna, come apparisce dal suo *Spicilegio* sul Baco da seta (Vedi gli Atti dell'Accademia delle Scienze di Bologna, T. V. Par. I.): e questi potevano essere argomenti di far dubitare della fecondazione artificiale negli Animali, se dal chiariss. Sig. di Weltheim non fosse stata dappoi picnamente avverata ne' Pesci. Le uova da lui fecondate sono state quelle dei Sermoni e delle Trote; e il metodo che praticò è sì facile, che può eseguirsi da chicchessia. Quando adunque dette uova sono mature, quando sono disposte alla fecondazione, si fanno cadere nell' acqua pura, lo che si ottiene senza aprire la femmina, ma col solo passar la mano leggermente sul ventre di lei, uscendo allora per l'ano le uova senza fatica.

Col medesimo semplicissimo artificio si fa uscire il liquido seminale dai latti del maschio, e si fa cadere sulle uova, finchè ne sieno convenevolmente impregnate. Continuando poscia a lasciar le uova nell' acqua, si ha il contento dopo cinque settimane, o in quel torno, di vedere nascere i pesciolini.

Che poi il liquore del maschio applicato artificialmente alle uova, le fecondi veracemente, così che prima sieno sterili, raccogliesi evidentemente da questo, che se nel modo dianzi praticato si faranno uscire dalla femmina, senza spruzzarle col succo de' latti, e si conserveranno similmente nell' acqua pura, anzi che nascere, corromponsi in breve e si guastano.

Aggiunge un' osservazione l' Autore, la quale è assai rimarcabile. Bagnò col solito seme le uova di alcune Trote da quattro in cinque giorni perite, e molto fetenti. Vide, non senza maraviglia, nascere da quest' uova le picciole Trote, cui potè allevare egualmente bene che l' altre.

Queste in compendio sono le belle, e curiose sperienze del Sig. di Weltheim rife-

riferite nelle Memorie dell' Accademia Reale di Prussia (T.XX.) dal Sig. Gleditsch, le quali sperienze è a maravigliare come su diversi Animali non sieno già state ripetute e variate da altri, essendo troppo naturale il pensare che le due qualità di Pesci adoperati da quel Naturalista non sono i soli Animali da cui si ottiene una simile secondazione. Oltre all' estenderne i tentativi su molt' altri Pesci, si dovrebbono scegliere per preferenza quegli Animali, le cui uova alla maniera di quelle de' Pesci restano fecondate dal maschio dopo l' essere uscite dal ventre materno. Tali sono quelle de' Rospi e delle Rane (Vedi PESCE, ROSPO, e RANA). Ogni qualvolta dunque sono mature, si dovrebbono irrorare col seme maschile, e lasciarle nell' acqua pura fino al tempo richiesto pel nascimento de' Girini. E succedendo felicemente la prova coll' estrarre le uova dall' Animal vivo, non sarebbe da trascurarsi il ripeterla su le medesime uova cavate dall' Animale già morto da alcuni giorni, come è stato praticato ne' Pesci; oppur tenute da alcuni giorni fuor del corpo dell' Animale.

Lo abbiam veduto; la polvere degli stami nelle Piante conserva svegliata la virtù fecondatrice, ancorchè da alcuni giorni sia già staccata dalle vescichette seminali. Lo sperma nei Pesci sarebbe egli lo stesso per rapporto alle uova, dopo l'essere stato da qualche tempo espresso dai latti; o almeno dappoichè questi latti sono stati da qualche giorno già estratti dal maschio?

Ma oltre gli Animali, di cui siam certi succedere la fecondazione al di fuora di loro, come sono i Pesci, le Rane, i Rospi, sarebbe opportunissimo il rivolgere le nostre ricerche anche a quelli, le cui uova restano fecondate dentro del corpo, il numero de' quali Animali è incomparabilmente maggiore. Si sa che tai viventi, benchè non fecondati dal maschio, partoriscon le uova, come si è l'immenso popolo delle farfalle, e degli altri Insetti volanti, le Lucertole, i Ramarri, le Testuggini, ec.. Dopo adunque l' esserci assicurati, che alcune femmine di quelli Animali non hanno avuto verun commercio col maschio, ci dovremmo prevalere del tempo in cui gittano spontaneamente le uova, e allora tentarne la fecondazione, usando il metodo praticato di sopra.

Un nuovo genere di luminose esperienze ci fornirebbe peravventura la presente scoperta. Convengono universalmente i Fisici, che uno dei mezzi più diretti per arrivare a scoprire qual parte ha il maschio, e quale la femmina nella grand' opera della Generazione, si è questo di raccogliere il maggior numero possibile di osservazioni su la struttura dei Muli (Veggasi MULO) o vogliam dire di quegli Esseri, che derivano dal concorso di due individui di specie diversa. E quantunque questi Esseri si abbiano sì nel regno Vegetabile, come nel regno Animale, sembra pero che i Muli animali sieno preferibili per lo scopo delle nostre ricerche. Generalmente que' Muli poi le feconderebbono di più, che derivassero da due individui stranamente fra loro diversi. Notissime sono le premure di quel gran lume della Francia, il Sig. di Reaumur, per l' accoppiamento di specie fra lor diversissime; e sono pur celebri gli amori della Gallina e del Coniglio di lui, da' quali si lusingava che nascer potessero o pulcini vestiti di pelo, o conigli coperti di piume. Sebbene la sterilità di questi amori non gli permise di vedere nè l' uno nè l' altro. Un uccello e un quadrupede sono due Esseri troppo disparati, perchè sia sperabile l'averne propagazione di specie. Piuttosto questa è presumibile nell' accoppiamento del toro con l' asina, da cui in fatti si pretende che nasca il mulo singolarissimo detto JUMAR (Vedi questa voce), Animale però, che, nel tempo che si vuole assai comune al Piemonte, da altri si rifiuta come Essere immaginario. Una specie di muletto, che ha i piedi del padre, si assicura da alcuni che nasca dal concorso del gallo e dell' anitra. E il Reaumur che non è stato fortunato nel ri-

ricercato accoppiamento della gallina e del coniglio, propone maritaggi tra certe galline fornite di cinque dita, e que' galli che non ne hanno che quattro, sulla persuasione che, se il germe appartiene alla femmina, nasceranno pulcini da cinque dita; e se appartiene al maschio, nasceranno pulcini da quattro sole.

La fecondazione artificiale già avveratasi negli Animali ci apre un campo fertilissimo per tentar di avere diverse spezie di muletti, e quindi dare qualche ulterior passo nelle ricerche sulla riproduzione degli Esseri senzienti. Altro non vi si richiede che l'irrorare l'uova d'un genere o d'una spezie col seme maschile d'un'altra. Oltre adunque al far ciò su Pesci specificamente diversi, si potrebbe tentare di secondar l'uova di alcuni Pesci col liquor seminale delle Rane e de' Rospi. Similmente sarebbe a tentarsi di fecondar l'uova delle Rane e de' Rospi co' latti de' Pesci. Sperienze analoghe si dovrebbono intraprendere sopra Insetti di generi e spezie diverse; nè nulla importerebbe se i tentativi fossero de' più azzardati. In una materia sì tenebrosa e sì interessante, come si è quella della Generazione, deve esser permesso al Filosofo l'immaginare sperienze o combinazioni le più bizzarre e le più lontane dall' ordinario andamento della Natura.

Fin quì parlato abbiamo di quella classe di Animali, che si chiamano Ovipari. La fecondazione artificiale con mezzi alquanto diversi, e che agissero dentro dell' Animale, si potrebbe per ventura estendere anche ai Vivipari? Il Lettore ha già inteso la mia mente.

Que' varj problemi, quelle varie questioni sulla fecondazione artificiale delle Piante e degli Animali, ch' io propongo da discutersi nel decorso di questo Articolo, hanno da qualche tempo esercitata la mia attenzione, la mia picciola industria. Ove avrò raccolto un numero sufficiente di fatti, mi prenderò l'ardire di pubblicarli, seppure crederò che possano meritare l'approvazione dei conoscitori.

FEC-

PECCATO ORIGINALE.

ARTICOLO *del Sig. Abate Aleſſandro Zorzi*.

ORIGINALE PECCATO, (*Filoſof. e Teolog.*) chiamaſi il peccato d'Adamo (V. ADAMO) unico in origine, ma per propagazione trasfuſo in tutti gli uomini che da lui nacquero; per cui l'umana natura è decaduta dal felice ſtato dell'*originale giuſtizia*. Queſto è uno de' principali dogmi della Religione Criſtiana aſſai chiaramente rivelato nelle divine Scritture, e ſingolarmente nella Lettera di San Paolo a'Romani(*Cap.*5.*ver.*12.). Più Concilj particolari dell'Affrica e della Francia, ed ancora il generale Efeſino, di cui più non eſiſtono gli atti, hanno autorevolmente propoſta la vera dottrina eccleſiaſtica ſu queſto punto importante. Ma per tutti baſta l'ultimo general Tridentino che ne' cinque decreti o canoni della quinta ſeſſione, ne' quali condanna le contrarie ereſie, tutta comprende la dottrina degli antichi Concilj e con forti autorità la conferma.

I. Avanti ch'io entri a trattare di queſto peccato, m'è neceſſario di premetter due coſe. La prima è una breve notizia de' varj ſtati o reali o poſſibili dell'umana natura. Noi non ne diſtingueremo che quattro. Il primo è lo ſtato di *natura pura*, per cui l'uomo è coſtituito nel ſuo ſtato puramente naturale, e non ha neſſun dono abituale ſopraggiunto alle naturali ſue condizioni. Il ſecondo è lo ſtato di *natura integra*, la quale integrità importa il dono della natural rettitudine e la perfetta ſubordinazione degli appetiti ſenſibili alla ragione. Queſti due ſtati ſono poſſibili, ma in Adamo e ne' figliuoli di lui non furono mai reali. Il terzo è lo ſtato d'*originale giuſtizia*, che oltre l'integrità importa l'immortalità per parte del corpo, la ſoprannaturale giuſtizia per parte dell'anima, e finalmente il diritto alla ſoprannatural beatitudine. In queſto ſtato fù creato il prim'uomo. Il quarto finalmente è lo ſtato di *natura caduta*, in cui noi ci troviamo; benchè la grazia abbiala però *riparata*; dalla quale riparazione naſce ſecondo alcuni un quinto ſtato che chiamano ſtato *di grazia*. Vegganſi tutti queſti vocaboli a' loro luoghi.

II. Aſſai chiara è la differenza che paſſa tra lo ſtato della originale giuſtizia e il preſente: ma per meglio intendere e l'eſſenza e gli effetti del peccato originale ſarà altresì neceſſario accennare qual differenza paſſa tra lo ſtato poſſibile di natura pura, e lo ſtato pur troppo reale di natura caduta. Io non ſaprei certamente eſpor ciò con maggior preciſione di quello che abbia fatto il Card. Gaetano (*in* 1. 2. *q.* CIX. *art.* 2.) „ Queſta differenza (dic' egli), a ſpiegarla „ in una ſola parola, è tanta nè più nè „ meno, quanta è quella che paſſa tra „ una perſona ſin da principio ignuda, e „ una perſona ſpogliata...... Perchè „ come la perſona ignuda e la perſona „ ſpogliata non ſi diſtinguon per ciò che „ l'una ſia più o men nuda: così la „ natura nello ſtato puramente naturale „ e la natura ſpogliata dell'original grazia e giuſtizia non ſon differenti per „ ciò che l'una di eſſe ſia più o men „ difettuoſa nelle qualità naturali..... „ Ma quanto agli aſpetti o alle ragioni „ delle coſe la differenza è aſſai grande. „ Perchè come nella perſona ignuda la „ nudità ha ragione di ſemplice *negazione*, e nella ſpogliata ha ragione di „ *privazione*: così i difetti naturali ſia „ d'anima ſia di corpo nello ſtato puramen-

» ramente naturale non hanno ragione » nè di colpa nè di pena nè di piaghe ec., ma di naturali condizioni: » laddove nella natura corrotta hanno » ragione di corruzioni di piaghe di pene e finalmente di colpa per quella » parte che n'è suscettibile „. Tutte queste cose si dichiareran meglio in appresso.

III. La seconda cosa, ch' io doveva premettere, è una dichiarazione di ciò, che da' Teologi intendesi per *peccato*. Perchè questo vocabolo ha due sensi diversi. Secondo il primo intendesi per peccato un' azione libera contraria alla legge di Dio: e questo può chiamarsi il senso volgare che è a tutti assai noto. Ma l'altro, ch' io dirò il senso teologico, non è abbastanza chiaro nemmeno ai Teologi stessi: benchè però la voce *peccato* in questo senso altresì venga usata ancor da' volgari, quando dicono che il tale vive o è morto in peccato, che ha un peccato sull'anima, ec.. Convien dunque sapere che l'azione peccaminosa, benchè passaggera e momentanea, cagiona nondimeno nell'anima di chi la commette un non so che di durevole e di permanente che solo colla vera conversione si toglie. Se ciò non fosse, o passata l'azione peccaminosa gli uomini non potrebbero dirsi più peccatori, o dovrebbero dirsi tali ancor dopo la conversione. Or questo non so che, ch' io diceva, è appunto il peccato nel secondo senso di questa voce. Non convien però credere che il peccato così inteso sia qualche cosa di positivo. Benchè esso importi un vizioso attacco a qualche creatura, tuttavia ciò, in che consiste la vera e propria ragion di peccato, non è che la mancanza o piuttosto la privazione della grazia e della giustizia. Questa è la nozione che ne danno i buoni Teologi (V. PECCATO).

IV. Queste cose supposte, s'intenderà facilmente e qual sia la natura o l'essenza dell'Originale Peccato, e quali sieno gli effetti o i danni di esso. Io non parlo quì tanto del Peccato Originale in Adamo (che, per essere in lui attuale, vuole rispetto a lui intendersi in tutti due i sensi già detti), quanto del Peccato Originale ne' posteri, ne' quali non può intendersi se non nel secondo. In questi dunque, come insegnano S. Anselmo (*lib. de conc. Virg.*) e S. Tommaso (*1. 2. q. 82.*) e comunemente i Teologi, il Peccato Originale altro non è che *la privazione dell' originale giustizia*. Se per originale giustizia voi intendete soltanto la rettitudine sì naturale che soprannaturale (la qual sola in realtà intendesi quando la giustizia originale si considera più propriamente come il pregio di un uomo); nella privazione di questa grazia consiste la natura e l'essenza del Peccato Originale. Se per originale giustizia intendete ancora gli altri doni da Dio conferiti ad Adamo (i quali ancora vengono sotto questo vocabolo quando la giustizia originale si considera più largamente come uno stato della natura); alla privazione di questa giustizia riduconsi tutti gli effetti e i danni del Peccato Originale.

V. Non voglio tralasciare che gli Scolastici distinguono il peccato originale in *formale* ed in *materiale*. Il formale ancor per essi consiste nella privazione della giustizia o della rettitudine originale. Il materiale, dicono essi, è il fomite o la concupiscenza, la qual talora dall'Apostolo è dinominata peccato. Ma noi impariamo dal Pallavicino (lib.7. cap.9. n.7) che nel Concilio di Trento *si cancellò dal Decreto* (del Peccato Originale) *un periodo nel quale dicevasi che il Concilio non riprovava quella succinta proposizione usata dagli Scolastici: Del peccato originale rimanere dopo il Battesimo la parte materiale e non la formale*. Io non voglio dire che, cancellandolo, il Concilio abbia riprovato questa distinzione, e segnatamente il chiamar la concupiscenza *parte material del peccato*. Ben parmi che, negando *di non riprovarla*, abbia voluto lasciarci in libertà di riprovarla noi se ci pare. In fatti la concupiscenza vien *dinominata peccato*, come il Concilio stesso ne insegna, sol *perchè nasce dal peccato*

to (originale), *ed inclina al peccato* (attuale). Quindi essa si chiamerà assai meglio effetto, danno, pena del peccato originalè, che parte materiale di esso. Lasciamo dunque questa distinzione usata solo dagli Scolastici per ispiegare il testo dell' Apostolo tanto meglio spiegato dal santo Sinodo: e diciamo semplicemente che il peccato originale è la privazione della giustizia originale cioè della rettitudine tanto naturale che soprannaturale. *Hoc peccatum, quod originale dico, aliud intelligere nequeo in eisdem infantibus, nisi ipsam, quam supra posui, factam per inobedientiam Adæ justitiæ debitæ nuditatem* (Anselm. lib. de Conc. Virg. & pecc. or. cap. 27. alias 26.).

VI. Or questa nudità o privazione, quanto alla sostanza della cosa, ci mette appunto a livello della nostra condizion naturale. Perchè nè la giustizia soprannaturale nè la naturale è dovuta alla nostra natura. Della soprannaturale la cosa è chiara per se medesima, attesa la forza dello stesso vocabolo: mentre la condizione della natura non può mai esigere ciò, che è fuori dell' ordine della natura. Quanto alla naturale eziandio abbiamo una definizion della Chiesa la quale condanna questa proposizione di Michel Bajo: *Falsa est doctorum sententia primum hominem potuisse a Deo creari & institui sine justitia naturali* (Gregor. XIII. Const. *Provisionis*. ann. 1579. Prop. 79.). E benchè in ordine a questa la cosa a prima vista paja un po' dura, pure a chi la consideri con attenzione si rende evidente.

VII. La natura dell' uomo ragionevole esigeva ch' egli fosse capace d'amare il bene, appunto come esigeva ch' egli fosse capace di conoscere il vero. Ma come la natura non esigeva che Dio infondesse all' uomo delle cognizioni, così non esigeva nemmeno che infondessegli degli affetti. Bastava ch' egli gli desse un intelletto capace di conoscere la verità, e una volontà capace di amar la virtù. Ancora più chiaramente. Dio non poteva crear l' uomo moralmente cattivo o ingiusto: non poteva imprimergli nell' intelletto de' falsi giudizj. Questo è certissimo. Ma Dio non era obbligato a crear l' uomo moralmente buono o giusto. Tra questi due estremi v' ha un mezzo: cioè una volontà nuda d' ogni affezione, e del pari un intelletto nudo d' ogni cognizione.

VIII. Iddio per altro volle fare assai più di ciò che la natura esigesse. Per mera sua liberalità, nell' atto stesso di crear l'anima del primo uomo, egli v'infuse la grazia o la carità: che è quanto dire l' amore del sommo bene, che trae seco ogn' altra virtuosa affezione; e come costituisce la soprannaturale giustizia, così eminentemente comprende la naturale. Nè Dio ristrinse al solo Adamo questo dono prezioso. Egli lo destinò a tutti i posteri di questo primo padre degli uomini. Ma padron de' suoi doni volle legarlo alla condizione dell' ubbidienza che l'autor della stirpe umana dovea prestare al divino precetto. Adamo lo trasgredì. Adamo perdette il dono della giustizia non solo per se medesimo, ma per tutti affatto i suoi discendenti. Al presente adunque ogni uomo, che nasce, nasce privo della grazia, della carità, della giustizia, della rettitudine tanto soprannaturale che naturale. Io torno a ripetere che in questa privazione, e in questa unicamente, consiste la sostanza dirò quasi e l' essenza dell' Originale Peccato.

IX. Quindi inferisco in primo luogo, che il Peccato Originale non importa nell'anima del bambino una positiva avversione da Dio, nè una viziosa conversione alla creatura. Questo è ciò che avverte altresì il dottissimo P. de Rubeis Domenicano (De pecc. orig. cap. 46. n. 3.) *Quod in originali peccato* (dic' egli) *permanenter & instar habitus est, in defectu consistit; non in aliquo pravo intellectus judicio, neque in aliqua prava voluntatis conversione in bonum commutabile*. Che se nondimeno i Teologi talvolta dicono che il Peccato Originale importa un' avversione da Dio, essi intendono solamente

S

te un' avverſion negativa, o ſia uoa mancanza di converſione e d' amore. Del rimanente ſe il bambiuo aveſſe una volontà abitualmente contraria a Dio ed alla ſua legge, ne avverrebbe neceſſariamente che, giunto all' uſo della ragiooe, attualmente odierebbe Dio e ripugnerebbe alla legge. Or queſta dottrina è condannata nella quarantaoveſima Propoſizione di Bajo, la quale ha così: *Ex habituali voluntate dominante fit ut parvulus diſcedens ſine regenerationis ſacramento, quando uſus rationis conſecutus erit, actualiter Deum odio habeat, Deum blaſphemet, & legi Dei repugnet*.

X. Ioferiſco in ſecondo luogo che l' anima del fanciullo, che naſce col peccato originale, è in un tale ſtato che Dio da principio avrebbe potuto crearla appunto così. La illazione è evidente: e vale a conſermarla di più la condaona della cinquanteſima quinta Propoſizione di Bajo: *Deus non potuiſſet ab initio talem creare hominem, qualis nunc naſcitur*.

XI. Non vorrei però che quindi taluno traeſſe una terza illazione ſalſa ed aſſurda: Che dunque Iddio poteva crear l' uomo con uo vero peccato ſull' anima. Chi mai così ragionaſſe moſtrerebbe bene d' eſſerſi dimenticato la dottrina del Gaetano, che abbiamo premeſſa (N.° II.). Sappia egli dunque che la mancanza della originale giuſtizia oon veſte la ragion di peccato ſe non per quella relazione che dice alla volontaria traſgreſſione di Adamo: e però è condannata la quarantesima ſettima Propoſizione di Bajo: *Peccatum originis vere habet rationem peccati ſine ulla ratione ac reſpectu ad voluntatem a qua originem habuit*. Tolta pertanto queſta relazione, come ſarebbe nel caſo che Dio da principio aveſſe creato l' uomo ſenza l' originale giuſtizia, queſta mancanza non ſarebbe più e non potrebbe chiamarſi peccato.

XII. E perchè ciò? Noi abbiamo notato (N.° III.) che il peccato in generale è non propriamente ogni mancanza, ma la privazione della grazia o giuſtizia. Or privazione ſuona altrettanto che mancanza d' una coſa dovuta. Se dunque la giuſtizia ſia all' uomo dovuta, la mancanza di eſſa ſarà peccato: ſe poi no, la maocanza di eſſa ſarà ſolo un difetto di natural coodizione. Da principio, quando Iddio creò l' uomo, queſta giuſtizia non era dovuta all' umana natura (N.° VI. e VII.): l' uomo dunque creato ſenza di eſſa non ſarebbe ſtato creato in peccato. Ma or per contrario queſta giuſtizia è dovuta all' umana natura e a ciaſcun individuo di eſſa: dovuta io dico, come un dono ad eſſa liberalmente promeſſo e conceduto nel primo padre dalla bontà del creatore, come un' eredità che queſto primo padre era tenuto di conſervare e di tramandare a' ſuoi poſteri. L' uomo dunque, che naſce ſeoza di eſſa, naſce in peccato.

XIII. Dopo queſte dichiarazioni, io ſpero che ognuno, per quanto ſia ignaro delle coſe teologiche, intenderà chiariſſimamente in che conſiſta la natura e direi quaſi la *quiddità* dell' Originale Peccato. Potrebbero nondimeno parere ancora difficili certe eſpreſſioni eccleſiaſtiche. Il Concilio di Trento c' inſegna che il Peccato Originale è *morte dell' anima*: l' Apoſtolo atteſta che naſciamo *figliuoli d' ira*: e il principal fondamento della ooſtra religione è la neceſſità della noſtra *riconciliazione* con Dio per mezzo di Criſto. Or ſi dirà: Come può dirſi morte dell' aoima la mancanza d' un dono, ſenza cui l' uomo potea crearſi? o come può l' uomo dirſi figliuolo d' ira, e aver biſogno di riconciliazione, mentre non porta ſeco naſcendo che quelle qualità naturali, colle quali eſſendo creato avrebbe potuto eſſer l' oggetto della compiacenza di Dio? Queſte coſe meritano di eſſere dichiarate.

XIV. E primieramente il Peccato Originale, benchè ſia una pura negazione, diceſi in propriſſimo teologico ſenſo *morte dell' anima*. Perchè: che altro è la morte ſe non la privazion della vita? E che altro chiamaſi vita dell' anima, ſe non la giuſtizia o la grazia? La privazion della grazia è dunque veriſſimamente la

te la morte dell' anima. Il che intenderassi ancor più chiaramente esaminando la ragione per cui la grazia chiamasi la vita dell' anima. Per vita adunque null' altro intendesi che l' attività, la forza di operare. E perchè un' anima dotata di grazia può far opere meritorie di vita eterna, perciò dicesi che la grazia è la vita dell' anima. Quindi per la ragion de' contrarj il peccato (sia originale sia attuale) dicesi morte dell' anima, perchè un' anima finchè è in peccato, benchè possa fare de' buoni atti morali, non può nondimeno far verun' opera meritoria di vita eterna. Questa prima espressione non dee dunque cagionare veruna difficoltà.

XV. Quanto alle altre due, per dichiararle in modo che tutti le intendano, piacemi di recare una similitudine addotta già nel Concilio dal Vescovo di Castell'a Mare Giovanni Fonseca: *Fingiamo che un Re abbia conceduto alcun feudo ad un vassallo per lui e pe' suoi discendenti ove egli al Re sia fedele. Se il feudatario divien fellone, riman privata del feudo tutta la sua progenie* (Pallav. lib. 7. cap. 8. n. 3.). Ora domando io: i figliuoli di costui non possono dirsi figliuoli di disgrazia e nati in disgrazia del Re? E se un gran principe ottenesse loro che fossero di nuovo investiti del feudo, non direbbesi con tutta la proprietà che questo Principe ha riconciliato col Re quella disgraziata famiglia? L' applicazione è assai facile.

XVI. Lasciandone pertanto ad altri la cura, io rifletterò piuttosto che l' esempio del Fonseca vale altresì a farci intendere che la trasfusione del peccato d' Adamo in nulla s' oppone all' idea della divina giustizia. Perchè, come seguiva quel dotto Vescovo, la progenie del feudatario che rimane priva del feudo *non può lagnarsi perciò di non giusta pena; dovendo piuttosto aver grazie al Principe che nella liberal concessione fatta al progenitore avea renduti capaci d' ereditar quella Signoria tutti i posteri*. Dio avev dato ad Adamo un prezioso dono che egli poteva senza veruna inconvenienza negargli: e gliel' avea dato in guisa che lo trasmettesse a' suoi posteri, se lo conservava per se; ma non ancora, se lo perdeva. Egli volontariamente per una libera trasgressione d' un divino precetto il perdè. Che possiamo noi lamentarci di Dio se nascendo ce ne troviamo *spogliati*? noi che già, attesa la condizion della nostra natura, dovremmo esserne *ignudi*? Noi dobbiamo anzi rendergli grazie e che nel nostro progenitore ce ne abbia fatti capaci, e molto più che ancor dopo la colpa di lui abbiaci aperta la via a riacquistarlo *per meritum unius mediatoris Domini nostri Jesu Christi, qui nos Deo reconciliavit in sanguine suo, factus nobis justitia, sanctificatio, & redemptio*. (Trid. Sess. V. can. 3.). Nè punto più possiamo lagnarci delle pene che il peccato originale trae seco in questa vita o nell' altra.

XVII. Ma prima ch' io passi a parlar di esse, piacemi d' osservare, che stabilita nettamente la natura dell' Originale Peccato, resta del tutto inutile la quistione del modo in cui si propaghi. Dovrà dunque cercarsi come propaghisi una privazione? Se Adamo fosse stato ubbidiente, e l' uomo nascesse in grazia allora piuttosto sarebbe ragionevole di cercare come la grazia o sia la giustizia del padre transfondasi ne' figliuoli. Eppure sarebbe facile il rispondere che Dio, che l' infuse al primo creandone l' anima retta, l' infonde pure ugualmente a' secondi. Ma ora cercare come si trasfonda il peccato, è lo stesso che cercare come non si trasfonda la grazia. Or è forse maraviglia che per la via della naturale generazione non trasfondasi un dono d' ordine soprannaturale? Il padre colla generazione comunica al figliuolo il peccato, come gli comunica l' ignoranza: perchè il termine della generazione è un individuo che di sua natura è ignudo di grazia, come di sua natura è ignudo di scienza; e che tuttavia reso in Adamo capace di nascer giusto, tale dovrebbe nascere, se in pena della colpa di Adamo Dio non avesse lasciato ricader la na-

natura a livello della sua condizion naturale.

XVIII. Dopo ciò chi mai crederebbe, che tanti Teologi ancor tra quelli che più chiaramente stabiliscono che il Peccato Originale è semplicemente una privazione, e che tanti Filosofi di buon nome si sieno lambiccati il cervello per trovar pure il modo con cui il peccato propaghisi di padre in figlio? Io non perdero inutilmente il tempo in riferirne i molti e svariati sistemi. Chi bramasse vederli potrà soddisfare la sua curiosità leggendo, oltre agli Scolastici, Malebranche (*Recher. de la verit. Liv. 2. chap. 7.*), Wolf (*Psych. rat. §. 704.*), Leibnitz (*Theod. P. 1. n. 86.*), e finalmente du Vigier (*De l'esprit de l'homme. Chap. 14.*) il quale sopra tutti si è segnalato nella stravaganza della sua spiegazione. Quanto è vero che la fantasia può molto sopra di noi malgrado del nostro intelletto! In quegli stessi, che pur avevano la vera idea del peccato, questa voce ha destato l'immagine di non so qual cosa di positivo. Eccoli adunque trasportati a loro dispetto a cercare come trasfondasi una qualità positiva che fuor della lor fantasia non esiste.

XIX. A questi strani sistemi, e singolarmente a quello del Sig. du Vigier, molto altresì ha contribuito la cattiva intelligenza del testo dell'Apostolo: *In quo omnes peccaverunt*. Egli ha creduto che questo testo non potesse spiegarsi bene, se non ponendo che tutti gli uomini trovatisi in Adamo in corpo ed in anima abbiano in lui attualmente peccato. Essi udiron benissimo il precetto fatto da Dio ad Adamo di non mangiare del pomo, e del pari cedettero alla tentazione di trasgredirlo: solo in ciò più scusabili, che le mollissime fibre del lor cervello non ritenevano troppo bene la memoria del precetto divino.

Sogni d'infermi, e fole di romanzi! Quanto più filosoficamente parlò S. Anselmo! *Quod in illis* (infantibus) *non est justitia quam debent habere, non hoc fecit illorum voluntas personalis sicut in Adam, sed egestas naturalis, quam ipsa natura accepit ab Adam*. E come ciò? *Spoliavit persona naturam bono justitiæ in Adam: & natura egens facta omnes personas, quas ipsa de se procreat, eadem egestate peccatrices & injustas facit* (Ans. Lib. cit. cap. 23. alias 21.).

XX. Quindi si ha facilmente la spiegazione delle parole dell'Apostolo. Tutti gli uomini peccarono in Adamo, non in quanto trasgredissero in Adamo il precetto divino (che allora il peccato originale sarebbe in ciascuno un peccato attuale); ma in quanto in Adamo tutti gli uomini rimasero privi e spogliati della giustizia. Perchè la persona d'Adamo spogliò del bene della giustizia non quel solo individuo dell'umana natura ch'era egli stesso; ma tutta l'umana natura, a cui tutti i singolari individui appartengono. Nella perdita dunque della natura tutti perdettero, nello spogliamento della natura furono tutti spogliati, nel peccato della natura tutti peccarono: e così *Per unum hominem peccatum in hunc mundum intravit, & per peccatum mors, & ita in omnes homines mors pertransiit, in quo omnes peccaverunt* (ad Rom. 5. 12).

XXI. Ma sia già detto abbastanza della natura e della propagazione dell'Originale Peccato. Vediamone ora gli effetti e i danni. Sogliono dire gli Scolastici che in pena del peccato originale siamo rimasti spogliati delle qualità soprannaturali e piagati nelle naturali. Or non pare che ciò possa accordarsi coll'insegnamento del Gaetano, Che la natura nello stato puramente naturale e la natura caduta non son differenti perciò che l'una di esse sia più o men difettuosa nelle qualità naturali. Perchè, secondo questo insegnamento, dee dirsi che noi dopo la colpa d'Adamo siamo rimasti intatti nelle qualità naturali, e solo spogliati delle gratuite.

XXII. E così è veramente. Ma convien sapere che i Teologi non chiamano rigorosamente soprannaturali se non quelle qualità, che hanno un'immediata relazione colla grazia santificante e colla intuitiva vision di Dio. Or di questo nume-

mero non è quella integrità che costituirebbe uno stato medio tra lo stato di natura pura e lo stato di originale giustizia (N.° 1.). *Questo vigore*, dice il Gaetano (loc. cit.), *non è nè semplicemente della grazia, nè semplicemente della natura; ma in certo modo della grazia, e in certo modo della natura. Non è semplicemente della natura, perchè non proviene dalla natura. Non è semplicemente della grazia, perchè non si estende ad altro che ad un bene proporzionato alla natura ragionevole, cioè al vivere conforme alla ragione*. In somma l'integrità non è un dono rigorosamente soprannaturale, ma è però un dono gratuito. Così gli Scolastici parlerebbero più chiaramente se dicessero che effetto del peccato originale fù lo spogliarci di tutti i doni gratuiti di qualunque ordine o soprannaturale o naturale essi fossero. Ma gli Scolastici non sono mai stati troppo solleciti di parlar chiaro. Comunque sia, essi usano quella distinzione per dar ad intendere che non solo siamo stati spogliati di que' doni rigorosamente soprannaturali, nel possedimento de' quali propriamente consisteva lo stato di originale giustizia; ma ancora di que' doni gratuiti d'ordine naturale, nel possedimento de' quali consisterebbe lo stato di natura integra: i quali poichè non sono fuori dell'ordine della natura, può dirsi che senza essi la natura sia rimasta piagata.

XXIII. Del rimanente, comunque voglia distinguersi la fatal nostra perdita, oltre il dono prezioso della grazia o della giustizia (nella privazione del quale consiste la stessa natura dell'Originale Peccato), noi abbiamo perduto tre altri principalissimi doni, a' quali tutti gli altri posson ridursi: la immortalità del corpo, la perfetta subordinazione degli appetiti sensibili alla ragione, e il diritto alla soprannatural beatitudine, che consiste nella intuitiva visione di Dio. Tutti questi doni però erano stati, come assai apertamente definito è dalla Chiesa, gratuitamente e per mera divina liberalità concessi ad Adamo. Così il nostro corpo, come riflette il Gaetano, non è stato renduto più corruttibile per l'originale peccato di quello che sarebbe di sua natura. Così i nostri appetiti sensibili non hanno acquistato una indipendenza o una violenza maggiore di quella che avrebbero avuto naturalmente. E così in fine noi non siamo più lontani dalla soprannatural beatitudine di quello che ne saremmo stati per condizion di natura (V. NATURA PURA, GRATUITA', IMMORTALITA', CONCUPISCENZA, BEATITUDINE, ADAMO, ec.). Conchiudiamo che, quantunque la nostra perdita sia stata grandissima, noi non abbiamo veruna occasione di lagnarci di Dio, quasi per una disubbidienza non nostra ci avesse tolto qualche cosa del nostro.

XXIV. Tuttavia de' principali di questi danni assai ci compensa la Redenzione. Perchè chiunque è battezzato e chiunque in altra maniera è stato riconciliato con Dio, ricupera la soprannatural grazia e giustizia, e il diritto alla soprannatural beatitudine. Che se nondimeno rimane in noi la concupiscenza, essa ci è lasciata ad esercizio di lotta, e la grazia medicinale di Cristo ne controbbilancia i movimenti così, ch'essa non può nuocere se non ha chi vi consente liberamente (V. Trid. Sess. V. can. 5 e gli Articoli GRAZIA, LIBERTA', ec.). E se il nostro corpo è rimasto corruttibile e mortale, verrà poi un tempo quando *Mortui resurgent incorrupti & nos immutabimur. Oportet enim corruptibile hoc induere incorruptionem, & mortale hoc induere immortalitatem. Cum autem mortale hoc induerit immortalitatem, tunc fiet sermo qui scriptus est: Absorpta est mors in victoria* (1. ad Cor. 15. 52. & seqq.).

XXV. Sarebbe quì luogo di ragionar del rimedio dell'Originale Peccato. Ma come di questo dovrà parlarsi agli Articoli BATTESIMO, LEGGE VECCHIA, INFEDELI; così, per non ripeter più volte le stesse cose, piacemi piuttosto di esaminare qual debba essere lo stato di quegl' infanti che muojono senza questo rimedio, che ora in essi altro non può essere che

che il solo Battesimo non in desiderio ma in fatto. Da questi in verità nasce la maggior difficoltà, che un filosofo non ben istruito possa fare contro la dottrina dell' Originale Peccato. Perchè di questi bambini ci viene insegnato ch' essi son condannati a una pena eterna. Ma come può intendersi che Dio giustamente condanni a una pena eterna tante innocenti creature che non hanno verun proprio peccato? (*Aug. lib. 1. contr. Jul. cap. 6. n. 21.*)

XXVI. Il nome di pena eterna trattandosi di questi bambini ha un suono assai aspro, ma nel tempo medesimo ha un significato assai mite. Ecco in breve la vera idea dello stato loro. Questo stato è tale che, attesa un' estrinseca relazione, gli convien veramente il nome di pena e di dannazione: ma questo stato è tale che, prescindendo da una tal relazione e considerandolo solo in se stesso, gli conviene il nome di felicità e di beatitudine. Io mi fo a dichiararlo.

XXVII. Certo è che gl' infanti, i quali muojono senza il Battesimo, non potranno entrare nel regno de' Cieli, e possedere la vita eterna: val a dire certo è che non otterranno la soprannatural beatitudine, che consiste nella intuitiva vision di Dio. Questo è un fine che tutta supera l' esigenza, le forze, i mezzi, i desiderj della natura. Iddio nondimeno vi elevò gratuitamente il primo uomo e con lui la natura umana. Ma poichè il primo uomo peccò, in pena del suo peccato ed egli e tutta l' umana natura con lui ne decadde. Così nel presente stato di natura caduta, il restar senza di questa beatitudine soprannaturale è una pena; e, per la sua durazione eterna e per l' infinito bene di cui priva chi ne va reo, in qualche senso infinita. Ma essa non è una pena se non per la relazione che dice all' elevazione gratuita dell' umana natura e al dicadimento di essa. Del rimanente, prescindendo da questa relazione e considerando la natura in se stessa, essa non è che un seguito della nostra natural condizione. In una parola l' umana natura non è spogliata se non di ciò di cui naturalmente sarebbe ignuda. Qual sarà dunque in realtà lo stato di que' fanciullini? Tale appunto, quale sarebbe in supposizione che Adamo mai non avesse peccato, e che Dio mai non avesse elevato l' umana natura alla soprannatural beatitudine.

XXVIII. Così benchè qualche Padre della Chiesa rispettabilissimo per la santità e per la dottrina abbia pensato diversamente, tuttavia i buoni Teologi dietro la scorta di S. Tommaso convengono in questi tre punti: 1.° Che i bambini morti nell' originale peccato non soffriranno veruna pena di senso. 2.° Che essi non soffriranno veruna tristezza o verun dolore per la privazione della intuitiva vision di Dio. 3.° Che saranno congiunti a Dio per la partecipazione dei beni naturali: e così potranno ancora goder di Dio per via di una cognizione e d' un amor naturale (*Vid. D. Th. in II. Sent. dist. 33. quaest. 2. art. 1. & 2., & Quaest. V. de Malo art. 2. & 3., Durand. in II. Sent. dist. 33. q. 3., & alios hic.*). Io credo che queste tre proposizioni possano dirsi ricevute universalmente. Appena v' ha Teologo di qualche nome che ardisca impugnarle, e trovo che le concede lo stesso Tommaso de Lemos benchè acerrimo in asserire che questi bambini *veramente son miseri, veramente periscono, veramente sono in una morte perpetua, veramente incorrono la dannazione, e veramente sono dannati*. (Panopl. Grat. T. I. Tract. I. de laesione lib. arb. cap. 24.).

XXIX. Intorno a che aggirasi dunque la quistione, che pur s' agita tra' Teologi, in proposito di queste anime? Non tanto sul loro stato, quanto sul vocabolo con cui il loro stato debba indicarsi. Perchè altri vogliono che chiamisi stato di miseria, altri di beatitudine, altri per dir così d' indolenza. Noi abbiamo udito le acerbe parole del Lemos. Dolcissime all' incontro le usano il celebre Ambrogio Caterino e Gregorio Martinez Domenicani ambedue, il Cardinale Sfondrato, e più altri. E il Vescovo

Pier

Pier Godoy egli pure Domenicano (*in* 1. 2. *quæst.* 83. *Tract. IV. disp.* 38. §. 8.) prova lungamente e con ragioni fortissime, che la sentenza, la quale concede a questi bambini la natural beatitudine, non merita veruna censura.

XXX. Quanto a me io non son punto sollecito delle parole, dove conveniam delle cose. Io riconosco per l'una parte, che lo stato di questi bambini, attesa un'estrinseca relazione, può dirsi stato di pena. Ma come per l'altra tengo per fermo che essi godranno di quella felicità, che conviene all'uomo secondo la naturale sua condizione: *quam homini dignum est competere, ut homo est*: (Catharin. De statu parvulor.) ; così sostengo che a questo stato considerato in se stesso convien certamente il nome di beatitudine naturale. Chiamilo dunque ognuno come gli pare, secondo i diversi aspetti in cui lo considera.

XXXI. Del rimanente ciò che detto è degli infanti, dee estendersi a chiunque muoja nel peccato originale prima del perfetto uso della ragione. Dov'è da notarsi, che quantunque tra' popoli, che vivono in società, l'uomo suole considerarsi capace di moralità intorno a' sette o agli ott'anni: tuttavia lo sviluppo degli organi e l'acquisto delle necessarie cognizioni non si fa in tutti al medesimo tempo. Così in un popolo di selvaggi, e molto più in un selvaggio che vivesse isolato, l'uso della ragione potrebbe forse tardare oltre a' diciotto e ai vent'anni, e chi sa quanto più (V. SELVAGGI). Oltre di che nelle Città stesse noi conosciamo alcuni di cervello sì duro o piuttosto sì molle, che anche in età assai matura sono infanti di senno. In qualche Città d'Italia costoro si chiaman Macconi (V. MACCONI), e v'ha pubblici alberghi per ricovrarli. Or di tutti costoro, se muojano senza Battesimo, dee discorrersi allo stesso modo.

XXXII. In fine, ancor degli adulti che godono d'un perfetto uso della ragione, e muojono senza il Battesimo, niuno sarà e niuno fu mai condannato all'Inferno per l'originale peccato, ma sol per gli attuali. E in generale il Peccato Originale esclude dal Cielo, ma non condanna all'Inferno. Avverto però che male ragionerebbe, chi quindi inferisse che v'abbia per gli adulti uno stato medio tra l'Inferno ed il Cielo, perchè nella presente provvidenza l'attual grazia soprannaturale sovviene a tutti gli adulti in maniera, che, se non meritano co'loro peccati le fiamme eterne, meritano colle loro buone opere il regno de' Cieli (V. INFEDELI-NEGATIVI, SUFFICIENZA, ec.).

XXXIII. Ed ecco esposta la pura dottrina ecclesiastica intorno alla natura e ai danni del peccato originale. Rimarrebbe per avventura a dir qualche cosa delle moltiplici eresie, che o lo negarono, o lo intesero perversamente. Ma ciò appartiene più veramente agli Articoli che trattano espressamente di quelle sette (V. PELAGIANI, MESSALIANI, SUSTANZIALISTI, LUTERANI, CALVINISTI). Chi desiderasse su questa materia un più compiuto trattato potrà consultare il Libro che ha per titolo: *De Peccato Originali ejusque natura ac traduce & pœna &c. Auctore F. Jo. Franc. Bernardo Maria de Rubeis Ordinis Prædicatorum. Venetiis* 1757.

LIBER-

LIBERTÀ

Articolo *del Sig. Abate Alessandro Zorzi.*

LIBERTA' (*Filosof. e Teologia*). I. Che cosa è *Libertà?* Io invito i Filosofi a darne una diffinizione così chiara e precisa, che tutti debbano tra lor convenirne. Questa sola diffinizione aprirebbe forse la strada a scioglierе tante inviluppate quistioni che da più secoli tormentano gl'ingegni de' Filosofi e de' Teologi. Ma fin a quando quistioneremo noi mai sulla Libertà, senza aver prima chiaramente determinato che cosa intendasi per questa voce? I Giureconsulti intendon per essa il potere, che tutti gli uomini han ricevuto dalla natura, di far ciò che lor pare e piace, e di disporre a lor piacimento della propria persona e de' proprj beni, purchè non contravvengano alle leggi del paese in cui vivono. Ma benchè questo vocabolo dalla Giurisprudenza appunto sia passato alla Metafisica, nondimeno in questa scienza lo usiamo in un senso analogo sì, ma diverso. Io torno dunque a ripetere, Che cosa è Libertà?

II. *Non deesi*, dirà taluno (Bonnet Essai Analyt. chap. 19. n. 492.), *abbandonare questa diffinizione della Libertà sì vera e sì generalmente adottata, Ch'essa è il poter di fare ciò che si vuole*: Facultas agendi ut libet, *o come la diffinisce un celebre Autore* (s' Gravesande Introd. ad Phil. §. 117.) Facultas faciendi quod libuerit, quaecumque fuerit voluntatis determinatio. Questa diffinizione quanto alla sostanza è pur ammessa dall' Enciclopedia di Parigi (Art. Liberte'): perchè ivi si legge, che *La Libertà risiede nel potere, che ha un essere intelligente, di far ciò ch' egli vuole conforme alla sua propria determinazione.*

III. Io non negherò che questa diffinizione non abbia una grande apparenza di chiarezza e di verità. Pare ancora che il senso intimo la confermi. Io sento infatti ch' io posso muovere il mio braccio quand' io voglio muoverlo; e questo sentimento io lo esprimo col dire, che sono libero a muovere il braccio.

IV. Intanto un celebre Metafisico (*Condillac Dissert. sur la liberté n. 12. Oeuvr. T. 3. Edit. de Paris 1769.*) diffinisce la Libertà *Il potere di fare ciò che non si fa, o di non fare ciò che si fa.* E come il senso intimo ci assicura che ogniqualvolta noi operiamo con conoscimento, facciamo ciò che vogliamo; questa diffinizione equival presso a poco a quest'altra: *La Libertà è il potere di fare ciò che non si vuole.* Ognun vede che questa non va colla prima troppo d' accordo. Di essa tornerà altrove discorso. Io considero ora la prima, e dico ch' essa ha un senso vero, ma che è assai lontana dall' esattezza.

V. La Libertà, di cui rintracciamo la giusta idea, è una facoltà dell' anima nostra, la quale non può aver luogo se non in quegli atti che diconsi volontarj (V. Volontario). Ma due sorte d'atti volontarj debbon distinguersi. Volontarj chiamiamo gli atti *comandati* dalla volontà, come il camminare, il parlare: e volontarj chiamiamo gli atti immediatamente *prodotti* dalla volontà come lo stesso volere (*Vid. D. Th. 1. 2. q. 1. art. 1. c.*). I primi possono dirsi l'*esecuzione*, i secondi l'*esercizio* della volontà. Debbon dunque distinguersi due sorte di Libertà: *Libertà d'esecuzione*, e *Libertà d'esercizio*. Infatti altro è ch' io *liberamente muova* la mano, supposto che io voglio muoverla, ed altro è ch' io *liberamente voglia muover* la mano, suppo-

posto che io giudico bene di muoverla. Non è necessario d' essere un gran Filosofo per intendere che il vocabolo *liberamente*, *libertà*, ec. usasi in questi due casi in due sensi affatto diversi.

VI. Or dunque la *libertà dell' esecuzione* egregiamente può diffinirsi *il potere di fare ciò che si vuole*. E' chiaro, che questa è una facoltà distinta affatto dalla volontà e ad essa subordinata. Io ne convengo col Sig. Bonnet. Io dirò ancora con lui (chap.12.n.150.) *ch' essa è propriamente quella forza motrice che l'anima spiega a grado della volontà su' suoi organi, e per mezzo d' essi su tanti oggetti diversi*. Io aggiugnerò che quando il senso intimo ci attesta che noi facciamo ciò che vogliamo, esso non ci assicura di altra *Libertà* che di quella.

VII. Ma per disavventura questa non è quella *Libertà*, che è l' oggetto delle grandi quistioni. Perchè l' onestà delle azioni umane non risulta già dall' esecuzion del comando, ma sì dal comando medesimo della volontà, o vogliam dire dall' esercizio di essa. Or alla *libertà dell' esercizio* non può certamente convenire la diffinizione medesima. Che vorrebbe egli dire *il potere di fare ciò che si vuole*, intendendo per *fare* lo stesso *volere*? Accociamo i termini a questo significato e diciamo *il poter di volere ciò che si vuole*, o, ciò che torna allo stesso, *il potere di fare ciò che si fa*. La vacuità salta agli occhi. E di più, se questa è la nozione della *Libertà*, qualunque corpo è libero ne' suoi moti del pari che l' uomo ne' suoi voleri. Chi non vede io fatti che una pietra, che discende verso del centro, ha il potere di far ciò che fa; il potere cioè di discendere verso del centro? Stabiliam dunque che la *Libertà dell' esecuzione* e la *Libertà dell' esercizio*, se non distinguonsi sempre per parte del vocabolo, debbon però sempre distinguersi per parte della nozione.

VIII. Dal confonderle nasce in gran parte l' imbarazzo e la contraddizion de' filosofi su questo punto importante. Trattasi per esempio di stabilire, che cosa oppongasi alla *Libertà*. Altri vogliono che vi si opponga la violenza e la semplice necessità: altri concedono che la violenza distrugga la *Libertà*, ma negan poi che la semplice necessità le rechi alcun danno: ed altri per contrario asseriscono che la violenza non tocca punto la *Libertà*, ma la semplice necessità sì, che la toglie intieramente e l' annienta. Or tutti questi diversi sentimenti potrebbonsi forse compor facilmente, mercè la distinzione da noi introdotta. Tentiamolo.

IX. La *violenza* importa che l' uomo o non faccia ciò ch' egli vuole, o faccia, anzi piuttosto soffra ciò che non vuole (V. VIOLENZA). La *semplice necessità* importa solo che l' uomo non possa lasciar di fare ciò ch' egli fa, o non possa fare ciò ch' ei non fa (V. NECESSITA'). Spiegata così l' indole della *violenza* e della *necessità*, io dico che la *violenza* si oppone alla *Libertà dell' esecuzione*, ma non alla *Libertà dell' esercizio*: e che la *necessità* non si oppone alla *Libertà dell' esecuzione*, ma sì alla *Libertà dell' esercizio*. Mostriamolo a parte.

X. Primo. La violenza si oppone alla *libertà dell' esecuzione*. Questa *Libertà* consiste nel poter far ciò ch' io voglio. Or io voglio uscir d' una stanza, e vi sono chiuso; levarmi da una sedia, e vi son legato; alzar un braccio, e son trattenuto. E' chiaro che la forza, che mi chiude, che mi lega, che mi trattiene, m' impedisce d' eseguire almeno in parte la mia volontà, e però toglierni almeno in parte la *Libertà dell' esecuzione*. Io dico *almeno in parte*: perchè questa forza può bensì impedirmi il compiere l' atto esterno, ma non può impedirmi di applicare internamente a questi o a que' nervi la forza motrice dell' anima: il che è una parte dell' esecuzione del mio volere, che però resta in mia libertà. Un' intelligenza superiore che potesse operare su' miei organi interni potrebbe impedirmi que' primi interiori moti eziandio. In generale però

quando il termine della mia volontà è immediatamente il muovere un braccio, subito che questo mi viene per forza impedito, io posso dir che mi è tolta la *libertà* di muovere il braccio.

XI. Secondo. La violenza non si oppone alla *Libertà* del volere o *dell'esercizio*. Egli è chiaro che niuna forza può impedire l'esercizio della volontà, come può impedirne l'esecuzione: e molto più ancora che niuna forza può farmi volere contro il mio attual volere, come contro il mio attual volere può farmi muovere. Il consiglio la persuasione il comando possono fare ch'io muti risoluzione e volere. Ma altro è che in virtù d'un nuovo motivo io eserciti io stesso diversamente la mia volontà: altro è che una forza da me distinta, persistendo io nel mio primo volere, mi faccia nondimeno volere diversamente. Questo secondo, non il primo, è violenza. Ma questo secondo importa contraddizione. Io vorrei e non vorrei la medesima cosa nel medesimo tempo. Così si convien tra' Teologi che nemmen Dio non può violentare la volontà. *Vid. D. Th. 1. 2. quæst. 6. art. 4., & De verit. quæst. 22. art. 8.*

XII. Terzo. La semplice necessità non si oppone alla *Libertà dell' esecuzione*. E sia pur morale sia fisica, tutto è lo stesso. Supponiamo col Sig. Bonnet (chap. 19. n. 492.) *un essere che in tutto il corso della sua vita fa sempre ciò ch' egli vuole*, e supponiamo insieme *che in ciascun caso particolare egli non potesse operare diversamente, se lo volesse*. Quest' essere sarebbe sempre necessitato ad eseguire i suoi attuali voleri; ma quest'essere nonpertanto sarebbe libero. La supposizione del Sig. Bonnet verificherebbesi nel sistema dell' Armonia Leibniziana (V. ARMONIA), in cui tutti i movimenti del corpo sono il necessario effetto d' un meccanismo prestabilito. In questo sistema quando io voglio muovere un braccio, il braccio si muove necessariamente per una forza meccanica indipendente dal mio volere. Ma nonpertanto il braccio muovesi come io voglio, e ogniqualvolta e sol quando voglio. Ciò basta perchè questo moto sia libero. Non è dunque necessario per la *Libertà* dell' esecuzione *il potere di fare ciò che non si fa, o di non fare ciò che si fa*, secondo la diffinizione del Sig. Abate di Condillac: la quale però presa generalmente è falsa.

XIII. Quarto. La semplice necessità si oppone alla *Libertà* del volere o *dell'esercizio*. Posso io asserirlo senza aver prima stabilito in che consista la *Libertà* del volere? lo credo di sì: ed ecco le mie ragioni. Primieramente tutti convengono che la nostra volontà non è libera riguardo al bene in generale, e al ben nostro in astratto. E perchè ciò? perchè non possiamo o lasciar di volerlo, o voler l' opposto. Egli è lo stesso che dire, perchè vi siamo necessitati. Un' uguale necessità dunque dee toglier la *Libertà* ancor riguardo ad un bene particolare e concreto. In secondo luogo la *Libertà* del volere, s' essa è propria dell' uomo, dee essere tale, che le umane libere determinazioni sien buone o ree moralmente, e però degne di lode o di biasimo, di premio o di pena. (*) Ma come può dirsi rea moralmente, e però degna di biasimo e di castigo, un' azione necessariamente voluta? Se l'assassino, che ammazza un uomo innocente, è determinato per una necessità inevitabile a volerne la morte, e però anche a dargliela; io non so intendere, come costui sia più reo o più meritevole di biasimo e di castigo, che un sasso svel-to

(*) Il provare l' esistenza della *Libertà* dall' esistenza del bene e del mal morale sarebbe un rovesciare l' ordine natural delle idee. Ma qui non si tratta di questo. Trattasi di svilupparne sol la nozione. E poichè non per altro cercasi di provare che l' uomo è libero, se non per mostrare ch' egli è capace di moralità; a ragione si dice che, *se la Libertà del volere è propria dell' uomo, essa dee esser tale che le umane libere determinazioni sien buone o ree moralmente.*

to dal monte, il quale necessariamente portato dalla sua gravità piomba sul capo ad un passaggiero e lo uccide. Si ha un bel dire che l'uomo conosce ciò ch' egli fa, e che vuol farlo. Questo proverà al più che ancor nel sistema della necessità le leggi e le pene sarebber più volte di grao vantaggio: perchè determinerebbero alcuni efficacemente, anzi necessariamente, ad astenersi dalle azioni nocive alla società. Ma quanto alla moralità, che importa che l'uomo conosca ciò ch'egli fa e voglia farlo, se per altro non può non volerlo? O convien dunque dire collo Spinoza che l' assassino non è punto più reo del sasso; o convien dire che il volere dell'uomo è libero di una tal *Libertà* che esclude affatto la semplice necessità. Quindi ognuno vede con quanta ragione la Chiesa abbia dichiarata eretica e condannata siccome tale la terza delle cinque famose proposizioni. *Tertiam*: *Ad merendum & demerendum in statu naturæ lapsæ non requiritur in homine LIBERTAS A NECESSITATE, sed sufficit LIBERTAS A COACTIONE*: *hæreticam declaramus & uti talem damnamus* (Innoc. X. Const. *Cum occasione*. ann. 1653.).

XIV. Ma che intendo io per *semplice necessità*? Io l' ho già detto. La necessità importa or che l'uomo non possa lasciar di fare ciò ch' egli fa, or ch'egli non possa fare ciò che non fa. Io intendo dunque una necessità che importi non la difficoltà, ma *la impossibilità dell' opposto*: una necessità che nelle attuali circostanze di chi vi è sottoposto sia *invincibile*, *immutabile*, *inevitabile*. Chiamisi poi questa necessità o morale o fisica, o intrinseca o estrinseca: sia una forza straniera, un principio esterno che mi necessiti; o sia il mio intelletto medesimo, la mia natura; ciò poco monta (V. NECESSITA). La sola necessità che non toglie del tutto la *Libertà* è quella ch' io mi sono liberamente formato da me medesimo. Questa suole chiamarsi *necessità conseguente*; e noi vedremo più avanti ch' essa lascia una *Libertà* almeno *rimota*.

XV. Or se alla *Libertà* del volere si oppone l'impossibilità dell'opposto, è facile il dedurre che questa *Libertà* importa appunto la possibilità dell' opposto. Così alcuni Scolastici la diffiniscono *Facultas ad opposita*: diffinizione involgarizzabile, a cui per altro riducesi quella del Sig. Abate di Condillac. Chi dunque volesse ritener la diffinizione di questo celebre Metafisico, e toglierne insieme ogni equivoco, potrebbe dire che la libertà dell' esercizio è il poter di volere ciò che non si vuole, e di non volere ciò che si vuole. Ma se non m' inganno, tutto ciò esprimesi e forse ancora con maggiore universalità in due sole parole: *Il potere di scegliere*. SCEGLIERE detto delle azioni esteriori significa *prendere tra due o più cose una cosa, che nelle circostanze in cui prendesi può ancor lasciarsi, e lasciarne una o più altre, che nelle circostanze in cui si lasciano potevano ugualmente prendersi*. Il potere di far questa scelta latinamente dicesi *Optio*. *Optio hæc tua est*; *utram harum vis conditionem accipe*. Trasportando dunque il vocabolo *scegliere* dall' azione esteriore all' esercizio interior della volontà, *scegliere* importa *volere tra due o più cose una cosa che nelle circostanze in cui si vuole può ancora non volersi, e non volerne una o più altre che nelle circostanze in cui non si vogliono potevano ancor volersi*. Donde è manifesto che chi può sceglier tra due non è necessitato all' uno de' due: e che però questa diffinizione esclude come dee la necessità. E perchè lo *scegliere* suppone almeno due termini di comparazione, e questi possono essere tanto due contraddittorj che due contrarj; questa diffinizione è universalissima e abbraccia tanto la libertà di contrarietà, quanto la libertà di contraddizione. Essa è nondimeno esclusivamente propria della libertà d' esercizio. Io rifletto che poichè questa facoltà doveva chiamarsi con un termine metaforico, assai meglio sarebbe stato chiamarla *Ozione* che *Libertà*. Non lascio però di servirmi de' vocaboli usati,

ti, anzi in avvenire quand' uso senza verun aggiunto il vocabolo *libero*, lo intendo della *Libertà d'esercizio*.

XVI. Dunque dove non abbiamo il potere di scegliere, non siamo liberi. Per qual ragione infatti diciamo che la nostra volontà non è libera riguardo al bene in generale, e al nostro bene in astratto? perchè non possiamo scegliere tra il bene e il male, tra la nostra felicità e la nostra miseria. Per qual ragione diciamo altresì che i Beati non sono liberi riguardo all' amar Dio conosciuto e veduto da loro così com' è? perchè essi non possono scegliere tra l' amarlo e l' odiarlo, tra l' amarlo ed il non amarlo. Ma donde viene alla volontà ragionevole questa impotenza di scegliere? Non da mancanza d' attività: essa ha tutta l' attività per l' un termine; perchè non avrebbela ancor per l' altro? Non dall' azione d' una forza straniera: niuna forza straniera può influire almeno immediatamente sulla volontà; niuna forza straniera può violentarla. La natura della volontà ragionevole porta ch' essa sia diretta dall' intelletto e dal solo intelletto. Questo solo influisce nelle sue azioni. Ogni azion della volontà suppone un giudizio. Ma se questo giudizio è determinato, l' intelletto, a così spiegarmi, non dice: *Optio hæc tua est*: ma dice: E necessario che tu operi così. In somma per esser libero *radicalmente*, basta essere ragione ole; ma per esser libero *attualmente*, ricercasi l'attuale indifferenza dell' intelletto, o, com'altri dicono, del giudizio.

XVII. Or due sorte d' indifferenza d' Intelletto distinguonsi riguardo agli oggetti particolari, su cui può cadere la scelta. La prima può chiamarsi indifferenza di mista rappresentazione. La seconda indifferenza di equilibrio. Quando un oggetto mi viene rappresentato dall' intelletto sotto la sola ragion di bene, senza veruna mistione di male; allor manca l' indifferenza di mista rappresentazione e tutti convengono che non v' ha *libertà*. Questo è il caso de' Beati. Che se nell' un de' contraddittorj o de' contrarj mi vengon rappresentati cento gradi di bene ed uno di male, e nell' altro cento di male e uo di beoe; perciò solo può dirsi che già l' indifferenza della mista rappresentazione sussista. Ma potrà egli dirsi ugualmente, che in questa circostanza la volontà possa scegliere? cioè ch' essa possa determinarsi ancora per quella parte dove domina tanto il male? Ciò non par certamente possibile. Ma diamo ancora che più grande sia la mistione, e minore l' ineguaglianza, sicchè, fatta la sottrazione, l' un de' due termini sia rappresentato come otto gradi di bene, e l' altro sol come sette. Diremo noi che la volontà naturalmente determinata in generale e in astratto al maggior suo bene, in particolare poi ed in concreto possa scegliere il suo bene minore? La disuguaglianza sarà forse apparente. Ma quì ognun vede che l' appreso val quanto il reale. Or quanto a me confesso che non so intendere come questa scelta possa aver luogo. Gli uomini s' ingannano bensì assai volte nelle loro scelte, come s' ingannano ne' lor giudizj. Ma certo è che quando essi scelgono tra due termini, non mai scelgono quello che nelle attuali circostanze giudicano il men buono per loro. Io son però d' opinione che la *Libertà* sia assai male appoggiata alla sola indifferenza della mista rappresentazione (V. RAGION SUFFICIENTE).

XVIII. Rimane dunque che la *Libertà* si fondi sull' indifferenza dell' equilibrio. Ma questa viene da molti riputata contraria alla buona filosofia. Certo i Leibniziani m' accorderanno difficilmente che una tale indifferenza sia possibile per parte dell' intelletto: e quando sieno tanto liberali da concedermi questo, negheranno che la volontà possa scegliere tra due oggetti, pe' quali l' intelletto conservi una perfetta neutralità. E Spinoza arriverà fino a dirmi che un uomo *in tali æquilibrio positus* (*nempe qui nihil aliud percipit quam sitim & famem, talem cibum & talem potum qui æque ab eo distant*), piuttosto che scegliere l' un de' due, *fame & siti peribit* (Spin. p. 2. Eth. p. 91.)

p. 91.). Or io mi propongo un metodo diverso assai dal comune: e spero che per esso si renderanno evidenti amendue le proposizioni accennate e, che noi potremo stabilire la *Libertà* sopra una base solida e filosofica.

XIX. Tra quegli stessi Metafisici, che ammetton nell' uomo la *Libertà* d' indifferenza, alcuni la negano in Dio. In noi, dicono, essa è realmente una imperfezione, che ci sarà tolta nel perfettissimo nostro stato di beatitudine. Ma Dio è infinitamente perfetto, e dalla stessa perfezione della sua divina natura è sempre determinato a volere il bene maggiore. Quindi, inferiscono, non è possibile in Dio la *Libertà* d'indifferenza, che per altro negli uomini vuole ammettersi. Io per contrario son d' opinione che appunto in Dio la *Libertà* d'indifferenza, anzi pur d' equilibrio si manifesti a segni assai meno equivoci che negli uomini, anzi a segni non punto equivoci ma evidenti. Ciò ha bisogno d'esser esposto con qualche chiarezza. Quando io abbia dimostrata questa verità benchè assai chiara non però forse troppo ben conosciuta; dalla *Libertà* di Dio mi sarà facile il dedurre quella dell'uomo.

XX. Io convengo dunque che Dio sia necessariamente determinato al migliore o vogliam dire all' ottimo, dove l'ottimo v'è, ed è possibile (V. OTTIMISMO). Ma dove l' ottimo non v' è, o non è possibile, allora è che Dio può scegliere qualunque de' due o più termini rappresentati necessariamente dal divino intelletto con un perfetto equilibrio. A maggiore chiarezza io distinguerò due casi diversi. Il primo quando i termini della scelta sieno rappresentati come perfettamente simili. Qui l'ottimo non vi è: e questo *caso* da alcuni filosofi chiamasi *parallelo*. Il secondo quando i termini compongano una serie infinita, in cui il termine che segue sia sempre migliore di quello che lo precede. Qui l'ottimo non è possibile: e questo io lo chiamerò appunto *il caso della serie infinita*.

XXI. Esponiam prima il caso che dicesi parallelo. Trattasi per esempio di comunicare a' pianeti un moto tangenziale o di projezione. O la direzione di questo moto sia, a così spiegarmi, da sinistra a destra, o sia da destra a sinistra, purchè tutte le direzioni abbian tra loro la medesima relazione, torna perfettamente lo stesso. Io mi appello agli Astronomi, niuno de' quali dubita che, variando ugualmente tutte le direzioni de' pianeti alla parte opposta, il sistema del mondo non istesse ugualmente bene. Ecco dunque un caso in cui l' intelletto divino ha dovuto necessariamente trovarsi in una perfetta indifferenza d' equilibrio. Negheremo noi che in un simil caso Iddio possa determinarsi? Il fatto ci convince in contrario, perchè Iddio ha comunicato a' pianeti un moto di projezione.

XXII. Rechiamo ancora un secondo esempio. Suppongo che il mondo sia stato creato da Dio nel tempo (V. CREAZIONE). Ma se Dio non ha creato il mondo nel primo istante, a così spiegarci, della sua eternità, qual ragione sufficiente ha egli avuto di scegliere tra gli altri infiniti istanti l' uno piuttosto che l' altro? Non son tutti, ad esprimermi pure in qualche maniera, infinitamente distanti dal principio, infinitamente distanti dal fine della da due parti infinita ed interminabile eternità? Ecco dunque di nuovo l'intelletto divino in un perfetto equilibrio riguardo a ciascuno di questi istanti. Intanto è certo che Dio uno ne ha scelto, perchè è certo che Dio ha creato pur questo mondo nel tempo.

XXIII. Veniamo ora al caso della serie infinita. Iddio vuol creare il mondo. Ma un mondo assolutamente ottimo, e vale a dire un mondo infinitamente perfetto è impossibile (V. OTTIMISMO, CREATURA, INFINITO, ec.). Resta dunque che Dio dia al mondo, che vuol creare, un grado di perfezione finita. Io avverto, che non potrebbe dirsi grado di perfezione quello in cui la somma de'beni non sorpassasse almeno d' un' unità la somma de' mali. I gradi inferiori che

fatta

fatta la sottrazione ritrovansi minori del zero non solo sono imperfetti, ma son cattivi, e formano una serie negativa che non può essere il termine della volontà d'un Dio buono. Il zero è il limite tra la serie negativa e la positiva: e quest'ultima ascende da esso per la progressione de' numeri naturali sino a un grado di perfezione infinita. Presentasi dunque questa serie positiva infinita all'intelletto divino. E poichè i due limiti d'essa il zero e l'infinito sono impossibili, resta che la volontà divina scelga l'uno de'termini medj, che noi spiegheremo appunto co' numeri naturali. Ma quale ne sceglierà? Sia per esempio il cinquanta. E perchè non il cinquantuno, che certamente è migliore? E se il cinquantuno, perchè non il cinquantadue che d'un grado lo supera? E se questo, perchè non il cinquantatrè, anzi il cento, il mille, e così all'infinito? Quindi è chiaro che quantunque tutti i termini della serie sieno tra lor disuguali; nondimeno come non è possibile sceglierne un tanto buono, che non ve n'abbia sempre un migliore; così tutti ugualmente, tranne però i due limiti, divengono indifferenti d'una indifferenza perfettissima d'equilibrio, del pari che se tutti fossero uguali. Iddio però potea scegliere qualsisia degli universi possibili: e che uno egli ne abbia scelto l'esistenza del mondo lo manifesta.

XXIV. Or dalla *Libertà* divina passiamo alla umana. Noi siamo fatti ad immagine e simiglianza di Dio. Vero è che noi siamo infinitamente distanti dalla perfezione divina: ma vero è altresì che noi abbiamo un intelletto simile al divino, una volontà simile alla divina. Su queste due facoltà d'un essere intelligente è fondata la *Libertà*. Chi può dunque dubitare che noi non abbiamo ancora una *Libertà* simile a la divina? Simile io dico non però uguale: perchè appunto l'infinita distanza, che è tra Dio e noi, importa che la *Libertà* di Dio sia perfettissima ed infinita, e la nostra sia limitata e imperfetta. Perfettissima è dunque in Dio la *Libertà* dell'esecuzione, che altro non è propriamente che l'onnipotenza divina: perfettissima la *Libertà* del volere, che fondasi sull'onniscienza divina. Laddove in noi come la nostra intelligenza non meno che la nostra forza motrice è limitatissima, tal è parimente l'una e l'altra spezie di *Libertà*. Tutto il rimanente appartiene all'essenza stessa dell'essere intelligente, e però le cose debbono andar del pari.

XXV. Se dunque il nostro intelletto ci rappresenta due termini di comparazione paralleli, o sia perfettamente uguali tra loro, perchè non potremo noi scegliere o l'uno o l'altro? Perchè, dirà forse taluno, non v'ha ragion sufficiente di scegliere l'un più che l'altro, e l'uom ragionevole non può determinarsi senza ragione. Ma pretenderemo noi forse che disdica alla ragionevolezza dell'uomo, ciò che non disdice a Dio stesso? Dio tra due termini essenzialmente uguali può sceglierne e ne ha scelto uno; e noi perchè siam ragionevoli non potrem farne altrettanto? Dibattansi i Leibniziani quanto essi vogliono, ma s'essi non trovano la ragion sufficiente del comunicare un moto tangenziale a' pianeti a sinistra piuttosto che a destra, dovran convenire che un essere intelligente tra due termini paralleli può sceglierne uno.

XXVI. Ma il vette d'una bilancia dicono essi, se in ambe le lanci i pesi sieno perfettamente uguali, non potrà inclinarsi nè dall'una parte nè dall'altra, e dovrà rimaner sempre in un eterno equilibrio. Che importa ciò? Siam noi fatti ad immagine e simiglianza d'una bilancia, o ad immagine e simiglianza di Dio? La linguetta della bilancia sta in bilico tra due pesi uguali, perch'essa non è un essere intelligente ed attivo: ma Dio che è tale non resta sospeso tra due direzioni, tra due istanti uguali. Egli uno ne sceglie: e così facciam noi. Questo è ciò che l'esperienza c'insegna.

XXVII. E questo appunto negano i nostri avversarj. Io voglio dire che dopo essersi inutilmente adoperati a negare,

che

che possiam farlo, negano almeno che lo facciamo: e in prova ne citano al senso intimo. Diteci di buona fede, c'interrogano: la vostra volontà si è trovata ella mai tra due contraddittorj o tra due contrarj d'un ugual peso? Rispondo, che molte volte, e tante appunto quante prima di scegliere ho deliberato. Non che i due termini fossero uguali in se stessi. Forse nol furon mai: ma il mio intelletto rappresentavali come uguali. Se tali io non li avessi creduti, io non mi sarei fermato a deliberare. Fuor del caso della serie infinita io concedo che l'uomo non può volere un bene creduto nelle circostanze minore in confronto d'un altro creduto maggiore. Ma appunto da questo principio, che mi è comune co' Leibniziani, io inferisco che quante volte io delibero, tante volte i termini della comparazione mi compariscono come uguali: almeno in questo senso ch'io non posso decidere che uno di essi sia veramente il migliore. Mi spiego. Avverrà forse che a prima vista un d'essi pajami miglior dell' altro. Ma avverrà ancora spessissimo, che senza l' intervento di verun atto della volontà sul punto medesimo io dubiti della verità di questa apparenza. Io so d'essermi ingannato altre volte stando a un simil giudizio. Può dunque essere ch' io m'inganni ancora al presente. Forse il termine che parmi il migliore è uguale all' altro in bontà, forse ancora inferiore. Questa incertezza quanto alla sua influenza nella volontà equivale al giudizio: *I due termini sono uguali*. Essa dunque costituisce un vero equilibrio, e questo equilibrio dura almeno tanto, quanto dura la deliberazione medesima. (V. DELIBERAZIONE, e *Condillac Dissert. sur la libertè*).

XXVIII. Ma se voi potete determinarvi, durante l'equilibrio, a che serve deliberare? Perchè non vi determinate voi subito? La risposta è chiara dal detto fin qui. Io non delibererei, se fossi sicuro che il mio intelletto non m'ingannasse. Perciò è che I io non delibera mai. Ma io so per esperienza, che il mio intelletto spesso rappresentami una falsa uguaglianza, o una falsa preponderanza. La mia deliberazione è dunque un esame, se i termini della comparazione realmente sien tali, quali mi vengono rappresentati.

XXIX. Ma dopo la deliberazione v'accade egli, che questo equilibrio rimanga? Alcune volte sì, alcune volte no. Dunque in quelle che no, voi operate necessariamente? Io non ne dubito: ma io mostrerò altrove, che questa è almeno il più delle volte una necessità conseguente. Or quando l'equilibrio rimane, che fate voi? Resto un poco sospeso. Temo ancor d'ingannarmi: e però se potessi a meno di pronunziare un sì o un no, lo farei: massimamente dove la cosa è di qualche importanza. Ma poichè una volontà anteriore, un bisogno presente, una necessità disgiuntiva mi determina a scegliere o l'uno o l'altro; sento che so uno sforzo, e che scelgo. Se dopo, alcuno mi chiede perchè ho scelto il sì piuttosto che il no, lo sono costretto a confessare sinceramente, che non lo so ben nemmen' io. E non è ch' io non abbia per parte dell' oggetto una ragione pel sì. Ne ho una, anzi spesso ne ho molte. Se non ne avessi nessuna, io non l'avrei scelto mai. Io non recherò mai quell' insulso motivo, il *Volo quia volo*. Se questa proposizione non ha questo senso *voglio il mezzo perchè voglio il fine*, essa non ne ha nessuno, o introduce una vera fatalità. Verissimo è dunque che l' uomo mai non opera senza ragione. Ma quando io confesso che non so, perchè io m'abbia scelto il sì piuttosto che il no, intendo solo di dire, che io non aveva una ragion prevalente per eleggerlo come il migliore.

XXX. Perchè però mi dispiace il dover fare questa confessione anche a me medesimo, perchè mi lusinga il persuadermi che mi sono determinato con piena cognizione di causa: che so allora? Io considero i motivi che stavan pel sì, e cerco d'ingrandirli: considero i moti-

vi

vi che ſtavan pel no, e cerco d'impicciolirli. Io conchiudo ch'io non dovea certo ſcegliere diverſamente. Ciò che accade a me, accaderà, io credo, agli altri eziandio. Ma, Filoſofi, ſtate avvertiti. Quando voi magnificate l'un termine e ſminuite l'altro, voi non deliberate già più. Voi avete già ſcelto: e appunto perchè avete ſcelto, magnificate e ſminuite. Ecco l'inganno del ſenſo intimo. Voi confondete col tempo della deliberazione il tempo che ſiegue alla ſcelta, il tempo in cui vi luſingate d'aver fatto la ſcelta più degna di voi. E non è maraviglia: perchè queſti tempi ſi ſuccedono ſpeſſe volte rapidamente. Ma di quà appunto naſce, che parvi ſempre d'avere ſcelto per una ragion prevalente. Se vi conſidererete con attenzione e ſenza paſſione, troverete che avevate ſcelto già prima; che avevate ſcelto, io dico, nel tempo dell'equilibrio.

XXXI. Io non dubito che le perſone ingenue ed avvezze a filoſofare ſopra ſe ſteſſe non ſieno per convenir meco ſu queſto punto. Ma l'oſſervazione è d'un eſtrema dilicatezza. Talvolta mentre noi ci sforziam pure d'ingrandire i motivi che militano per la parte abbracciata e di ſminuire gli oppoſti, l'intelletto rifiutaſi a queſto comando della volontà. Dopo qualche tempo d'oſcillazione, l'equilibrio ritorna. Se la noſtra ſcelta ci ha già impegnati, il dado è rratto, e vi ci accomodiamo. Ma ſe l'abbiamo diſſimulata perſino a noi ſteſſi, niente più facile che determinarci di nuovo. Può dunque accadere che ci determiniam per la parte oppoſta. Chi ci leverà allora di capo, che tutto il tempo avanti queſt'ultima ſcelta non ſiamo ſtati in una continua deliberazione? mentre in realtà noi avevamo ſcelto già molto prima, e abbiam poi ſcelto di nuovo diverſamente. Io ho non rade volte ſorpreſo me ſteſſo in un ſimile sbaglio. Chiunque mediterà ſopra ſe medeſimo potrà ugualmente ſorprenderſi.

XXXII. Dal fin quì detto inferiamo che lo ſteſſo intimo ſenſo, benchè ſorſe inganni gli oſſervatori prevenuti o men diligenti, interrogato nondimeno con filoſofico accorgimento riſponde egli pure in favore della verità da noi ſtabilita, che nel caſo parallelo noi poſſiamo ſcegliere, e infatti ſcegliamo aſſai volte l'un de' due termini creduti uguali. Or che più altro ricercaſi a farci conoſcere, che noi ſiamo liberi non ſolo radicalmente, ma ancora attualmente? Se non che ſorſe potrebbe parere che la noſtra attual *libertà* foſſe troppo riſtretta, ſe ella non aveſſe luogo che nel ſolo paralleliſmo. E noi l'amplieremo conſiderando il caſo della ſerie infinita. In queſto caſo noi abbiam dimoſtrato, come, eſſendo i due eſtremi impoſſibili, Dio può indifferentemente eleggere qualunque de' termini medj. Reſta che oſſerviamo ſe l'uomo poſſa trovarſi in un caſo ſimile: e ſe trovandoviſi abbia ugualmente il potere di ſcegliere qualunque termine tra' poſſibili.

XXXIII. E che l'uomo poſſa trovarſi in un ſimil caſo, non par coſa da poterſene dubitare. Chi voleſſe negarlo, o dovrebbe aſſerire che l'uomo poſſa far qualche coſa d'infinitamente perfetto: o dovrebbe aſſegnare un grado finito di perfezione, oltre cui l'uomo nemmeno in qualche particolar genere d'azioni non poſſa aſcendere: o dovrebbe almeno moſtrare che quantunque il termine finito in realtà non poſſa aſſegnarſi, l'uomo nondimeno non può rappreſentarſi nemmeno in confuſo la ſerie infinita. Or certo è, che ad una perfezione infinita opera d'uomo non può giugner mai; e certo è del pari, che molte opere umane poſſono ſempre migliorarſi più e più: ſicchè mai non potrebbe dirſi: Queſto è il limite che l'uomo non può oltrepaſſare. Del pari incontraſtabile io credo, che l'uomo poſſa rappreſentarſi alla mente queſta ſerie infinita almeno in confuſo. A ciò baſta che qualunque termine egli conſidera, ne vegga ſempre più oltre un migliore: e in generale comprenda, che, per quanto egli proceda innanzi col ſuo penſiero, gli accaderà ſempre lo

lo stesso. Io dirò di più che, ancor dove il vero limite della serie non è molto lontano, molti per mancanza di cognizione se lo rappresentan più volte quasi infinitamente distante: ciò che forma una serie almeno indefinita che riesce in pratica al medesimo effetto.

XXXIV. Tutto ciò potrebbe illustrarsi con molti esempli. Chiunque lavora il vette d' una bilancia sa di poterne far l' angolo ancora un poco più ottuso (V. Bilancia). Chiunque lima un suo scritto vede di poterlo sempre limare ancor più. Chiunque vuol dire o fare una cosa prima ch' ei muoja, finch' egli è sano almeno, conosce di poter sempre differirla anche un'ora, anche un giorno. Ma forse la cosa è più chiara nella nostra moral perfezione. Il limite di essa non è che la perfezione di Dio: *Estote ergo vos perfecti, sicut & Pater vester cœlestis perfectus est* (Matth. 5. 48.). Or da questo limite noi sarem sempre infinitamente lontani. Quindi è che rappresentandosi almen virtualmente alla mente d' un giusto questa infinita serie di gradi di perfezione; quando pure il conseguimento della perfezione, nell'attuale disposizione in cui egli è, gli si presenti sotto un motivo prevalente e necessitante; egli è tuttavia libero a fermarsi in qualunque grado di essa. Ciò adattasi agli altri esempli.

XXXV. E come infatti potrebbe dirsi che l' uomo in tal caso non possa scegliere qualunque termine tra' possibili? Avverto che quì pure i possibili, o vogliam dire la serie positiva, non incominciano se non a quel segno in cui può veramente dirsi che il termine abbia qualche grado di perfezione, che però basti a soddisfare sustanzialmente il fine particolare che un si è proposto. Or sopra a questo termine, che non è certamente necessario di scegliere in confronto di tanti migliori, qual ragion prevalente v' ha per eleggerne l' un più che l' altro fino all' Infinito? Quì torna il discorso già fatto sopra, riguardo a Dio. Nè può dirsi che dunque la volontà debba rimanere sospesa. E la nostra propria esperienza, e le ragioni in proposito del parallelismo recate ci convincono del contrario.

XXXVI. Una sola obbiezione ragionevole credo che possa farsi contro il libero esercizio della volontà in questo stato. Quale un mio amico l' ha fatta a me, tal io qui la reco senza punto infievolirne la forza. Non è, diceva egli, in tal caso la volontà che liberamente e da se scelga uno de' termini indifferenti. Ve la determina la noja, e la necessità di pur finire una volta. Questa noja la coglie appunto nell' atto, che degli infiniti gradi della serie l'intelletto rappresentavale quel tale determinato. In virtù della noja la volontà interrompe la deliberazione, e sceglie in sul punto. Ma qual altro potrebb'ella scegliere, se non quello appunto, al qual solo l' attenzione è allora applicata? Così, aggiungeva egli, se mai la noja non ci sorprendesse, io credo che in tal caso la deliberazione non avrebbe mai fine e la sospensione sarebbe eterna. Ma a buon conto Dio non s'annoja. Non potrà dunque dirsi che quando Dio schieravasi innanzi l' infinita serie de' mondi un più perfetto dell'altro, abbialo determinato la noja ad eleggere tra tutti il presente. Questa sarebbe una bestemmia, ancor, direi quasi, più sciocca che empia. Or di quà s' inferisce che il caso della serie infinita non porta per se sospensione: e che, ancor senza l'intervento della noja, un essere intelligente può determinarsi a sceglierne qualunque termine.

XXXVII. Io non negherò tuttavia che la noja o la necessità di sbrigarci non possa talvolta farci troncar la deliberazione più presto. Nego bensì che la noja abbia forza di determinarci ad un grado più che ad un altro. Le nostre idee si succedono con maravigliosa rapidità: e benchè la serie non sia a noi tutta presente in un solo istante, siccome a Dio; la scorriam nondimeno con tanta celerità, che impossibil forse sarebbe l'assegnare un sensibile spazietto di tempo,

in cui la nostra attenzione fosse applicata a un termine solo. Nè certamente la forza della noja sarà mai tanto grande, che non ci permetta il dar di volo una occhiata a tutta la serie; come appunto suol avvenir che facciamo nell'atto di scegliere. Che se il desiderio di fare una buona scelta contrabbilanci la noja, allora, nato per questa parte un nuovo equilibrio, la noja non ha nemmen forza d'interrompere la deliberazione e di anticipare la scelta. Ma checchè sia di questo nuovo equilibrio, certo è che ancor senza esso nel caso della serie infinita, non meno che nel parallelo, la volontà per la propria sua forza si determina a scegliere uno de' termini che attesa la rappresentazione dell'intelletto sono indifferenti del tutto e formano un perfetto equilibrio.

XXXVIII. Fuori di questi due casi io concedo che non v'ha libertà: perchè fuori di questi due casi v'ha sempre un motivo prevalente che ci determina per l'una parte della contrarietà o della contraddizione. Allor quella parte per cui milita il motivo più forte, quella cioè che nelle presenti circostanze è da noi creduta il nostro migliore possibile, trae seco necessariamente il nostro volere. E in questo pure noi siamo simili a Dio: perchè se Dio è determinato all'ottimo, noi siamo determinati al nostro migliore possibile che è in realtà l'ottimo riguardo a noi, come l'ottimo assoluto è l'ottimo riguardo a Dio. La nostra disavventura è che, mentre Dio non è determinato che all'ottimo vero, in noi l'ottimo appresso, che in realtà è spesso il nostro peggiore, non ha minor forza che se fosse vero e reale. Ma ciò nasce dalla imperfezione del nostro intelletto, che rende imperfetta altresì la nostra *Libertà*, ma non ne cangia però la natura.

XXXIX. Resta ora a vedere se questa *Libertà* che noi abbiamo provata, e che ristringesi a' due casi dell'equilibrio, basti veramente a salvare, come si dee, la *moralità* delle azioni. E potrebbe veramente parer che non basti. Non perchè le azioni volute nello stato dell'equilibrio non abbiano una *Libertà* bastevolissima alla loro moralità. Io non credo almeno che intorno a ciò possa aversi un ragionevole dubbio. Che se taluno dicesse che allora lo scegliere il bene piuttosto che il male non è che un caso nimico della vera *Libertà* ragionevole, dovrebbe pur dire che a caso Dio si determinò negli esempli addotti. Oltre che, come potrebbe dirsi fortuita un'azione che non riconosce altro immediato principio che la forza attiva d'un essere intelligente che opera con cognizione di causa? E se tal altro pensasse che allora nello scegliere il bene, che sarebbe ugualmente difficile a rifiutare, non v'ha nessun merito, costui malamente supporrebbe per l'una parte, che tutto il merito consista nel vincer la difficoltà, o piuttosto nel caso in far l'impossibile; e forse non meglio per l'altra, che molto conato non sia necessario a scegliere il bene, dove i motivi in opposto abbiano un peso e assolutamente grande e relativamente uguale. Io somma in che consiste la moral bontà e il merito d'un azione? In questo: Ch'io elegga di fare un'azione che so essere conforme alla legge, appunto perchè essa è conforme alla legge. Ma quando tra due termini paralleli, uno de' quali è questa azione, io la eleggo; eleggo di fare un'azione che so essere conforme alla legge, e appunto l'eleggo perchè essa è conforme alla legge. Dunque che più ricercasi? Si dubita forse s'io mi determini in vigore di questo motivo. Levisi dunque dalla bilancia: fingasi ch'io non abbialo in vista. Che ne avverrà? Avverrà che nella mia mente prevarrà subito il termine opposto, ed io non eleggerò più l'azione conforme alla legge. Quando dunque nel caso dell'equilibrio io la scelgo, la scelgo in vigore di questo motivo.

XL. Preveniamo ancora un ingegnoso sofisma oppostomi da un valentuomo. Eccolo. Ogni obbligazione morale finalmente risolvesi nell'obbligazione che ha l'uomo di cercare il maggior suo bene.

Dun-

Dunque quando egli apprende i due termini, come ugualmente buoni per lui, il che avviene nell' equilibrio, cessa ogni obbligazione, e amendue i termini sono moralmente indifferenti. Ognun vede che, se ciò è vero, già non v'ha più nè bene nè mal morale. Perchè o equilibrio, o motivo prevalente: quì non v'ha mezzo. Sotto il motivo prevalente le azioni sono fisicamente necessarie: nell' equilibrio sarebbero moralmente indifferenti. Dunque o la fisica necessità o l'indifferenza morale toglierebbe sempre la moralità delle azioni. Ma basta riflettere qual suo bene l' uomo è tenuto a cercare. Due beni di gran lunga disuguali in se stessi riguardo al formare l' umana felicità, e conosciuti ancora speculativamente per tali, possono nondimeno parere all' uomo ugualmente grandi e ugualmente appetibili in pratica, e in quelle singolari circostanze in cui si ritrova. Ti si rappresenta qual bene un piacer vietato: e ti si rappresenta qual bene ancor l' astenertene. Quindi muoveti il diletto, la cui vivissima idea ti vien fortemente dipinta in mente dalla passione: quinci la bellezza e il premio della virtù, i cui languidi colori non lasciano però di allettarti. Tu vedi che la virtù in astratto merita preferenza: sai che il vero tuo bene esige che tu la preferisca ad ogn' altro bene: ma ti lusinghi di poter poi ritornartene alla virtù; di poter ancora guadagnartene il premio; d' avere l' un bene e l' altro. Laddove quale sforzo, tu di', a rifiutarmi un piacer sì caro! qual tristezza in seguito, qual inquietudine! Fingiamo che questi motivi nella tua mente si contrabbilancino in modo, che ne risulti un perfetto equilibrio. Tu scegli e scegli il piacere. Vero è che scegli un appreso bene che nelle circostanze ti si rappresenta come praticamente uguale all' altro che tu rifiuti: ma vero è nondimeno che al par di Medea

Tu vedi il meglio, ed al peggior t'appigli.

In due parole: il giudizio pratico dell' uguaglianza non toglie il giudizio speculativo della disuguaglianza. L' equilibrio risulta dal giudizio pratico: l' obbligazione dallo speculativo.

XLI. La difficoltà dunque non cade su ciò, che le azioni volute nello stato dell' equilibrio non sieno buone o ree moralmente: ma piuttosto su ciò, che le tali azioni, che si reputano o buone o ree moralmente, sieno volute nello stato dell' equilibrio. Chi uccide il nimico, chi ruba l' altrui, chiunque in somma commette un misfatto, potrebbe sempre scusarsi col dire: io non avea allora l'equilibrio necessario alla *Libertà*, ma sono pur troppo stato determinato da un motivo allor prevalente: io non merito dunque di essere ripreso o punito d' un fallo che necessariamente ho commesso. Egli è manifesto che, se questa via resta aperta, tutto il nostro lavoro per istabilire solidamente la *Libertà* è stato del tutto inutile.

XLII. A procedere con chiarezza, io noto primieramente, che solo allora può dirsi che manchi in realtà l'equilibrio, quando l' uomo non ha luogo di deliberare della sua azione. Io ho già fatto riflettere, che la deliberazione è un segno infallibile dell' equilibrio (N.° XXVII.). Or che l' uomo non sia libero in quell' atto, di cui egli non può deliberare, questa è sentenza a tutti comune. S. Tommaso (1. 2. *quæst.* 6. *art.* 2. *ad* 2.) apertamente dichiara, che intanto l' uomo è padron del suo atto (ch' è quanto dir libero), in quanto egli può deliberare intorno a' suoi atti: *Dicendum quod ex hoc contingit quod homo est dominus sui actus, quod habet deliberationem de suis actibus*: e ne aggiunge la ragione: *Ex hoc enim, quod ratio deliberans se habet ad opposita, voluntas in utrumque potest*. Dove dunque la deliberazion non ha luogo, qualunque sistema seguasi, non ha luogo nemmeno la *Libertà*. E s' io dicessi, che non dobbiamo essere solleciti della moralità di queste azioni; direi ciò che dicono i più.

XLIII. Io noto però in secondo luogo, che non tutte le azioni volute per un motivo prevalente che esclude ogni deliberazione debbono escludersi dal numero delle azioni morali. E ciò riuscirà chiarissimo a chiunque sappia, che per la moralità delle azioni non richiedesi la *Libertà prossima*, ma basta sol la *rimota*. Giacchè se io mi son posto da me medesimo in una necessità, a ragion mi s'imputa e la necessità stessa, che allor chiamasi *conseguente*, e l'azione ch'io so, tratto sì veramente da essa, ma in virtù d'un mio libero anterior volere. Egli dee dunque avvertirsi, che molte volte la deliberazione non ha luogo a motivo d'una previa libera scelta della volontà. Chi ha scelto un fine non può più deliberare s'egli abbia o no ad abbracciare l'unico mezzo che può ad esso condurlo. Ma s'egli era libero a scegliere il fine, e se ora pur resta libero a ritrattar la sua scelta; la stessa necessaria determinazione in favor del mezzo gli è a ragione imputabile.

XLIV. Ognuno sa quel celebre detto: *Chi delibera è già reo*. Or che vuol egli dir ciò? L'uomo onesto ha e dee avere una determinazione fermissima di non mai dipartirsi da' dettami dell'onestà. Poniamo dunque che ti venga proposto un delitto, e in premio d'esso una gran somma d'oro. Tu hai dell'oro un estremo bisogno: ma il delitto è manifesto, non può nascondersi, non può dissimularsi. Domando io: se tu sei veramente determinato in favore dell'onestà, puoi tu durante questa determinazione deliberare, se tu debba o no commettere il delitto ed accettar l'oro? No certamente. Se tu deliberi, tu sei già reo: cioè tu non eri innanzi alla tentazione determinato almen fortemente di menare a ogni costo una vita onesta. Dunque io rifiuto necessariamente il delitto e l'oro? Sì, necessariamente: ma d'una necessità che nasce da una tua libera determinazione anteriore, la qual sola ricercasi e basta perchè il tuo rifiuto sia degno di lode e di premio. E felice la necessità che ti sei formata d'essere un uomo dabbene! (V. ABITO). Del rimanente chi ha posto il maggior suo diletto nella virtù, è necessario che operi secondo la virtù: chi ha posto il maggior suo diletto nella lusinga de' sensi, è necessario che operi secondo la lusinga de' sensi: *Quod amplius nos delectat, secundum id operemur necesse est* (D. Aug. in Exposit. Ep. ad Gal. c.5.).

XLV. Io non mi dimentico però d'aver detto più sopra, che talvolta addiviene che, deliberando noi sopra qualche oggetto, nell'atto stesso della deliberazione viene dall'intelletto a togliersi l'equilibrio prima che la volontà abbia essa medesima scelto. Ecco dunque de' casi, ne' quali secondo me manca la *Libertà*, benchè la deliberazione abbia luogo. Ed oh, si dirà, quanto vengono con ciò a moltiplicarsi i nostri atti necessarj in confronto de' nostri atti liberi! Ma io rispondo in primo luogo, che questi atti necessarj non son di gran lunga tanti, quanti a prima vista potrebber parere. Ricordiamoci di quell'inganno per cui attribuiamo alla deliberazione l'atto d'accrescere o di sminuire volontariamente i motivi: il qual atto segue sempre la scelta (N.° XXX.). Con ciò solo il numero degli atti necessarj ci sembrerà molto minore. Io aggiungo di più che non è da dubitarsi che la massima parte de' nostri voleri non sia necessaria di quella necessità conseguente che poco fa abbiamo esposta (N.° XLIII.), e torno a ripetere che, scelto un fine, necessario è sempre abbracciare quel mezzo che ci si rappresenta come l'unico o come il migliore per ottenerlo. Or chi può dubitare che la massima parte de' nostri voleri non abbia per termine qualche mezzo opportuno a conseguire un fine, che già ci siamo prefisso?

XLVI. Vuol nondimeno riflettersi che le nostre determinazioni non sono irrevocabili. Avviene frequentemente che, dopo d'averci proposto un fine particolare, lo abbandoniamo. E non sempre perchè ci sia impossibile il conseguirlo.

Ma

Ma noi incontriamo delle difficoltà che noi non avevamo calcolate nella deliberazione, in cui lo avevamo eletto. Basta che il mezzo, che dovremmo abbracciare, ci costi il sacrifizio d' una passione ugualmente cara che quel fine medesimo. Egli è ben vero che, mantenendo la determinazione in favor del fine, noi non potremmo deliberare sul mezzo: ma vero è altresì che la deliberazione in tal caso risale fino allo stesso fine già eletto: e se ciò che costa l' ottenerlo contrabbilancia il bene che da esso ci promettiamo; ecco di nuovo un equilibrio, che ci rimette in *libertà* intorno al mezzo, perchè ci rimette in *libertà* intorno al fine.

XLVII. Io ho detto bensì, che, chi ha posto il maggior suo diletto nella virtù, è necessario che operi secondo la virtù. Ma io debbo dire altresì, che pur troppo le passioni assai volte e la ribelle concupiscenza agitano l'uomo in maniera che gli fan dubitare s'egli abbia poi posto a ragione nella virtù il suo diletto. Io ho detto del pari, che, chi ha posto il maggior suo diletto nella lusinga de' sensi, è necessario che operi secondo la lusinga de' sensi. Ma io debbo aggiugner del pari, che i salutari rimorsi e l' inquieta coscienza richiamano l' uomo ad esaminare di nuovo, se egli dovesse poi collocare nella lusinga de' sensi il suo fine. Ecco dunque una nuova deliberazione, un nuovo equilibrio. Così e le passioni e i rimorsi spesse volte rimettonci in *libertà*: con cattivo effetto le prime, con buono i secondi.

XLVIII. Io confesso però che tutto il detto fin quì non è sufficiente ancora ad assicurare come si dee la moralità delle azioni. Resta sempre vero, che una prima determinazione può trarne seco necessariamente mill'altre; e chi può dire dopo quante azioni ora buone ora ree fatte in vigore di essa, o le passioni o i rimorsi mi condurranno a deliberarne? Or se per avventura questa prima determinazione non fu fatta nello stato dell' equilibrio, chiaro è che tutte le azioni che ne seguirono sono state necessarie d' una vera necessità antecedente. Ma chi può assicurare che quella prima determinazione, che forse va fin presso all' infanzia, sia veramente frutto d'una scelta libera? Anzi chi considererà o la forza dell' educazione o più ancora quella delle passioni, inchinerà facilmente a credere che nel bivio d' Ercole l' equilibrio abbia luogo assai rare volte. Così contenendo questa prima volontà la ragion sufficiente di tutte le altre, noi avremo nel fanciullo, e poi nel giovine, nell'uomo, e forse nel vecchio una serie di atti o conformi alla legge, o difformi da essa; che non potran tuttavia dirsi buoni nè rei moralmente.

XLIX. La difficoltà merita di essere esaminata con diligenza. A farlo pertanto io rifletto, come quel primo equilibrio può essere tolto o dalla *ignoranza*, o dalle *passioni*, o dalla *verità* che presentata da una buona educazione in tutto il suo lume non trova in quelle anime nuove nè passione nè pregiudizio che ne possa sospender l' effetto. Tutti e tre questi casi, ne' quali è in pericolo la *Libertà* e della prima determinazione e delle altre che poi ne seguono, vogliono esaminarsi distintamente. Non v' ha bisogno ch' io avverta, che ciò, ch' io dico più particolarmente di questa prima determinazione, vuol applicarsi del pari a tutte le altre che non traggon l' origine da un' anterior volontà. Se può mancar l' equilibrio in alcuna d'esse, non mancherà certamente che per alcuna delle accennate ragioni.

L. Or prima quanto all' ignoranza. Un' azione contraria alla legge mi si presenta come utile e dilettevole. S' io sapessi ch' essa è un' azion rea, l' amore dell' onestà contrabbilancerebbe almeno l' utilità e il diletto propostomi. Ma una piena ed invincibile ignoranza della legge che la proibisce, sia naturale sia positiva, mi toglie di conoscerne la reità. Così l' utilità o il diletto, non essendovi per l' altra parte il contrappeso della legge, prepondera; ed io necessariamente mi

mi piego da quella parte. Quì è chiaro che l'ignoranza quella e che toglie l'equilibrio e la *Libertà*. Ma ognuno sa che l'ignoranza invincibile scusa dal peccato. Così quest'azione benchè proibita, e forse rea ancora in se stessa, non sarà però rea moralmente nè imputabile a vera colpa.

LI. Lo stesso effetto, quanto a togliere l'equilibrio, farà in vero ancora l'ignoranza colpevole. Ma come questa ignoranza appunto è colpevole, perche è libera; così la stessa determinazione, che segue da essa, viene ad essere libera di quella rimota *Libertà* che noi abbiamo considerato (V. tutto ciò più distesamente all' Art. IGNORANZA). Quandó dunque l'equilibrio venga tolto da un' ignoranza che non dipende da noi, dee veramente confessarsi secondo la dottrina cattolica che l'azione in quello stato voluta non è per verun modo nè libera nè morale. Allo stesso modo dee discorrersi di tutta la catena di cui quella fu il primo anello, e che da essa necessariamente discende. Sinchè l'ignoranza non può superarsi, le azioni saranno innocenti: ma se questa vengasi a diradare, e dia luogo alla cognizion della legge; allora questa nuova luce rimetterà l'equilibrio, almeno in quanto toglievalo l'ignoranza.

LII. Non così agevole è lo spiegare la cosa in ordine alle passioni (V. PASSIONE). Perchè quanto par certo che le passioni possano alterar l'equilibrio, altrettanto è chiaro, che queste almeno comunemente non escusano dal peccato. Io dico che non escusano almeno comunemente. Perchè se la forza della passione sia tanto impetuosa, che levi affatto la facoltà di deliberare, allor la passione, se per mia colpa non è arrivata a quel segno, mi scuserà in realtà dal peccato. Ma questi son casi rari. Giacchè ancor quando la passione è assai vigorosa, gli uomini non pertanto hanno d'ordinario la facoltà di deliberare. Or il fondato timore può essere, che nell'atto stesso della deliberazione l'equilibrio sia tolto, non dalla volontà, ma dalla passione. Nel qual caso l'azione secondo noi non è libera: eppur niuno dirà che un'azione contraria per l'una parte alla legge, preceduta per l'altra dalla deliberazione, non sia rea moralmente.

LIII. Se noi dunque vogliamo salvare la moralità e la *Libertà*, noi siamo costretti a negare che le passioni senza un previo influsso, almeno rimoto, della volontà tolgano mai l'equilibrio dell'intelletto. E noi lo negheremo animosamente. Chi ne citasse al senso intimo non potrebbe certamente guadagnar nulla. Noi abbiam fatto vedere che in tal proposito il senso intimo c'inganna assai facilmente (N.° XXX. e XXXI.). Niuno dunque potrà provare che la passione influisca indipendentemente dal a volontà nel giudizio dell'intelletto in modo che ne alteri l'equilibrio. Ma il punto è troppo importante. Io non sarei contento che non si potesse provar ciò ch'io nego, se non potessi provare io stesso l'opposto.

LIV. Io voglio concedere, che, se noi attendiamo le sole forze della natura, la concupiscenza sfrenata potrebbe qualche volta disporci così, che ci comparisse veramente prevalente il motivo che portaci al male. Un lusinghiero oggetto fa una lusinghiera impressione ne' sensi, e a questa corrisponde un'idea sensibile che sarà talvolta sì vivace e sì forte, che mal reggerà al confronto la intellettuale nozione del bene che è il privarsi d'un diletto non lecito. Or su dunque: sia pur tale la forza dell'idea ravvivata dalla concupiscenza, che la bilancia non solo inchini, ma preponderi da quella parte. A impedir che ciò accada, che farebbe egli mai necessario? Sarebbe necessario ravvivare del pari le idee che formano l'altro termine della contraddizione. Or questo è ciò che fa la grazia medicinale di Gesucristo, grazia necessaria a trionfare della concupiscenza ribelle, e che a niuno non manca mai nè de' fedeli nè degl'infedeli (V. GRAZIA).

LV.

LV. La Grazia (già intendesi sempre l'attuale e la preveniente) secondo la Teologia consiste in certi movimenti indeliberati che chiamansi istinti dello Spirito Santo, come appunto in certi movimenti indeliberati consiste la concupiscenza (V. CONCUPISCENZA). Or se questi movimenti della concupiscenza, ravvivando l'idea del diletto sensibile, accrescono il peso dell'un motivo; i movimenti della grazia, ravvivando l'idea del bene intelligibile, rinforzano il peso dell'altro. Perchè la grazia attuale non è solo un' interna inspirazione alla volontà, ma eziandio un' interna illustrazione dell' intelletto. Anzi, come dopo i migliori Teologi nota il P. de Rubeis (*De pecc. orig. cap. 50. n. 3.*), la grazia preveniente non ha altra forza di muovere la volontà al consenso se non indiretta e per parte dell' oggetto. Ecco dunque come la grazia contrabbilancia la concupiscenza, tanto aggiugnendo di forza alla rappresentazione del bene che è l'astenersi dal mal morale, quanto la concupiscenza ne aggiunge alla rappresentazione del bene che è l' attenersi al piacer sensibile. Questo è forse ciò che ne insegna l'Apostolo quando scrive (1. Cor. 10. 13.): *Fidelis autem Deus est, qui non patietur vos tentari supra id quod potestis, sed faciet etiam cum tentatione proventum ut possitis sustinere*. Così l'equilibrio, che non sarebbe sempre mantenuto dalla ragione abbandonata a se sola, vien preservato per opera della grazia.

LVI. Due sole difficoltà, ch' io ho già prevenute, potrebbon farsi contro a questa dottrina. La prima è, che dunque la *Libertà* naturale non basta ad osservare la legge solo ancor naturale, e però a schivare tutti i peccati. La seconda, che, se ad alcuno manca la grazia per iscansare un peccato, costui propriamente, se lo commette, non può dirsene reo moralmente. Or quanto alla prima, la conseguenza è verissima, ma essa è appunto interamente conforme alla dottrina cattolica: *Si quis dixerit, ad hoc solum divinam gratiam per Christum Jesum dari, ut facilius homo juste vivere ac vitam æternam promereri possit: quasi vero per liberum arbitrium sine gratia utrumque sed ægre tamen ac difficulter possit; anathema sit* (Conc. Trid. Sess. 6. Can. 2.).

LVII. Due cose vengonci insegnate da questo Canone. L'una è, che l' uomo senza la grazia non può in verun conto far opere meritorie di vita eterna. Ma questa non fa al nostro proposito, non riguardando la sustanza dell' azioni, ma un modo di esse o sia la loro soprannaturalità teologica e rigorosa. L'altra è, che l'uomo senza la grazia non può in verun conto vivere giustamente. E questa riguarda la sustanza medesima delle azioni. Or a vivere giustamente richiedesi appunto l' osservare tutti i precetti, almeno della natura, e lo schivare tutti i peccati. Se dunque l'uomo col solo libero arbitrio senza la grazia non può nemmeno con difficoltà e con istento vivere giustamente, egli non può nemmeno con difficoltà e con istento osservare tutti i naturali precetti e schivare tutti i peccati. Egli potrà schivarne uno e molti, perchè, sin a tanto che le passioni non turbano l'equilibrio, egli può scegliere indifferentemente di commetterli o d' astenersene. Ma egli non potrà sempre schivarli tutti: perchè verrà finalmente quel caso in cui la concupiscenza, prevenendo la volontà, farà prevalere l' idea del diletto; e la volontà, se la grazia non rimetterà l' equilibrio, dovrà cedere alla prepotente forza del peso maggiore.

LVIII. Gioverà quì il riflettere, che la insufficienza della *Libertà* naturale a schivare tutti i peccati, che noi dobbiam credere nello stato della natura *caduta*, ammettesi da' Teologi nello stato della natura *pura*, escludesi dallo stato della natura *integra*. Ciò accordasi ottimamente co' nostri principj. Nello stato della natura pura la concupiscenza potrebbe prevenire la volontà non meno che nel presente: nello stato della natu-

ra

ra integra essa le sarebbe pienamente soggetta. Nel primo dunque, e non nel secondo, essa può co'suoi movimenti indeliberati turbar l'equilibrio: e però nel primo, non nel secondo, son necessarj i movimenti indeliberati della grazia per conservarlo. Questa grazia però nello stato della natura pura sarebbe d'un ordine naturale e proporzionata ad un fin naturale. Ma di ciò più lungamente a suo luogo (V. NATURA PURA, INTEGRA, ec.). Or quanto allo stato presente teniamo pur per fermo, che ad equilibrare la forza delle passioni è assolutamente necessaria la forza della grazia divina.

LIX. Non è però da temere che questa sì grande necessità della grazia pregiudichi punto alla *Libertà*, perchè Dio è sempre in pronto a somministrarcela nel bisogno. Questo è ciò ch'insegna il Concilio Senonese tenuto in Parigi l'anno 1528. nel Decreto decimoquinto: *Neque tamen tanta gratiæ necessitas libero præjudicat arbitrio, cum illa semper sit in promptu*. Il che dee intendersi più particolarmente di que' casi, in cui appunto per la violenza della passione l'equilibrio necessario alla *Libertà* verrebbe a mancare. Così verissima è la sentenza d'Orosio: *Evidentissime declaratum est, nemini hominum deesse Dei adjutorium, præsertim quum & seductor insistat, & insit infirmitas* (Oros. Lib. apol. de arbitrii libertate. Bibl. Patr. T. VI. Edit. Lugd. an. 1677. p. 454. C.).

LX. Dal fin qui detto rimane sciolta ancor la seconda difficoltà; perchè l'ipotesi, che indipendentemente da un'anterior volontà manchi la grazia necessaria a schivare il peccato, non può mai aver luogo. Vero è dunque che in tal caso l'uomo non sarebbe reo moralmente. *Quis enim peccat in eo quod nullo modo caveri potest?* Ma siegue S. Agostino, di cui sono queste parole: *Peccatur autem. Caveri igitur potest, sed opitulante illo qui non potest falli* (Aug. Lib. 3. de lib. arb. cap. 18. n. 50., & Lib. de nat. & grat. cap. 67. n. 80.). Potrebbe tuttavia mancare la grazia necessaria a mantener l'equilibrio, quando la preponderazione per la parte del male fosse frutto d'un'anterior volontà. Allora l'uomo, possa o non possa schivare l'azione contraria alla legge, se la commette, è tuttavia reo: *Peccatum est . . . . . sive hoc voluntate vitari possit, sive non possit: quia si potest, præsens voluntas hoc facit; si autem non potest, præterita voluntas hoc fecit*. Così di nuovo S. Agostino (Lib. de perf. just. cap. 6. n. 15.).

LXI. Conchiudiamo pertanto, che, qualunque sia la forza delle passioni, la *Libertà* resterà sempre illesa; perchè la grazia sempre che faccia d'uopo preserverà l'equilibrio in maniera che il peso del diletto sensibile non prevarrà mai. E ciò, che dicesi della forza delle passioni, vuolsi intendere di qualunque altra forza indipendente dalla nostra volontà; anzi ancora dalla forza dell'abito, se l'abito sia contratto volontariamente sì, ma senza malizia, come potrebbe accadere nello stato dell'ignoranza invincibile. Così noi siamo sicuri di non essere mai necessitati a commettere il mal morale. Ma può nondimeno restar qualche dubbio che siamo necessitati a schivarlo. Questa necessità può nascere dalla forza della verità presentata da una buona educazione in tutto il suo lume (V. EDUCAZIONE). La quale è l'ultima delle tre cagioni che posson togliere l'equilibrio, ch'io mi son proposto di esaminare.

LXII. E come potrei io assicurare ch'essa non tolgalo mai? Se la grazia ravviva l'idee, dalle quali risulta il motivo che inclinaci a schivare il male; diremo noi ch'essa, per lasciarci il merito di schivarlo, ravvivi del pari le idee che ad esso c'inclinano? No certamente. Fa ben quest'ufizio più volte la concupiscenza: ma essa non è, a dir così, tanto puntuale per la sua parte, quanto la graaia è per la sua. Noi dunque non assicureremo mai che l'uomo possa sempre determinarsi a scegliere il male? Ma qual necessità v'ha di assicurarlo? Il poter eleggere il male è una imperfezione della natura che nasce della limitazio-

ne

ne del nostro intelletto. Ma questa imperfezione non è tanto essenziale alla spezie umana che ciascun individuo debba esservi in tutti i tempi soggetto. Io concederò dunque ben volentieri, che v'ha alcune anime fortunate, rare pur troppo, ma pure alcune, le quali mercè della buona educazione e della grazia singolarmente, hanno sì ben conosciuto i pregj della virtù e l'orrore del vizio, che non son libere per nessun modo a volere un'azione rea moralmente. Narrasi d'una Vergine illustre, ch'ella riputava impossibile che un uomo commettesse un peccato mortale. Io son persuasissimo, ch'ella, come tutti sogliamo fare, misurasse gli altri uomini da se medesima, e poichè il peccato era impossibile a lei d'impossibilità conseguente, impossibile agli altri pure lo giudicasse.

LXIII. Nè già alcuno creda che la *Libertà* al male sia necessaria al merito. Chi ha meritato più di Cristo? Eppur tutti sanno che Cristo non poteva peccare. La volontà umana di lui era necessariamente determinata al bene morale, come la nostra è necessariamente determinata al bene in universale. Ma nondimeno le operazioni umane di Cristo poteron avere ed ebbero una vera ragion di merito. E perchè? perchè restavagli la *Libertà* non solo di scegliere o l'uno o l'altro tra due beni uguali, ma ancora di scegliere qualunque grado di perfezione tra più disuguali: *Libertà* che abbiamo veduto essere stata in Dio medesimo nella creazione. La *Libertà* di Cristo non era dunque fondata su un equilibrio nato da parallelismo tra il bene e il male, ma fu un equilibrio nato or da parallelismo tra due beni uguali, or da serie infinita tra il ben maggiore e minore. E questa *Libertà* era in lui tanto più perfetta, quanto più illuminato erane l'intelletto, e quanto più termini della serie poteva distintamente comprendere. Qualunque però di questi termini egli scegliesse, le azioni di lui erano tutte di un merito infinito, perchè erano azioni d'una Persona divina, il che a tutte una dignità infinita comunicava.

LXIV. Se dunque Cristo, benchè non potè peccare, pur potè meritare, chi potrebbe asserire che alla *Libertà* necessaria al merito si ricerchi il potere di eleggere il mal morale? Questo esempio basta certamente a decidere la quistione. Nondimeno a maggior chiarezza aggiungo, che il merito non consiste nel non peccare, ma sì nell'esercitar la virtù. Così per esempio chi astiensi dalla vendetta, a cui sentesi gagliardamente portato, non merita in quanto non commette una colpa, ma in quanto per astenersene esercita più virtù; la fortezza per esempio, la giustizia, la carità. Del resto se il non peccare non importa l'esercizio di qualche virtù, questo non è che un merito negativo, o piuttosto la negazion di un demerito. Or chi dirà che non possansi liberamente esercitar le virtù, se non da chi può darsi a' vizj contrarj? Basta riflettere che all'atto virtuoso non solo opponesi il vizioso come contrario, ma ancora la negazione dell'atto come contraddittorio: e che di più gli atti virtuosi non hanno una perfezione indivisibile, ma anzi tanto varia, che, di mille che facciano per esempio la stessissima pia opera comandata, non vi saran forse due che la facciano con ugual perfezione. Così dove pure non salvasi la *Libertà* per l'equilibrio nato dall'uguaglianza de' termini, salvasi per l'equilibrio nato dalla mancanza del limite nella serie de' termini disuguali.

LXV. Or tempo è di ripigliare il già detto. Altra è la *Libertà* dell'esecuzione, altra è la *Libertà* dell'esercizio. A quella opponesi la violenza, a questa la necessità. La *Libertà* dell'esercizio è dunque il potere di scegliere. Questo potere suppone nell'intelletto una perfetta indifferenza d'equilibrio. Noi siam costretti ad ammettere una tale indifferenza in Dio, e a riconoscere dalle opere stesse di lui, che un essere intelligibile può in tale stato determinarsi. L'equilibrio

brio non ristringesi alla sola uguaglianza dei termini, ma ha luogo ancora ne' termini disuguali, quando essi formino una serie infinita. Fuori dell'equilibrio v'ha sempre un motivo prevalente che necessita la volontà. Ma i due casi dell'equilibrio, in cui spesso ci ritroviamo, bastano a salvare la *Libertà* necessaria alla moralità delle azioni, quando ad assicurare che le passioni non lo distruggano chiamisi in soccorso la grazia. Se noi abbiamo dimostrato tutto ciò, come crediamo di poter lusingarci, null'altro può richiedersi da quest'Articolo.

APPEN-

APPENDICE

DELLA NATURA DELLA GRAZIA EFFICACE, E DELLA CONCORDIA DI ESSA COLLA LIBERTA' DELL' UMANO VOLERE.

L'Articolo LIBERTA' può forse destare in qualche Teologo la curiosità di sapere ciò che io pensi intorno alla natura della Grazia efficace, e come io m'argomenti di conciliarla colla Libertà dell'umano volere. Non voglio però differir d'appagarlo, finchè io pubblichi a suo luogo nella Enciclopedia l'Articolo GRAZIA; ma propongo subito alcuni miei pensieri su questa intralciata quistion teologica. Questi formano un'Appendice all'Articolo LIBERTA', e lo suppongono.

I. Gli Scolastici, a' quali non può negarsi la lode di divisori sottili, in più guise dividono la Grazia attuale. Le principali divisioni son queste. Grazia preveniente, e grazia cooperante: grazia d'intelletto, e grazia di volontà: grazia sufficiente, e grazia efficace. Così la grazia attuale può considerarsi sotto sei aspetti diversi. Sotto due diversi aspetti eziandio si considera l'atto in ordine a cui è data la grazia. Perchè si considera l'essenza stessa o la sustanza dell'atto, e se ne considera il modo o la soprannaturalità. Quindi si distinguono due necessità della grazia: *necessità alla sustanza dell'atto*, *necessità alla soprannaturalità dell'atto*. Intorno a ciò *V. D. Th 1. 2. quaest. 109 art. 4. in c.*

II. Nondimeno dopo tante distinzioni avviene frequentemente, che i Teologi non s'intendan tra loro, e non intendano i Padri antichi. Il che io penso che nasca principalmente da due cagioni. Prima perchè gli Scolastici per contraddistinguere una spezie di grazia hanno usato vocaboli, che presso gli antichi furon comuni a quella stessa contro cui la dividono. Seconda perchè essi hanno bensì fatto con molta esattezza queste divisioni ne' lor prolegomeni, ma nel corpo del trattato le hanno poi spesso dimenticate. Tentiamo di scoprir questi *errori*, e, ciò che importa più, di fuggirli. Questo potrà esserci di gran vantaggio: perchè in molte quistioni accade che, determinato il senso delle parole, la natura delle cose sia lucidissima.

III. Esempio del primo errore o piuttosto del primo equivoco sia il vocabolo *preveniente*. Per grazia preveniente i moderni Teologi null'altro intendono che que' moti indeliberati inclinanti al bene che nascono dentro di noi per opera dello Spirito Santo indipendentemente dalla nostra volontà. Questi sono una cosa del tutto distinta dal concorso soprannaturale con cui lo Spirito Santo concorre simultaneamente a' nostri atti buoni. I primi prevengono ogni atto della volontà, ed eccitano la volontà stessa a volere. Il secondo accompagna l'atto della volontà ed opera insieme con lei. E però appunto quelli si chiamano grazia *preveniente* o *eccitante*; questo grazia *cooperante concomitante* e ancor *susseguente*.

IV. Io non nego nè che la divisione sia ragionevole, nè che i vocaboli sieno bene adattati. Dico solo che Santo Agostino ha usato la voce *prevenire* in tutt'altro senso. Perchè Santo Agostino per grazia *preveniente* null'altro intende se non una grazia, che non è data in premio di verun merito antecedente, ma previene essa medesima ed antecede ogni merito. Io ho raccolti forse tutti i luoghi, in cui il santo Dottore adatta

alla grazia il vocabolo *prevenire*. Di tutti ho esaminato diligentemente lo scopo e il contesto: e credo di potere asserir francamente che nemmeno una volta il dottissimo Vescovo usa quello vocabolo nel senso moderno, ma sempre in quello ch'io ho esposto or ora. Chiarissimo fra gli altri è un luogo della Epistola *ad Vitalem* (Ep.117. al. 107. cap.7. n.8.) dov'egli afferma, *Deum prævenire in hominibus bonarum merita voluntatum: ita ut voluntas per gratiam præparetur, non ut gratia merito voluntatis antecedente donetur*. Vedi ancora, se vuoi, *E chirid. c.*32., *De Nat. & Grat. cap.*31. *apud Er.*32., *Contra duas epist. Pelag. lib.*2. *cap.*9. *n.*21., e prima *cap.*8. *n.*17., *cap.*6. *n.*4., e *lib.*4. *cap.*6. *n.*13., *De gestis Pelag. cap.*14. *n.*34., *Epist.*214. *ad Valent. n.* 4., *Ep. Prosperi inter Aug.*225. *n.*3. 4.5.6., *De prædest. Sanctor. cap.*3. *n.*7., *&c.*

V. Ma a che serve appuntar questo equivoco? Serve a indicare che non tutto ciò che dee avverarsi della grazia *preveniente* di Santo Agostino, dee avverarsi del pari della grazia *preveniente* degli Scolastici: mentre la grazia *preveniente* nel senso di lui abbraccia ancora la grazia *cooperante* nel senso di questi: e però alla nostra grazia *cooperante* possono appartener molte cose, ch'egli a ragione asserisce della sua *preveniente*. Ora l'osservar ciò erami necessario a preparare lo scioglimento di molti viluppi. Conchiudo questa osservazione coll'accennare che il Concilio di Trento nel terzo Canone della sesta Sessione usa il termine *preveniente* nel senso di Santo Agostino. Se ciò non fosse, senza incorrer l'anatema fulminato da questo Canone potrebbe dirsi, che senza la grazia cooperante l'uomo può credere sperare amare e pentirsi come conviene a conseguire la grazia della giustificazione. Eppure il dir questo sarebbe eresia condannata da questo Canone. Oltre che il Concilio stesso nel Capo 5. così spiega le parole *præveniente gratia*: *Hoc est ab eius vocatione, qua, nullis eorum existentibus meritis, vocantur*

VI. Tolto così ogni equivoco, io m'adatterò volentieri nel mio discorso al linguaggio del nostro secolo, come penso che debba fare chiunque voglia facilmente essere inteso. Chiamerò dunque grazia *preveniente* i moti indeliberati inclinanti al bene: chiamerò grazia *cooperante* il soprannaturale concorso. Ho già detto che non disapprovo nè i vocaboli nè la divisione: e debbo anzi aggiugnere che la divisione mi piace; ch'io la credo la chiave di quella disputa: e che riprendo i Teologi non di averla fatta, ma di averla dimenticata. Questo è in fatti il secondo errore, che da principio io notava. Vediamo di questo pur qualche esempio.

VII. Quando cercasi, se la grazia attuale operi immediatamente sulla volontà, o solo mediatamente e per parte dell'intelletto; e quando rispondesi concordemente che la grazia attuale opera ancora immediatamente sulla volontà: la distinzione di preveniente e di cooperante è del tutto dimenticata. Resta però che prendasi la risposta per generale: e questa supposizione, sempre più confermata dall'equivoca voce di S. Agostino, farà che si dica che ancora la grazia *preveniente* tocca e dispone immediatamente la volontà. Conoscesi per l'altra parte, che, come indiretta e per parte dell'oggetto è l'azione sulla volontà dei moti indeliberati della concupiscenza; così indiretta e per parte dell'oggetto, ch'è quanto a dire mediata, debb'essere l'azione de' moti indeliberati della grazia. Che altro dunque rimane ad un valentuomo se non che si contraddica nello stesso periodo e dica per esempio così? *Tametsi habeant illi* (*ut obiter admoneam*) *quod ipsam IMMEDIATE afficiant ac bene disponant & inclinent voluntatem ad salutare bonum*; *non attamen ad liberum deliberatumque consensum eamdem voluntatem pertrabunt nisi INDIRECTE*. Così leggesi in un eccellente Trattato teologico (*cap.*50. *n.*3.). In realtà però non son questi moti indeliberati, ma è il soprannaturale concorso

corso, che immediatamente ajuta la volontà: e niuna volontà ragionevole può essere da altri mossa e disposta al bene, se non indirettamente, e per parte dell'intelletto. Conveniva dunque che i Teologi ricordevoli della prima divisione l'adattassero alla seconda, e dicessero che la grazia preveniente riguarda immediatamente l'intelletto, e solo mediatamente la volontà: ma la grazia cooperante immediatamente riguarda la volontà, mentre operando con lei le dà una forza superiore affatto alla sua propria natura.

VIII. Parimente quando dividesi la grazia attuale in *sufficiente* e *efficace*, non avvertesi punto, se questa divisione cada dirò così sul tronco o su' rami. Intanto, come i rami conservano il nome di grazia, è assai facile intendere che a questi riferiscasi la divisione novella. Eppure la grazia cooperante è sempre efficace; e però su d'essa la divisione non può cadere. Ma sarebbe egli lecito il sospettare che questa divisione non debba propriamente cadere nemmen sulla preveniente? e che però, come la cooperante di sua natura è sempre efficace, così la preveniente di sua natura, almen d'ordinario, non fosse che sufficiente? Io so che gli Scolastici comunemente non la intendon così. Ma non potrebbe essere questo pure un effetto della ripresa dimenticanza? Io non voglio intorno a ciò asserire precipitosamente cosa veruna: domando solo che mi sia lecito per modo, dirò così, di sospetto di divider per ora la grazia così: che la grazia d'intelletto sia la sola preveniente, e la sola di sua natura sol sufficiente; e la grazia di volontà sia la sola cooperante, e la sola di sua natura sempre efficace.

IX. Per efficace di sua natura, intendo una grazia, che, attesa la sua natura, infallibilmente è congiunta coll'effetto, di cui non può essere dalla volontà umana frustrata. Per sufficiente di sua natura, intendo una grazia, che, attesa la sua natura, può coll'effetto esser e non esser congiunta, e a cui però la volontà umana può sempre resister se vuole, e spesso resiste. Or che la grazia cooperante sia di sua natura *infrustrabile*, niuno può dubitarne. Perchè Dio non coopera, se non quando l'uomo opera; e quando l'uomo opera, la grazia certamente non è senza effetto. Niuno del pari può dubitare che la grazia preveniente molte volte sia sol sufficiente. Ma la divisione, che per ipotesi abbiamo introdotto, porta che la grazia preveniente sia sol sufficiente non molto volte, ma sempre. Sempre, io dico, senza comprender però qualche straordinario caso, che non dee aver luogo nella divisione della grazia ordinaria, e di cui in seguito parlerò.

X. Or se la grazia attuale ordinaria si dovesse divider così, non vi sarebbe già più veruna difficoltà a conciliarla colla libertà dell'umano volere. Perchè in quale delle due specie di grazia può mai incontrarsi questa difficoltà? Non nella sufficiente: perchè noi abbiamo veduto (Art. Liberta' N.° LV.) che la grazia sufficiente non fa altro che preservare o restituir l'equilibrio alterato dalla concupiscenza: e però questa dà, non toglie, la libertà. Non nella efficace: perchè questa non previene la scelta della volontà, ma sol l'accompagna: e niuna forza può nuocere alla libertà della scelta, se non previen questa scelta. Se dunque questa divisione per avventura potesse ammettersi, la concordia della libertà colla grazia attuale ordinaria o sia sufficiente, o sia efficace e *infrustrabile*, sarebbe posta nella maggiore chiarezza. Ma seguitiamo ad esaminare le diffinizioni degli Scolastici, delle quali non ce ne rimane più che una sola.

XI. Questa cade sulla doppia necessità della grazia: necessità alla sostanza delle azioni, e necessità al modo o alla rigorosa teologica soprannaturalità delle azioni. Noi abbiamo accennato già questa distinzione nell'Articolo Liberta' (N.° LVII.). Ma io vorrei che questa pur si adattasse alle divisioni già fatte: e che si esponesse chiaramente quale specie di grazia

sia

sia necessaria alla sustanza dell'azione, quale alla soprannaturalità rigorosa di essa. Chi ha bene inteso il detto sin qui, non aspetterà ch'io gli dica che la grazia preveniente è necessaria alla sustanza; e la grazia cooperante è necessaria alla soprannaturalità delle azioni. Egli vedrà da se che questa sola divisione d'uñcj mancava a render compiuta la nostra ipotesi. Giacchè questa non è, almen finora, che mera ipotesi. Proviam nondimeno, se per essa ci venissero sciolte alcune gravi difficoltà.

XII. Due qui ne trascelgo, che nascono amendue dalla incontrastabile verità di alcune Proposizioni che pajono contraddittorie. Eccone il primo pajo. Prima Proposizione: E infallibile che la sola grazia sufficiente dà una vera potenza a far l'atto buono. Seconda Proposizione: E' infallibile che colla sola grazia sufficiente niun uomo farà mai l'atto buono. Queste due Proposizioni, io dico, pajono contraddittorie. Perchè qual nuovo genere di potenza è mai questo, di cui si può assicurare che infallibilmente non si ridurrà mai all'atto, benchè infallibilmente possa sempre ridurvisi? Io so, che una scienza de' condizionati, distinta dalla visione e dalla semplice intelligenza, può levar d'imbarazzo. Ma io son convinto che questa scienza è impossibile; e l'argomento, che mi convince, è a mio credere una dimostrazion rigorosa. Questo non è il luogo d'esporlo: tanto più ch'io son più sollecito d'edificare che di distruggere: quantunque il distruggere è certamente impresa più facile.

XIII. Comunque sia, nell'ipotesi, ch'io ho già esposta, le due Proposizioni si conciliano a meraviglia. Perchè nella prima per atto buono intendesi l'atto quanto alla sola sostanza: nella seconda quanto alla soprannaturalità. Tolta dunque ogni ambiguità di parole la prima Proposizione equivale a questa: E' infallibile, che la sola grazia sufficiente dà una vera potenza a fuggire qualunque peccato e ad adempire qualunque precetto. In fatti a questo unicamente riducesi quanto dalle definizioni della Chiesa raccogliesi intorno alla sufficienza di questa grazia. La seconda poi equivale a quest'altra: E' infallibile che colla sola grazia sufficiente niun uomo farà mai un atto rigorosamente soprannaturale e meritorio di vita eterna. In fatti come potrebbe egli farlo senza la grazia *cooperante* che sola rende capace la volontà di operare in quello soprannatural modo? Credo che non sia necessario avvertire, che, intese così queste due Proposizioni, ogni apparenza di contraddizione dileguasi. Giacchè facilmente intendesi come possa avvenire (e in ogni sistema avviene assai spesso) che un uomo fugga un peccato e adempia un precetto, senza però che l'atto, con cui o lo fugge o lo adempie, sia rigorosamente soprannaturale e meritorio di vita eterna.

XIV. Veniamo ad un altro pajo o piuttosto ternario di proposizioni difficili a combinarsi. L'uomo può esser certo, per quell'intima certezza che ognuno ha de' suoi atti, di amar Dio sopra tutte le cose. L'amor di Dio sopra tutte le cose giustifica. Chiara è la conseguenza che nasce da queste premesse. Intanto ecco una terza proposizione ugualmente vera: L'uomo non può esser certo di esser giustificato. Il Cardinale Gaetano (*In* 1. 2. *q.* 112. *art.* 5.) dice che questa sperimentale notizia non basta *ad certe sciendum nos habere gratiam* (justificantem), *propter similitudinem actuum in gratia & extra gratiam ex naturalibus provenientium*. Ma non tutti converranno sì facilmente, che nello stato della natura caduta si possa amar Dio sopra tutte le cose colla sola forza della natura. E questo non è certamente uno de' più facili atti. Poco mancò per altro che il Gaetano non dicesse *propter similitudinem actuum cum gratia cooperante, & sine gratia cooperante, vel ex sola præveniente, vel etiam ex naturalibus provenientium*.

XV. Tal è la risposta che noi dobbiamo dare secondo la nostra ipotesi. Essa è chiara abbastanza, ma dichiariamola non-

nondimeno ancor più, e non temiam di ridire il già detto. La grazia preveniente è bensì una grazia soprannaturale, in quanto essa non è dovuta nè alla natura nè a' meriti naturali. Ma nondimeno com'essa non opera sulla volontà, se non indirettamente e per parte dell'oggetto, così non sublima la volontà al grado di soprannaturale potenza. Ufizio è questo della cooperante grazia, per cui operando Dio stesso insieme con noi ed in noi il nostro volere ed il nostro operare; una dignità ed un merito soprannaturale comunica alla potenza ed all'atto, con cui ed a cui soprannaturalmente concorre. Ma chi di noi, quantunque sia certo di amar Dio sopra tutte le cose, può del pari esser certo che a questo suo amore concorre la cooperante grazia divina? Niuno dunque potrà mai esser certo, che gli atti suoi sieno rigorosamente soprannaturali; e poichè i soli atti rigorosamente soprannaturali sono prossimamente ordinati alla giustificazione, niuno potrà mai esser certo di essere giustificato.

XVI. Parmi che a poco a poco la nostra ipotesi acquisti una qualche probabilità. Il che io dico, non tanto perchè da essa abbiamo avuto la soluzione di due nodi difficili, quanto perchè queste ultime riflessioni mi fanno credere, che essa più di qualunque conosciuto sistema sia favorevole alla *necessità* e alla *gratuità* della grazia. Quanto alla sufficiente: *Mea semper hæc est fidelis atque indubitata sententia: Deum adjutorium suum non solum in corpore suo quod est Ecclesia (cui specialia ob credentium fidem dona largitur) sed etiam universis in hoc mundo gentibus propter longanimem sui æternamque clementiam subministrare* (Orosius loco cit. p. 453. F.). La grazia sufficiente è a tutti somministrata: non come dovuta alla natura, non come renduta al merito naturale; ma solo come donata liberalmente per longanime misericordia in vista de' meriti di Gesucristo. Così per quanto comune essa sia, non resta però luogo a dubitare se sia perfettamente gratuita: e quanto alla stessa materiale sostanza delle buone azioni sia necessaria, io l'ho detto più volte e l'ho mostrato assai chiaramente nell'Art. LIBERTA' (N.° LIV. e segg.).

XVII. Ma la difficoltà non suol cadere sulla sufficiente: suol cadere sull'efficace. Di questa non so quanto felicemente si salvi dagli altri or la necessità or la gratuità. Ma nella mia ipotesi la grazia efficace è tanto necessaria, che, benchè io sia dotato di libertà, benchè io abbia la legge e l'esempio di Cristo, benchè io sia prevenuto dalla grazia sufficiente interiore, benchè io consenta a questa grazia e mi determini al bene, benchè io creda e speri ed ami e mi penta: pur nondimeno, se mancami la grazia efficace, è impossibile che io faccia un atto teologicamente buono, cioè soprannaturale e ordinato alla giustificazione e alla vita eterna: è impossibile ch'io creda e speri ed ami e mi penta *sicut oportet ut mihi justificationis gratia conferatur* (ex Can. 3. sess. 6. Trid.). Di nuovo, nella mia ipotesi la grazia efficace è tanto gratuita, che, benchè io acconsenta alla sufficiente, benchè io osservi tutti i divini precetti, benchè io mi conformi a tutti i divini consiglj, benchè io la chieda con incessanti preghiere: pur nondimeno Iddio giustissimo può negarmela sempre; e se me la concede, me la concede per sola misericordia, pe' meriti di Gesucristo, ma non pe' miei. Io son certissimo, che Santo Agostino non ha mai detto niente di più in favore della necessità e della gratuità della grazia: e che tra' Teologi seguaci de' tre famosi sistemi niuno ha mai detto tanto.

XVIII. Così io temo che mi si opponga, non ch'io detraggo alla grazia, ma ch'io le attribuisco anzi troppo. Ma troppo attribuisce alla grazia sol chi leva qualche cosa alla libertà. Io che levo alla libertà? Nulla per certo (V. sopra N.° X.). Perchè di qual grazia parliamo noi? Della grazia necessaria alla so-

soprannaturalità dell'atto. Resta dunque spedito e libero tutto il natural esercizio, tutta la naturale esecuzione dell'umano volere: il che solo ricercasi e basta alla pienezza della libertà umana. Del rimanente, come l'uomo è libero senza che il potere di lui si estenda ad azioni superiori all'umana natura nella sostanza; così egli è libero senza che questo potere si estenda ad azioni superiori all'umana natura nel modo.

XIX. Può nondimeno a prima vista parere che dalla gratuità della grazia intesa in un senso così rigoroso, come io la intendo, possa dedursi una conseguenza pericolosa. Eccola: Se Dio, si dirà, può sempre negare la grazia efficace ancora a chi sempre consente alla sufficiente, può dunque supporsi che un uomo abbia sempre consentito alla grazia sufficiente, e che Dio gli abbia sempre negato la grazia efficace. Costui dunque per l'una parte ha sempre adempiuto sustanzialmente tutti i precetti, nè mai ha commesso veruna colpa, almen grave:, e nondimeno per l'altra costui non è mai stato giustificato. Egli muore. Or che debb'esser di lui? Egli non entrerà nel regno de' Cieli: soprannatural premio renduto solo a' meriti soprannaturali. Egli non sarà dannato alle fiamme eterne: giustissima pena dovuta solo a' peccati attuali. Ma per gli adulti non v'ha nessuno stato medio tra questi due. (V. ORIGINALE PECCATO N.° XXX).

XX. Speciosa difficoltà! Ma ecco la vera risposta. Se altronde io non sapessi che per gli adulti non v'ha stato medio tra la beatitudine soprannaturale e le fiamme eterne; io ammetterei volentieri tutte le conseguenze che mi sono opposte; e direi, che la sorte di questo uomo sarà poco dissimile da quella de' bambini che muojono senza il Battesimo. Egli non potrebbe tuttavia lagnarsi di Dio, perchè Dio non gli negherebbe nulla di ciò ch'è dovuto alla sua natura ed alle sue azioni: negherebbegli solo ciò, che e l'esigenza della natura e il merito delle azioni oltre ogni misura supera e vince. Ma io so che per gli adulti non v'ha altro stato, se non Paradiso ed Inferno. La rivelazione su questo punto parla assai chiaramente. Or quella rivelazione che insegnami essa? Insegnami, Che Dio per sua infinita misericordia vuol dare il Paradiso per premio a tutti gli adulti che non han meritato l'Inferno per pena: e per conseguenza vuol darne loro anche il merito, ch'essi naturalmente non possono averne. Ma da ciò nasce un'altra evidentissima conseguenza: cioè, Che, benchè Dio possa negar sempre la grazia efficace ancora a chi sempre consente alla sufficiente, egli tuttavia non la negherà: ma a chi sempre ha consentito alla sufficiente, accorderà indubitatamente l'efficace almeno una volta prima ch'ei muoja: così esigendo la sua misericordiosissima disposizione di premiarlo col Paradiso, poichè non ha meritato l'Inferno. Non nasce dunque nessuna pericolosa conseguenza dalla gratuità della grazia per me stabilita.

XXI. Io debbo nondimeno dichiarare un po' meglio una Proposizione che ho ripetuto più volte. Ho detto, Che Dio può negare la grazia efficace a chi acconsente alla sufficiente. Ciò intendesi di chi non sia previamente giustificato. Quanto a' giusti, la grazia abituale dà loro un diritto che Dio soprannaturalmente cooperi a' loro atti buoni. Quindi è certo che tutte le opere buone di questi son meritorie di vita eterna. Io rifletto quì di passaggio, che qualunque grazia data alle anime che già son giuste non è per Santo Agostino *preveniente*, ma *susseguente*: perchè essa non previene in loro ogni merito, ma a qualche merito viene dopo. Essa è nondimeno *gratuita*: perchè questo merito è il frutto d'un'altra grazia che prevenne ogni merito. Così pe' cattivi dobbiamo pregare che la misericordia di Dio li prevenga, come prevenne ancor noi: per noi, se siam giusti, basterà che preghiamo che ci susségua: *Oramus autem pro inimicis nostris, ut misericordia*

dia Dei præveniat eos, sicut prævenit & nos: oramus autem pro nobis ut misericordia ejus subsequatur nos (Enchirid. cap. 32.).

XXII. A compimento di quanto si è detto sulla gratuità della grazia spieghiamo ancora il celebre testo dell' Apostolo (1. Cor.4. 7.) *Quis enim te discernit? Quid autem habes quod non accepisti? Si autem accepisti, quid gloriaris quasi non acceperis?* Distinguono comunemente i Teologi una *discrezione*, com'essi dicono, *in atto primo*, e una *discrezione in atto secondo*. Ma qui essi distinguono troppo. S. Agostino non ammette altra *discrezione* che quella che nasce dall'azione medesima, cioè dall'atto secondo. *Ipsa fides*, dic'egli, *discernit ab infideli fidelem* (De Prædestinat. SS. cap.6. n.10.). La *discrezione* nondimeno è tutta di Dio: perchè qui vale quel dell'Apostolo: *Non ego, sed gratia Dei mecum*. Anche i Diavoli credono e tremano. Ma non ogni fede è *discretiva*: perchè la forza di *discernere*, ossia di giustificare, non è nella sostanza dell'atto, ma nella soprannaturalità dell' atto. E questa soprannaturalità dipende unicamente dalla grazia cooperante, la quale non è come la preveniente resa efficace da noi; ma è tale di sua natura, e può da Dio negarsi ancora a chi consente alla preveniente. Così noi della nostra *discrezione* ossia della nostra giustificazione non abbiam certamente di che gloriarci.

XXIII. Quì io potrei forse finire, giacchè e la mia divisione è bastevolmente spiegata, e bastevolmente ho mostrato come per essa si salvi la libertà umana per l'una parte, e per l'altra la gratuità, la necessità, l'infrustrabilità della grazia efficace. Ma questa divisione, mi si dirà, è affatto nuova. Ed io confesserò ch'essa è nuova nel Secolo Decimottavo. Ma tale certamente, da' vocaboli in fuori, non sarebbe riuscita al principio del Secolo Quinto. Leggasi il Libro *De Gratia Christi* scritto da Santo Agostino dappoichè l'eresia Pelagiana era stata condannata da' Sinodi d' Affrica e da Innocenzo e da Zosimo; e si vedrà chiaramente, come questa distinzione non era ignota in quel tempo a' dotti, ed era diligentemente sostenuta da Santo Agostino.

XXIV. Pelagio distingueva la possibilità dalla volontà e dall'azione: noi diremmo la potenza dall'atto, o piuttosto l'atto primo dall'atto secondo. Egli distingueva ancora due grazie: l'una che ajutasse la possibilità, l'altra che ajutasse la volontà e l'azione: ma le distingueva per ammetter solo la prima, e per negar la seconda. *Scire quippe debemus quod nec voluntatem nostram nec actionem divino adjuvari credit auxilio, sed solam possibilitatem voluntatis atque operis* (cap.5. n.6.). Riguardo alla stessa grazia di possibilità, ch' egli pure ammetteva, potevasi sospettare che la mente di lui non fosse tanto sincera quanto potevano parer le parole, ed era credibile ch'egli non intendesse d'ammettere che una grazia esteriore. Ma questo errore non è così certo. Certissimo è, ch'egli negava la grazia di volontà e d'azione. Su questo secondo errore S. Agostino insisteva il più, e protestasi alla fin del Libro, che, se Pelagio oltre la grazia di possibilità confessi debitamente questa grazia di volontà, non resterà tra loro intorno alla grazia controversia alcuna. Ma quale specie di grazia era la grazia di possibilità che ammetteva Pelagio? Quale specie di grazia era la grazia di volontà e d'azione ch'egli negava, e di cui Santo Agostino esigeva la confessione? Questo è ciò che fa al nostro proposito.

XXV. Che la grazia di possibilità fosse una grazia d'intelletto e sol sufficiente, questo salta negli occhi a chiunque legga S. Agostino. Alquanto più di riflessione ricercasi a provare che fosse unicamente del genere delle prevenienti. Ognuno però m' accorderà facilmente, che *cooperante* non è una grazia che può esser nell'uomo ancor quando egli non opera, e che *preveniente* è una grazia che mette in istato di poter operare

rare, e illuminando l'intelletto accende ed eccita la volontà. E tal'era la grazia di possibilità che ammetteva Pelagio. A questa grazia S. Agostino opponeva la grazia di volontà e di azione: e però, perchè l'opposizione sia esatta, conviene che la grazia di volontà e di azione fosse una grazia immediata appunto di volontà, una grazia efficace, una grazia cooperante. E qui pure, che questa seconda specie di grazia fosse di volontà e fosse efficace, chiarissimamente scorgesi a prima vista. Può restar dubbio se fosse del genere delle cooperanti. Esaminiamo però questo punto.

XXVI. Grazia di volontà e di azione è secondo il Santo quella, che viene indicata da Cristo agli Apostoli quando promette ad essi che lo Spiritossanto parlerà in loro. E perchè? Perchè Cristo non significa in quelle parole una grazia di possibilità, ma esprime una grazia di cooperazione: *Non significans possibilitatis profectum, sed exprimens cooperationis effectum* (cap.25. n.26.). Tanto è dunque per Santo Agostino opporre alla grazia di possibilità la grazia di volontà e d'azione, quanto la grazia di cooperazione: e però grazia di volontà e grazia cooperante son per lui una cosa medesima. Così pure Santo Agostino oppone la grazia cooperante alla grazia d'intelletto, asserendo che Pelagio voleva che Dio *revelando & ostendendo* ajutasse l'uomo, *non etiam cooperando & dilectionem inspirando* (cap.3. n.3.). E molte altre volte per indicar questa grazia di volontà e per provarla servesi il Santo del vocabolo *cooperare*. *Cooperatur Dominus voluntatibus nostris* (cap.44. n.48.). *Diligentibus eum omnia cooperantur in bonum* (cap.50. n.55.). *Et sic operatur homo, ut tamen Deus cooperetur: sine cujus adjutorio quid est homo?* (cap.6. n.7.).

XXVII. Ecco dunque la divisione di Santo Agostino del tutto conforme alla nostra. E convien dire che il Santo la credesse adequata: perchè, oltre a queste due specie di grazia, egli non esige che Pelagio ne ammetta alcun'altra. Infatti se uno de' nostri Teologi avesse chiesto a Pelagio s'egli ammetteva una grazia puramente sufficiente, una grazia d'illustrazione, una grazia preveniente nel nostro senso; egli avrebbe francamente e veracemente risposto, che alla sua grazia di possibilità potevano convenire tutte queste denominazioni. E S. Agostino lo avrebbe accordato. Ma ciò non basta, avrebbe egli detto: perchè, oltre la grazia d'illustrazione, tu dei ammettere la grazia d'ispirazione; oltre la sufficiente, dei ammettere l'efficace; oltre la preveniente, la cooperante: e però, in una sola parola, oltre la grazia di possibilità, tu dei confessare la grazia di volontà e di azione. Ma noi non dobbiamo richiedere che S.Agostino si servisse allora de' nostri vocaboli che a noi pajono più precisi, e che ci riuscirebbero certamente più chiari. Dobbiamo riportarci a' tempi di lui, se vogliamo intenderne il senso e il linguaggio.

XXVIII. Resta ch'io avverta, che di questa grazia di volontà asserisce Santo Agostino, Che senza d'essa non vogliamo e non operiamo nulla di bene, cioè di soprannaturale e di meritorio; e Che questa è la grazia di Gesucristo per cui egli ci fa giusti non della nostra, cioè della naturale, ma della sua, cioè della soprannaturale, giustizia (*cap*.47. *n*.52.). Così il Santo stabilisce la necessità della grazia cooperante alla soprannaturalità dell'azione. Ed egli avea già stabilito prima la necessità della grazia preveniente alla sustanza dell'azione, o sia all'adempimento de' precetti. Perchè dove Pelagio voleva che la sua grazia di possibilità fosse data da Dio, *ut, quod homines per liberum facere jubentur arbitrium, facilius possint implere per gratiam*: *Tolle FACILIUS*, soggiugne il Santo, *& non solum plenus, sed etiam sanus est sensus* (cap.29. n.30.). E ciò basti per ora. Del rimanente io veggo che a convincere pienamente il lettore che io convengo perfettamente con San-

to

to Agostino, appena basterebbe una ragionata esposizione di tutto il Libro. Io ho fatto per mio proprio lume buona parte di questa fatica, e la pubblicherò forse quando che sia. Ma ora passiamo ad altro.

XXIX Restami ancora un nodo ch' io non ho senza ragione differito a sciogliere fin qui. Certo è che Dio può ottenere dall' uomo tuttociò ch' egli vuole. Ma ad ottenerlo infallibilmente ricercasi una grazia *infrustrabile*, e non basta la *cooperante*. Perchè quantunque questa sia congiunta infallibilmente coll' atto, non è però antecedente al consenso, sicchè lo produca; ma solo concomitante, sicchè lo elevi. Convien dunque ricorrere a una grazia efficace di sua natura del genere delle prevenienti, se non per salvare ciò che noi dobbiamo credere della *infrustrabilità* della grazia efficace, almeno per salvare ciò che dobbiamo credere della *infrustrabilità* delle divine *predefinizioni*. E se questa non si concilia colla libertà, che vale il detto sin qui?

XXX. Io penso che nondimeno varrebbe ancor molto: perchè il restare insolubile questo nodo non sarebbe che non se ne fossero sciolti molt' altri: e l' avervi una straordinaria grazia che non si conciliasse colla libertà non sarebbe che ottimamente non si conciliassero le ordinarie. E delle ordinarie io mi son dichiarato di parlare fin quì (V. sopra N.° IX.), promettendo di parlar poi di qualche staordinario caso, che perciò appunto nella ordinaria divisione non doveva aver luogo. Eccomi a liberar la mia fede.

XXXI. Certo è dunque che Dio può ottenere dall'uomo tutto ciò ch' egli vuole: perchè in ogni caso Dio può necessitar l' uomo se vuole. Di questo niuno può dubitarne. Che se altro è che Dio possa, ed altro è che Dio voglia necessitar l' uomo; altro è parimente che Dio possa ottenere dall' uomo tutto ciò ch' egli vuole, ed altro è che Dio voglia usare di questo potere. Dio vuole a buon conto che tutti gli uomini sieno salvi. Eppure quanti son quelli che non si salvano! Quindi è certissimo, che Dio non usa sempre di questo potere, che tuttavia sempre egli ha. Ma quando ne usa, necessita egli la volontà umana? In tal caso non sarebbevi libertà, e per conseguenza non sarebbevi merito. Vediamo la cosa distintamente.

XXXII. L' oggetto della divina predefinizione o è la negazione d' un atto, di un peccato cioè che Dio vuole efficacemente impedire, o è un atto buono che Dio vuole efficacemente ottenere. Questi sono due casi molto diversi, e ne' quali dee discorrersi molto diversamente. Io ho già osservato nell'Art. LIBERTA' (N.° LXIII. e segg.) che perchè l' uomo sia libero, e perchè le sue azioni sien meritorie, non ricercasi per verun modo che l' uomo possa scegliere il male. Dio può dunque senza verun pregiudizio della libertà e del merito impedir sempre il peccato, usando a tal uopo di grazie prevenienti, or esterne or interne, efficacissime di lor natura, anzi strettamente *necessitanti*. Così, come alla *perseveranza* nel bene null' altro propriamente esigesi che il non peccare, la grazia della perseveranza può, senza pregiudizio veruno della libertà e del merito, essere una grazia *necessitante*.

XXXIII. Di grazia niuno s' inorridisca a questa parola. Io non dirò quì, che *grazia preveniente*, *di sua natura efficace*, e *grazia necessitante* sono sinonimi. Potrei però dirlo. Perchè: se una grazia preveniente lascia l' equilibrio tra i termini della scelta, come sarà *infallibilmente efficace*? e se lo toglie, come non sarà allora *necessitante*? Dirò solo, che la grazia necessitante, ch' io ammetto, non opponesi punto alla dottrina purissima della Chiesa. Ma perchè veggasi chiaramente ch' io nnn insegno l' errore, è necessario ch' io esponga quali sieno intorno a questo punto gli errori.

XXXIV. Manifesta eresia è dunque il dire, che ogni grazia preveniente sia una grazia necessitante. Eresia del pari, o almeno errore prossimo all' eresia, è il di-

il dire che necessitante sia ogni grazia efficace. Eresia finalmente è il dire, che un'azione fatta in virtù d'una grazia necessitante sia meritoria. Ora io condanno e anatematizzo chiunque contro la cattolica verità ardisce di credere o d'insegnare questi perniciosissimi errori. Tanto è lungi che per me ogni grazia preveniente sia necessitante, che anzi per me la grazia preveniente (seguane o no l'atto buono) non fa d'ordinario che rimettere o preservar l'equilibrio. Tanto è lungi che per me ogni grazia efficace sia necessitante, che anzi per me la sola grazia, a cui d'ordinario il nome d'efficace si debba, è la cooperante: la quale non solo non necessita, ma non muove nemmeno al consenso. E se pure ammetto qualche grazia necessitante, tanto è lungi ch'io dica, che l'azione fatta in virtù d'essa sia meritoria, che anzi io non dico nemmeno che in virtù di essa siegua un'azione. Perchè io ammetto che questa grazia possa darsi da Dio, e talvolta si dia, per impedire il peccato. Or il non peccare non è un'azione, ma è una negazione; ed io ho di già mostrato nell'Articolo LIBERTA' (N.° LXV.) che il merito non consiste nel non commettere il male, ma solo nel fare il bene. Io sono dunque lontanissimo dall'insegnare o dal credere verun errore: e però appunto uso senza velo nessuno lo schietto e nudo vocabolo *necessitante*, perchè chi non insegna l'errore, non ha bisogno di velo.

XXXV. Ma se io posso ammettere francamente una grazia necessitante per salvare l'*infrustrabilità* della divina *predefinizione*, quando trattasi d'impedire il peccato; non posso ugualmente ammetterla quando trattasi d'ottener l'atto buono. Perchè l'atto buono debb'essere meritorio; e l'atto, che segue in virtù d'una grazia *necessitante*, è di fede che non è meritorio. Io rifletto però che in questo caso non è interessata, come nel primo, la *grazia della perseveranza*, di cui era più necessario mettere in chiaro l'infallibilità dell'effetto. Ma perchè nondimeno all'*infrustrabilità* della *predestinazione* è necessaria non meno la conversione del peccatore, che la perseveranza del giusto, mostriamo come questa pure possa ottenersi da Dio senza pregiudizio della libertà o almeno del merito. Ciò ch'io dico della conversione, può e deve intendersi di qualunque atto buono *predefinito* da Dio.

XXXVI. E primieramente egli è chiaro, che, senza pregiudizio della libertà, Dio può farci venire in mente tutto ciò ch'egli vuole: mentre è pur certo, che la nostra libertà non estendesi a impedire che presentisi al nostro intelletto uno o un altro oggetto, ma solo a scegliere tra quegli oggetti che all'intelletto sien presentati. Può adunque Dio, senza pregiudizio della libertà del peccatore, destargli in mente ancor mille volte in un giorno, se vuole, il pensiero del suo peccato e della sua conversione. Le ammonizioni esterne, gl'interni rimorsi, una conversazione, un libro, un esempio, un benefizio, un castigo tutto può essere al caso: e a Dio certamente non mancano i mezzi. Or quante volte il peccatore pensa alla conversione, Dio può senza pregiudizio della libertà ravvivar tanto in lui l'idea or della bruttezza del peccato, or degli eterni castighi, or dell'eterne felicità, che l'orror del peccato ne contrabbilanci l'utile o il dilettevole. Ecco pertanto un perfetto equilibrio, in cui è ugualmente facile al peccatore il determinarsi o al perseverar nel peccato o alla conversione. Rinnuovisi cento e mille volte questo equilibrio. Possibile che la volontà del peccatore inclini sempre la bilancia dalla medesima parte!

XXXVII. Appunto, mi si dirà; perchè tal è la forza dell'abito. Ma chi mai dicesse così, non intende che sia equilibrio. Certo è che l'abito ha il suo peso dalla parte del male: ma certo è altresì, che, se l'equilibrio sussiste, la grazia vi ha posto il corrispondente contrappeso dalla parte del bene. Dio adunque, io diceva, rinnuova sempre ad ogni ora,

ad

ad ogni momento questo equilibrio perfetto, e con ciò dà, non toglie la libertà! Possibile che il peccatore si determini sempre al male? Io non ho difficoltà di asserire che è impossibile della più stretta morale impossibilità, ch' equivale alla fisica e alla metafisica, che in cento volte che quello equilibrio rinnuovisi il peccatore non si determini una volta alla conversione. E quest' una basta. Ecco dunque senza pregiudizio della libertà e del merito ottenuto l' atto *predefinito*.

XXXVIII. Io penso infatti che la cosa siegua così. E una tale economia di grazia mi par di vedere nella conversion d' Agostino e in mill' altre simili. Nondimeno se alcuno per assicurar sempre più l' *infrustrabilità* della predestinazione volesse quì pure aprirsi un ultimo rifugio alla grazia *necessitante*: qual forse fu quella che produsse la conversione di Saulo, almeno il primo atto di essa timoroso e imperfetto; costui non richiederebbe cosa che fosse contraria alla dottrina cattolica. Basta ch' egli confessi, che questo primo atto (che non sarà però la conversione intera e perfetta) non sarà meritorio: nè per questo il peccator convertito sarà premiato, ma sì per quei molti atti liberi e meritorj che sarà poi crescendo e perseverando nel bene. Veggasi di nuovo l'Articolo LIBERTA'.

XXXIX. Prima di finire quest'Appendice, piacemi ancor di accennare la distinzion della grazia propria de' varj stati o reali o possibili dell' umana natura. Lo fo brevissimamente. Nello stato di *natura pura* sarebbe stata necessaria la grazia preveniente a schivare costantemente il peccato e ad adempire costantemente i naturali precetti: non avrebbe però avuto luogo la cooperante. Sarebbe stata necessaria la preveniente per contrabbilanciare i moti indeliberati della concupiscenza ugualmente ribelle allora, com' è al presente: non avrebbe avuto luogo la cooperante, perchè non essendo allora la natura elevata com' è al presente, niun atto buono in quello stato avrebbe dovuto o potuto essere rigorosamente soprannaturale(V. LIBERTA' N.° LIX. e il Card. Gaetano *in* 1. 2. *q.* 109. *art.* 2.).

XL. Nello stato di *natura integra* non sarebbe stata necessaria e non avrebbe avuto luogo grazia veruna. Non la preveniente, perchè non essendo l' uomo in quello stato soggetto a destarsi in lui i moti indeliberati della concupiscenza, non aveva bisogno di grazia preveniente che gli equilibrasse. Non la cooperante per la ragione medesima addotta della *pura natura*. Ma questi sono stati puramente possibili. Veniamo a' reali.

XLI. Nello stato di *originale giustizia* non fu necessaria la grazia preveniente per la stessa ragione, per cui non sarebbe stata necessaria nella natura *integra*: fu però necessaria la cooperante, perchè senza essa l' uomo non avrebbe potuto operare soprannaturalmente, ancorchè avesse voluto.

XLII. Nel nostro stato simile alla natura pura nella concupiscenza, simile alla giustizia originale nella elevazione, è necessaria e l' una e l' altra grazia come abbiamo lungamente veduto.

XLIII. Strano riuscirà senza dubbio ciò ch' io dico dello stato dell' originale giustizia, e molti giurerebbero ch' io contraddico apertamente a S. Agostino. Un commento ch' io ho intrapreso ancora del Libro *De Correptione & Gratia* potrebbe disingannarli. Ma nè questo luogo, nè l' Enciclopedia non è a proposito per inferirvelo. Per ora basterà ch' io accenni che l' *Adjutorium sine quo non* è la grazia cooperante, senza cui Adamo non avrebbe potuto esser buono soprannaturalmente ancorchè avesse voluto: *Sine quo etiam cum libero arbitrio bonus esse non posset* (Cap. 11. n. 31.): grazia non sufficiente soltanto ma efficace di sua natura e *infrustrabile*: ma grazia che non influiva per nulla nella determinazione della volontà, e però *Adjutorium quod desereret cum vellet, & in quo permaneret si vellet, non quo fieret ut vellet* (n. 32.).

XLIV. All' opposto l' *Adjutorium quo* dato espressamente per opporlo alla concupi-

cupiſcenza: *quod implorant iſti cum dicunt VIDEO ALIAM LEGEM &c. quoniam in eis caro concupiſcit adverſus ſpiritum* (cap. 9. n. 29.), queſta grazia che influiſce nella volontà e che la rende invincibile alla concupiſcenza (perchè la concupiſcenza non reſta mai ſuperiore alla grazia; e ſe la volontà pecca, non pecca per neceſſità di ſconfitta, ma per elezione di reſa), queſta grazia, io dico, è la preveniente che d' ordinario e di ſua natura è ſol ſufficiente e però *fruſtrabile*. Nondimeno come S. Agoſtino riflette che ne' predeſtinati eſſa non va diſgiunta dall' *Adjutorium ſine quo non*, ma ſi dà loro inſieme con quello; così il Santo, riſtringendo il diſcorſo a' predeſtinati, afferma di queſto compleſſo alcune coſe, che non potrebbero della ſola preveniente avverarſi. E come ne' predeſtinati conſidera la ſteſſa preveniente ſingolarmente in ordine alla perſeveranza, e per conſeguenza allo ſchivare il peccato; così dice di eſſa più coſe, che in verità non poſſono ſpiegarſi che d' una grazia *neceſſitante*. La grazia *neceſſitante* di S. Agoſtino non è però quella degli eretici, ma sì quella di cui io ho parlato quì ſopra al N.° XXXII.

XLV. E baſti quì queſta traccia, dietro a cui chi vorrà potrà leggere, e forſe intendere, queſto Libro che ha dato motivo a tante conteſe. Eſſa era forſe neceſſaria a moſtrare la fecondità della mia diſtinzione, e a prevenire le obbiezioni che la diſtinzione di S. Agoſtino poteva ad alcuni ſomminiſtrare contro la mia. Ora io credo di avere, ſe non eſpreſſo, adombrato almeno tutto il mio ſiſtema in maniera, che chi è dotto in queſte materie poſſa con cognizione di cauſa darne giudizio. E cariſſimo mi ſarà che i dotti lo eſaminino diligentemente e ne giudichino. Giacchè il lor giudizio mi ſervirà di norma a giudicarne io medeſimo, e però o a ſoſtenerlo qual è, o a riformarlo, o ancora ad abbandonarlo. Proteſto davanti a Dio e agli uomini che non amo i miei penſieri, ma la verità. E però ſottometto i miei penſieri, non ſolo al giudizio irreformabile della Chieſa, come Cattolico; ma ancora alla correzione de' dotti, come Filoſofo.

INVEN-

INVENZION DELLA STAMPA.

ARTICOLO *del Sig. Abate Girolamo Tiraboschi Bibliotecario del Serenissimo Duca di Modena.*

STAMPA (INVENZIONE DELLA). Quando si ricerca l'origine o l'invenzione di certe cose che sono state dagli uomini osservate o scoperte ne' tempi che diconsi barbari, quali sono, a cagion d'esempio, l'arme da fuoco, la direzione della calamita al polo, e altre somiglianti; sogliamo dire che non è a maravigliarsi, che non se ne possa stabilir l'epoca con certezza, perchè rari essendo i libri a que' tempi, e rarissimi gli Scrittori, era difficile che si tramandasse a' posteri la memoria di tai ritrovati. Ma che la stampa medesima, per cui mezzo tanto si propagano le cognizioni, e tanto si moltiplicano i libri, non abbia saputo trasmetterci la storia della sua propria origine, sicchè già da tre secoli vadasi di ciò disputando inutilmente tra' dotti; questo può sembrare a primo aspetto un inesplicabil mistero. Se ci farem nondimeno a esaminare attentamente un tal fatto, potrem di leggieri conoscere che non solo non dobbiamo stupircene, ma che anzi così dovea necessariamente accadere. L'invenzion della Stampa non potè farsi se non con grande fatica; molto tempo dovette impiegarsi nel togliere i non piccioli ostacoli che vi si opponevano; molti tentativi dovettero riuscire del tutto inutili: e perciò fu necessario che molti anni passassero, prima che l'arte si potesse dir ritrovata. Per altra parte era a ciò necessario un alto segreto, altrimenti si correva pericolo che altri penetrando la cosa prevenissero i primi inventori, e si usurpassero il frutto di tante fatiche da essi sofferte, e di tante spese da essi fatte. Quindi i primi tentativi furon fatti segretamente, e quando l'arte uscì, per così dire, alla pubblica luce, e veder fecesi al mondo, eran già più anni che intorno ad essa stavasi travagliando, e più persone eransi già unite insieme per sostenersi a vicenda in una sì difficile e allora sì dispendiosa intrapresa. Potè inoltre avvenir facilmente (e vedremo in fatti che avvenne) che nel tempo de' tentativi fatti per l'invenzion di quest' arte quei, che a tal fine si erano insieme congiunti, o si separassero gli uni dagli altri per quelle gare che la gelosia e l'interesse soglion non rare volte produrre; o che unitamente da un luogo facesser passaggio ad un altro, ove sperassero di poter più agevolmente conseguire l'intento. Ed ecco tosto non una sola, ma più sorgenti di dispute e di contese intorno all'Epoca e agli autori dell'invenzion della stampa. Finalmente ne' primi anni, dacchè s'introdusse quest' arte, la poca sperienza degli Artefici, e l'imperfezione, in cui essa ancora trovavasi, era cagione che molto tempo si richiedesse a stampare un libro, e che perciò più lentamente si propagassero quelle notizie che colla stampa comunicavansi al mondo. Tutte queste ragioni riunite insieme fecero che lo scoprimento di sì ammirabile arte divenisse subito origine di calde ed ostinate contese, e chi agli uni, chi agli altri, chi ad una, chi ad altra Città ne concedesse l'onore.

Ciò che può parere più strano si è, che dopo le dispute di tre secoli gli eruditi non sono ancora concordi tra loro, e proseguono a battagliare l'un contro l'altro, e ognuno lusingasi di abbattere l'avversario e di riportarne una compi-

ta

ta vittoria. Ma questo è effetto dello spirito di partito, il qual, quando regge le penne degli scrittori, gli accieca per modo, che essi non veggono che le loro proprie ragioni, e quelle de' loro avversarj non compajono a' loro sguardi, che a guisa di vote ombre o di apparenti fantasmi. Vi è egli mai stato un Cittadio di Magonza che abbia accordata la gloria di questa invenzione a Strasburgo o ad Harlem? Vi è egli mai stato alcun Cittadino di Harlem o di Strasburgo che l' abbia conceduta a Magonza? Nondimeno è certo che, se una di queste tre Città ha diritto a tal lode, le altre glie la debbon cedere; ed è certo perciò che molti di essi sono in errore. Noi siamo Italiani; non pretendiamo all' onore di questa scoperta; e possiamo quindi con più coraggio iotraprender l' esame di questo punto di storia, e dirne liberamente il nostro parere.

Noi però non vogliamo nè esaminare tutte le diverse opinioni che il capriccio de' diversi scrittori ha immaginate, nè riferire e confutare tutto ciò che da essi è stato asserito. Più di seicento scrittori annovera Giancristiano Wolfio, che quai più, quai meno hanno di ciò trattato; e fino a venti diverse sentenze egli accenna da essi seguite (*Monum. Typograph. Vol.* 1. *p.* 1.): e dopo l' anno 1741. in cui egli pubblicò la sua opera, molti altri han preso di nuovo o ad illustrare o ad oscurare questo argomento. Dovrem noi dunque gittare il tempo nel confutare il sogno di un cotal Licimandro che vuol ritrovata la stampa a' tempi di Carlo Magno (*ap. Wolf. Vol.* 11. *p* 596.)? O quello ancora più strano di Pomponio Leto, di Gilberto Cognato, e d' altri, che ne fanno autore Saturno (*Ib. Vol.* 1. *p.* 259. 341.)? Noi abuseremmo troppo della sofferenza dei leggitori. E' inutile ancora il trattenerci nel rigettare l' opinione di coloro che fanno inventori della stampa i Cinesi. Chi la sostiene mostra di non sapere in che consista quest' arte. I caratteri separati e mobili, che ne formano la sostanza, sono sempre stati sconosciuti a' Cinesi i quali non hanno mai avuta altra maniera di stampa, che quella delle tavolette incise. Questa anche in Italia era nota assai prima, che si cominciasse a stampare (*Vedi* CARTE DA GIUOCO). Se questa fu a' Cinesi nota prima che agli Europei, noi ce ne rallegreremo con essi. Ma essi a noi debbon ceder l' onore di aver saputo valerci di quest' arte medesima per ritrovare quella infinitamente più utile e più pregevole della stampa. Ed è certo, che questa fu figlia, per così dire, dell'arte d' incidere. Il vedere, che coll' incisione si esprimevano non sol le cose, ma ancor le parole, fece conoscere che ciò, che facevasi di poche voci, potevasi ancor fare di molte, che una tavoletta scolpita avrebbe rappresentata una pagina, e che molte tavolette e molte pagine avrebbon formato un libro. Il lungo tempo, che a formare in tal modo un libro si richiedeva fece nascere il pensiero, che poteansi formar le lettere separatamente, e unendole insieme comporre linee e pagine e fogli, e quindi sciolte le lettere formar con esse altre pagine. Finalmente a render più presta la formazione delle stesse lettere, s' immaginò l' uso della matrice; per cui in pochissimo tempo molte lettere si potessero fondere speditamente, e apparecchiare in tal modo il necessario corredo per la stampa di un libro. Così dovette di mano in mano andarsi perfezionando quest' arte. Ma qui dobbiamo vedere ove e per cui opera e per quai gradi ciò avvenisse.

Lasciate adunque in disparte le altre omai disperate opinioni, tre sono le Città che tra loro si contendon la gloria di questa invenzione, Harlem, Strasburgo, e Magonza. Harlem è quella che ha avuto finora più scarso numero di seguaci. Ma un prode difensore ha ella avuto di fresco nel Sig. Gherardo Meerman Consigliere e Sindaco di Rotterdam, che in una sua opera intitolata *Origines Typographicæ* stampata all' Aja nel 1765. in due tomi in quarto ha usato di ogni sforzo per assicurarle una

si

sì nobile prerogativa. E veramente la valla erudizione che in essa si scorge, la gran copia de' monumenti che si produce, la destrezza con cui si maneggiano gli argomenti, e aggiungasi ancora la magnificenza dell'edizione, può a primo aspetto sorprender chi legge, e vi è stato tempo in cui avendo noi scorsa leggermente quest' opera, quando non dovevamo direttamente trattare di questo argomento, ci parve che avessero gran forza le ragioni da questo autore arrecate (*Storia della Letterat. Ital. T. VI. P. 1. p.121.*). Ma poscia esaminata più maturamente ogni cosa, e confrontate le prove dello Scrittore Olandese con quelle di altri Scrittori che l'han confutato, siamo or costretti a giudicarne diversamente. Veggiamo primieramente, come si narri dal Meerman l'origine della stampa, indi a quai fondamenti egli appoggi la sua narrazione.

Tutti gli autori, che in addietro avevan combattuto in favore di Harlem, avevan fatto inventore della stampa Lorenzo Costero. Il Meerman conviene con essi nel dire ch' egli aveva tai nomi; ma sostiene che il nome di Costero non fu che un soprannome dal volgo impostogli, perchè egli era Custode della Chiesa di S Bavone in Harlem, impiego allora assai ragguardevole, e che in lingua Olandese significavasi colla voce *Coster*, ma ch' egli veramente era della nobilissima famiglia *De Brederode*, benchè discendente da un ramo illegittimo, da essa staccato fin dal Secolo XIII., e che ebbe il cognome di *Van des Duyn*. Confessa egli stesso però, che gli argomenti da lui addottine in prova non sono che probabili: e noi, a cui nulla monta il sapere di qual famiglia fosse il Costero, lasceremo che ognun ne creda ciò che gli piace. Lorenzo adunque nato in Harlem circa il 1370. fu l' inventor della stampa, e ciò avvenne, secondo il Meerman, in questa maniera. Aggirandosi egli a caso per una selva, e avendo staccato un ramo di qualche pianta, per suo trastullo ei prese a scolpirvi alcune lettere, e veggendo che le lettere così scolpite, applicate ad una carta vi lasciavano impressa la loro forma, comincio a immaginare che come le lettere, così le parole, e indi più linee, e finalmente più pagine potevano similmente imprimersi. Ne fece la prova, e la prova gli riuscì felicissima. Nondimeno a formare ed a stampare una pagina incontrò grandi ostacoli. Conveniva trovare un tal legno, che sostenesse la pressione del torchio, sicchè le lettere non venisser tosto a smarrirsi; conveniva unire e stringere insieme i caratteri per maniera, che compressi dal torchio non si sciogliessero; conveniva trovare un inchiostro più denso dell' ordinario, perchè esso non si spargesse fuor de' caratteri, e non imbrattasse le pagine. Tutti cotali ostacoli furono superati dall' ingegno e dall' industria di Lorenzo, il quale dal 1428. circa il qual tempo cominciò a fare i tentativi dell' arte, fino al 1440. in cui finì di vivere, la condusse a tal segno, che alcuni libri se ne videro uscire in luce, tutti però stampati con caratteri di legno mobili, giacchè il Meerman stesso concede che que' di metallo furon trovati in Magonza. Morto Lorenzo nel 1440., Giovanni Gensfleisch, detto ancora Guttemberg, e soprannomato *il vecchio* a distinzione del giovane di lui fratello dello stesso nome e cognome, che aveva finallora servito a Lorenzo nell' esercizio di quell' arte, la notte di Natale fuggitosi segretamente da Harlem, e portati seco i caratteri, andossene a Magonza, ove introdusse la stampa.

Tale è il racconto dell' origine della stampa, che ci fa il Meerman. Ma quali sono le prove ch' egli ne adduce? La prima, su cui principalmente si fonda, è di tal forza, che, se veramente esistesse, la questione potrebbe dirsi decisa, cioè la testimonianza di un certo Cornelio, che era il Legatore dei libri stampati da Lorenzo, e che ogni qual volta ragionava del furto poc' anzi indicato ne fremeva di sdegno fino a piangere, e a minacciare vendetta contro del ladro, se mai in lui si avvenisse. Ma questa testimo-

monianza ove esiste ella mai? In un' opera veouta in luce 148. anni dopo la morte del Costero, cioè in quella di Adriano Giunio intitolata *Batavia*, stampata la prima volta in Leyden oel 1588. benchè l' autore morto nel 1575. avesse cominciato a scriverla dopo il 1560.. Egli è stato il primo a parlarci del Legatore Cornelio (*Batavia p.* 253.), non già che l' avesse ei conosciuto, ma ei dice di aver udito più volte il suo Ajo Niccolò Gallio, e Quirino Talesio Console di Harlem raccontargli tai cose, e che amendue avevan conosciuto Cornelio, e spesso lo avevano ascoltato dolersi del detto furto. Chi ha qualche idea delle leggi della Critica vede per se medesimo quanto perda di forza una testimonianza sì tardi prodotta, e mentre più non vivono nè il Legatore a cui essa si attribuisce, nè i due da cui il Giunio dice di averla avuta, nè il Giunio stesso che la riferisce. Si sforza il Meerman di esaltare il peso e l' autorità di questo racconto; ma egli stesso è costretto ad allontanarsene in molti punti, sicchè nell' atto medesimo che ci vuol far credere il Giunio scrittor degnissimo d' ogni fede, c' insegna egli stesso col suo esempio a non fidarcene molto. Il Giunio dice che il Costero cominciò a formare le lettere colla scorza d' alberi; e il Meerman, veggendo che colla scorza ciò non può farsi, ad essa sostituisce i rami. Il Giunio narra che Lorenzo da caratteri di legno passò a formarli di stagno, e poscia di bronzo; e il Meerman afferma che altri caratteri non usò mai Lorenzo che quei di legno: e benchè il Giunio dica di aver veduto egli stesso cotai caratteri di metallo usati già dal Costero; il Meerman però non gli crede, e per poco non gli dà una solenne mentita. Il Giunio sospetta che il ladro fosse Giovanni Fust, il quale poscia propagò la stampa in Magonza. Il Meerman introduce quel suo Giovanni Guttemberg il giovine fratello del vecchio, di cui non vi ha cenno in alcun documento, e la cui esistenza non è appoggiata che a leggerissime congetture. Secondo il Giunio, il ladro, che fuggissi da Harlem, portò seco tutto il corredo necessario alla stampa, cioè e caratteri e torchi e ogni altra cosa. Ma il Meerman, conoscendo la troppa difficoltà di una tal fuga, e in una notte in cui gran parte del popolo stava vegliando, gli fa portar seco una picciola cesta, ed entro una scarsa quantità di caratteri, per valersene quasi di modello a formarne più altri. Or se il Giunio è scrittore sì autorevole, e se ciò ch' egli narra è appoggiato alla testimonianza del Legator Cornelio, perchè non gli presta il Meerman una piena fede? E se il racconto del Giunio è sì inverisimile, ch' egli stesso è costretto quasi in ogni parte a confutarlo, perchè vorrà egli che noi il riceviamo come autentico?

Le altre testimonianze dal Meerman addotte in prova della sua opioione, sono ancora più deboli. L' autore anonimo di una Cronaca Tedesca di Colonia stampata in questa Città nel 1499., dopo aver detto che l' arte della stampa fu trovata in Magonza verso il 1440., aggiunge che gl' inventori però n' ebber l' esempio e la norma dal Donato stampato prima in Olanda, e dice di essere stato di ciò informato da Udalrico Zell, che era stato il primo a stampare in Colonia. Ma in primo luogo cotesta Cronaca, per confessione del medesimo Meerman, è piena zeppa di favole. In secondo luogo non dice il Cronista se il Donato Olaudese fosse stampato con caratteri mobili, ovvero scolpito in tavolette, nella qual maniera è certo che questo libro fu più volte stampato: e se la Cronaca si deve intendere di questa seconda maniera, ciò nulla giova a favore di quelli d' Harlem, perciocchè l' arte dello scolpire in legno era nota già molto tempo prima, e il Meerman, che questa lode ancora ha voluta dare al Costero, appena merita in questa parte di esser confutato. Finalmente se il Cronista di Colonia fu informato intorno all' invenzion delle stampe da Udalrico Zell, ei fu certo informato assai male: poichè ei dice che Giovanni Gut-

Guttemberg fu natio di Strasburgo; ed è certissimo che fu di Magonza: dice che l'arte da Magonza passò a Colonia, poi a Strasburgo, indi a Venezia; e niun viaggio fu mai sconcertato al pari di questo, poichè, per tacer di altre cose, sembra certo che in Italia, prima che in Venezia, si stampasse in Subiaco. In somma o il Cronista o lo Stampatore Zell si mostran sì poco versati nella Storia dell'arte, che non possiamo fidarci a' loro racconti. Tutte le altre testimonianze addotte dal Meerman appartengono al Secolo XVI. e o son tratte dalla Cronaca di Colonia, come sembra essere il passo di Mariangelo Accorso da lui recato; o sono appoggiate a monumenti, la cui esistenza non è mai stata provata, come è il racconto del trasporto della stampa in Inghilterra di Riccardo Akyns, che dagl' Inglesi medesimi rigettasi qual favololo; o son finalmente di autori contemporanei al Giunio, e perciò o troppo lontani di tempo, o imbevuti forse di quella opininne ch' ei sostenne nella citata sua opera, e che probabilmente era egli solito a spacciare, prima di pubblicarla, nei suoi familiari ragionamenti.

E veramente oltre la debolezza degli argomenti a' quali appoggiasi il Meerman, tali e tante difficoltà si oppongono alla opinione da lui sostenuta, che la rendon del tutto improbabile. Per cento e più anni niuno ha mai nominato Lorenzo Costero come inventor della stampa, mentre frattanto in Magonza stampavansi di continuo libri, ne' quali il Guttemberg, il Fust, e lo Schœffer, si davano per ritrovatori della medesima. Gli Eredi dunque di Lorenzo e quel suo Legator sì zelante, che tanto piangeva sul furto fattogli, non ebber mal modo di scoprire l'impostura, e di far conoscere al mondo che la gloria di quell' invenzione era dovuta a Lorenzo? Perchè non proseguirono essi a stampare? Perchè in alcuno dei loro libri non iscoprirono il furto? Il Meerman vuole che solo un cestellin di caratteri portasse seco quel ladro. Dunque gran copia n'era rimasta in Harlem insiem co' torchi, e cogli altri attrezzi dell' arte. Perchè dunque non continuarono essi a stampare? Ha veduta il Meerman la forza di questa difficoltà, e ha veduta insieme la debolezza della risposta da altri data, cioè che il dolore pel furto avvenuto tolse agli Eredi del Costero il coraggio di continuare l' esercizio della lor arte. Un' altra strada egli prende, che pargli migliore, e ci assicura che si continuò a stampare in Harlem, e accenna alcuni libri, cioè qualche edizion del Donato, dello Specchio dell' umana salute, e di altri somiglianti libri, ch' essendo stampati in lingua fiamminga, è probabile che in quelle provincie venissero a luce. Ma in primo luogo, se questi libri furono stampati in Harlem, perchè, ripeto io, non reclamarono gli Eredi di Lorenzo l' onore alla lor patria e al lor nome dovuto, che da altri usurpavasi? Inoltre, come prova il Meerman che cotai libri siano di quell' antica data che egli pretende? Come prova ch' essi siano stati stampati in Harlem, e non in altra Città? Niuno di essi ha indizio d' anno o di luogo. La rozzezza de' caratteri non basta a provarne l' antichità; perciocchè, come osserva a ragione il Baron di Heinecken, uno di que' che meglio hanno illustrato questo argomento (*Idee d' une Collection d' Estampes p. 259. ec*), ciò può ancor nascere o dalla inesperienza degli artefici nel fonder le lettere, o dalle lettere stesse già troppo logore, e perciò disuguali tra loro e deformi a vedersi. Aggiungasi che, come confessa il medesimo Meerman, non abbiamo stampe, in cui sia espressa la data di Harlem, prima del 1484. Al contrario ne abbiam di Lovanio nel 1474., di Daventer nel 1472., di Delf nel 1477., di Utrecht nel 1473. e di altre Città di quelle Provincie. Perchè dunque non crederem noi che que' libri siano in alcune di esse stampati, ove sappiam di certo che esercitavasi la stampa ne' primi anni, anzi che in Harlem ove non abbiam libro di certa data prima del 1484.?

Ma meglio ancora si scorgerà, quanto improbabile sia l'opinione del Meerman, se si rifletterà alle prove, che adducono in lor favore Strasburgo e Magonza. E quanto a Strasburgo, molti già avevano a questa Città attribuita la gloria dell'invenzion della stampa; ma niuno l'avea fondatamente provata; e per lo più i fautori di questa opinione eran caduti in gravissimi falli. Era riservata la gloria di porre in nuova luce un tal vanto di questa Città al Sig. Gian-Daniello Schœpflin Professore di Storia e di Eloquenza in quella Università, e Consigliere e Storiografo del Re di Francia, uomo a cui tanto dee e la Città medesima e tutta l'Alsazia per le dottissime opere con cui ne ha illustrate le antichità e la Storia. Questi prima in un Programma stampato nel 1741. (*Commentationes Histor. & Crit. p.* 557.), poscia in una più lunga Dissertazione venuta alla luce nel 1751. (*Mem. de l'Acad. des Inscript. T. XVII. p.* 762. *&c.*), finalmente in una sua opera intitolata *Vindiciæ Typographiæ* ha con tai monumenti provato, che i primi tentativi per l'invenzion della stampa furon fatti in Strasburgo, che la cosa sembra omai pienamente decisa. Egli ne reca in prova non l'autorità di Scrittori vissuti un secol più tardi, nè altri argomenti troppo dubbiosi ed incerti, ma gli autentici monumenti che ancora se ne conservano negli Archivj di quella Città. Da essi adunque ricavasi, che Giovanni Gensfleich soprannomato Guttemberg, nato di nobil famiglia in Magonza, e detto talvolta *il giovane*, a distinzione di qualche altro della stessa famiglia più di lui avvanzato in età, era stabilito in Strasburgo fin dal 1434., che ivi prese a sua moglie Anna soprannomata Porta di ferro, che nella stessa Città egli ritrovavasi negli anni 1439. 1441. 1442. 1444.. Questi monumenti ci provano che il Guttemberg, a cui la maggior parte degli Scrittori accordano l'onore di questa invenzione, abitava in Strasburgo; ma non ci provan ch' egli ivi trovasse quest' arte. Qualche indizio ne rinvenne dapprima lo Schœpflin in un contratto del 1439., con cui Giovanni si unisce con tre Cittadini, cioè con Andrea Treize o Dritzehen, con Giovanni Riff, e con Andrea Heilmann, per *mettere in opera alcune arti, e alcuni maravigliosi segreti che hanno del prodigioso*; colle quali parole è assai verisimile che s' indicasse la stampa. Ciò però ancor non bastava a rendercene certi. Finalmente gli Atti d' una lite che il Guttemberg ebbe a sostenere in Strasburgo nel 1439. contro Giorgio Dritzehen fratello del detto Andrea allor morto, trovati negli Archivj di quel Senato ne han tolto ogni dubbio. Essi sono stati interamente pubblicati dallo Schœpflin, e il Meerman medesimo gli ha di nuovo prodotti, credendo di potere ciò non ostante sostenere la sua opinione. Dalle deposizioni de' testimonj ivi riferite raccogliesi che il Guttemberg aveva già da alcuni anni addietro insegnata al Dritzehen l'arte di pulire le pietre, che diessi poi ad esercitare anche altre arti, e quella singolarmente di far gli specchj col detto Dritzehen, e innoltre col Riff e coll' Heilmann nominati poc' anzi; che, fatta perciò società con essi, da ciascheduu di loro si fè pagare 80. fiorini per le spese a tali arti necessarie; che avendo indi i compagni del Guttemberg penetrato che questi nascostamente esercitava un' altra mirabil arte di cui nulla avea lor detto, ed avendone fatte con lui doglianze, egli gli ammise anche a questo nuovo segreto, e formò con essi una nuova società per cinque anni, a patto però, che a' detti 80. fiorini ciascun ne aggiugnesse altri 120., e che, se alcun di essi venisse frattanto a morire, gli altri allo sciogliersi della società dovesser rendere agli Eredi di esso cento fiorini, e il restante rimanesse a vantaggio della società medesima. Il Dritzehen venne a morte nel 1438., essendo ancora alla società debitore di 85. fiorini. Ma Niccolò e Giorgio di lui fratelli pro-

varo-

varono innanzi al Senato colla testimonianza di molti che Andrea aveva spesi nella sua arte fino a 500. fiorini; e pretefer perciò che o essi dovessero entrare in parte del guadagno a proporzion di tal somma, o che il Guttemberg dovesse lor renderla. Ma il Senato giudicò che essi non ad altra somma avesser diritto, che a quella che nella carta di società era espressa, e che perciò il Guttemberg rimettendo loro gli 85. fiorini, de' quali Andrea era ancor debitore, e contandone loro altri 15. avesse soddisfatto all' obbligo che avea contratto. Or dalle deposizioni de' testimonj si trae manifestamente che l' arte in cui il Dritzehen insieme col Guttenberg si esercitava era quella della stampa; perciocchè molti di essi depongono che, morto il Dritzehen, il Guttemberg inviò tosto alla casa di esso, ordinando che le pagine che ivi eran nel torchio ne fosser levate, e scomposte le lettere si gittassero alla rinfusa sul torchio stesso, sicchè niun potesse conoscere a che uso servissero, non volendo che si scoprisse il segreto dell'arte. Chiarissima fra le altre è la deposizione di Lorenzo Beldeck uno de' testimonj: *Laurentius Beldeck dixit, se aliquando a Joanne Guttemberg ad Nicolaum Dritzehen post mortem Andreæ fratris ejusdem missum esse, ut ipsi nunciaret, ne prelum quod apud se haberet cuiquam monstraret: idque se curasse. Addidit, Guttemberg ipsi insuper mandasse, ut subito ad prela sese conferret, & illud prelum, quod duabus cochleolis munitum esset, aperiret, ut paginæ dilabantur in partes, easque partes vel intra vel supra prelum poneret; ita neminem rem vel inspecturum vel aliquid ejus intellecturum*. Potevasi egli spiegare più chiaramente di quel che siasi fatto con queste parole l' arte della stampa? E dunque certissimo che fin dal 1438. erasi già cominciato in Strasburgo ad usar di quest' arte, ed è probabile che già da alcuni anni prima avesse il Guttemberg rivolto ad essa il pensiero, e dato principio a' tentativi per ritrovarla. Niuna di queste cose si niega dal Meerman; ma per sostenere la sua opinione, e per non togliere ad Harlem l' onor di questa invenzione, suppone che il Guttemberg andasse da Strasburgo ad Harlem, e veggendo ivi il fratello esercitarsi in quest' arte, da lui l' apprendesse, e la trasportasse a Strasburgo, e in prova di ciò adduce l' autorità di tre Storici, i quali dicon tutt' altro, come potrà per se stesso facilmente vedere chiunque esamini le loro testimonianze.

Rimane ora a vedere, se i tentativi fatti in Strasborgo avesser felice effetto, e se qualche libro uscisse allor da que' torchj. Lo Schœpflin sostiene che sì; e nomina alcuni libri che gli sembrano di antichissima edizione, e ch' egli crede stampati in Strasburgo. Niun di essi però ha data di luogo, e un solo ha quella dell' anno; che è *Liber de humanæ miseria conditionis Lottarii Diaconi &c.* il qual porta in fronte l' anno 1448.. Ma in questa parte ei non ha trovati seguaci della sua opinione, e tutti i più saggi giudici di cotai produzioni convengon nel credere che in quella data, come in più altre, sia corso errore. Ed è certo che fino alla morte del Dritzehen poc' anzi accennata cioè fino al 1438. non si era stampato ancor libro alcuno, perchè molti de' testimonj citati negli Atti depongono di aver sovente udito il Dritzehen dolersi delle gran somme che avea già profuse, e consolarsi soltanto sulla speranza del molto guadagno che sperava un giorno di ricavarne. Non vi ha dunque alcun libro che si possa sicuramente affermare stampato in Strasburgo; e perciò, benchè a questa Città si debba a tutta ragione il vanto dei primi tentativi per l' invenzion di quest' arte, la gloria però di averla perfezionata si dee a Magonza, ove il Guttemberg, dopo avere inutilmente gittato e tempo e denari, si trasferì da Strasburgo.

Quando ciò accadesse non ne abbiam preciso riscontro. Egli era in Strasbur-

go

go anche al 1444., come provano i monumenti citati dallo Schœpflin. Ed è probabile che non molto dopo passasse a Magonza, e che ivi continuasse i suoi tentativi. Ma qual ne fosse il frutto ne' primi anni è assai malagevole a diffinirsi. Un sol monumento autentico ci è rimasto del 1455. pubblicato prima nel suo original Tedesco, poscia in Francese da M. Fournier (*De l'Origine de l'Imprimerie p.* 106.), dal qual raccogliesi che cinque anni addietro il Guttemberg aveva fatta società in Magonza con Giovanni Fust uom facoltoso, che prestati gli aveva 800. fiorini al 6. per 100., e poscia altri 800. per continuare nell'esercizio della nuova sua arte; ma che poscia venuti insieme a contesa, e dolendosi il Fust che dal Guttemberg non gli venisser pagati i frutti del denaro prestatogli, nel detto anno 1455. la società fu disciolta. Quali opere intanto si pubblicassero da essi, finchè stettero insieme congiunti, non è ben certo, perchè le più antiche edizioni non hanno data di sorte alcuna. Lasciando stare i libri stampati in tavolette di legno, quali sono le figure dell'Apocalissi, e quelle del Vecchio e del Nuovo Testamento, detto volgarmente la Bibbia de' Poveri, e l'*Ars moriendi*, e più altri di tal natura, fino a dieci edizioni della Bibbia antichissime e senza data annovera il Meerman (*T. II. p.* 285.), fralle quali appena ve n'ha alcuna, a cui qualche scrittore non dia il primato su tutte le altre, e singolarmente su quella del 1462.. Fra esse più comunemente credesi la più antica quella, di cui si hanno copie in Magonza nel Monastero de' Benedettini, in Berlino nella Biblioteca Reale, e in Parigi in quella del Collegio Mazzarini; e vuolsi da alcuni, fondati su un passo della già allegata Cronaca di Colonia sull'autorità del Tritemio e di altri, ch'ella fosse stampata fin dal 1450. o al più tardi nel 1452. Altri nondimeno danno ad altre Bibbie la precedenza. Noi non possiam giudicarne, perchè niuna di esse si trova in Italia, e le relazioni degli Scrittori, che l'hanno vedute, son sì diverse tra loro, che non sappiamo a chi credere. Noi dunque, per soddisfare in qualche modo all'erudita curiosità di chi volesse esserne minutamente informato, sarem paghi di accennare quelle opere nelle quali di ciò ragionasi più stesamente. Oltre quelle del Maittaire, del Meerman, dello Schœpflin già indicate, si posson vedere lo Schelhornio in più tomi delle sue *Amœnitates Historicæ & Litterariæ*, il Fournier nelle tre Dissertazioni Francesi sull'Invenzion della Stampa in legno e in rame, e in due altre Lettere (*Anné litter.* 1764., *Journal des Savans* 1764.), alcune Memorie dell'Accademia delle Iscrizioni (*T. XIV. p.* 227. 238.*&c.*), il Clement (*Bibliothequ Curieus. T. IV.*), il De Bure (*Bibliograph. Instructiv. T. I., Supplem. a la Bibliogr. T. I.*), il Marchand (*Hist. de l'Imprimerie*), e il Supplemento alla medesima pubblicato di fresco dal P. Mercier, e il recente Catalogo della scelta Biblioteca del Sig. Pierantonio Crevenna da lui stesso pubblicato in Amsterdam, ove più volte nelle note al Catalogo aggiunte si trovano belle ed erudite ricerche su questo argomento. Noi temiamo però, che chiunque si farà a leggere tutto ciò, che tanti scrittori ci dicono sulle prime produzioni dell'Arte Tipografica d'incerta data, non potrà conchiuderne altro, se non che intorno ad esse nulla si è accertato finora, e nulla probabilmente si potrà mai accertare.

Con maggior sicurezza possiam ragionare delle edizioni che hanno data sicura. La più antica fra esse è il Salterio stampato in Magonza nel 1457., di cui quasi tutti gli indicati Scrittori ci danno la descrizione. Nella sottoscrizione esso si dice stampato *per Johannem Fust Civem Moguntinum, & Petrum Schœffer de Gernszheim*. Abbiamo infatti veduto poc' anzi che il Guttemberg avea nel 1455. rotta la società da lui formata col Fust. Questi perciò insieme con Pietro Schœffer (a cui probabilmente era già prima congiunto, e a cui, come tra poco diremo, si attribuisce da molti il ritro-

trovamento di caratteri fusi) continuò a travagliar nella stampa; e il Fust per tal maniera fu pago del servigio dello Schœffer, che diedegli una sua figlia a moglie. Il secondo libro che da questi due Stampatori si pubblicasse fu il *Rationale Divinorum Officiorum* di Guglielmo Durando che ne venne a luce nel 1459., nel qual anno pure essi fecero una nuova edizion del Salterio. L'anno seguente uscì da' lor torchj l'opera di Giovanni Balbi intitolata *Summa seu Catholicon*; e nell'anno medesimo furon da essi date alla luce le Costituzioni di Clemente V., delle quali parla il De Bure (*Bibliogr. Instruct. T. II. p. 7.*), a cui poi venne dietro nel 1462. la famosa edizion della Bibbia detta comunemente la Mogontina. Il Meerman pretende che il *Catholicon*, nella cui sottoscrizione non veggonsi veramente espressi i detti due stampatori, non fosse opera loro, ma del Guttemberg. Ma gli argomenti da lui recatine in prova non sembran molto forti al poc' anzi lodato Sig. Crevenna (*Catalog. Vol. III. P. I. p. 31.*). E' certo però che il Guttemberg continuò egli pure ad esercitar la sua arte: e benchè il Meerman con ottimo fondamento rigetti una edizione de' Dialogi di S. Gregorio il Grande, che da lui dicesi fatta in Strasburgo nel 1458.; ne abbiam nondimeno una certissima prova in un documento pubblicato da Giorgio Cristiano Giovanni, in cui Corrado Humery Sindaco a Magonza nel Febbrajo del 1468. promette ad Adolfo Arcivescovo di quella città ed Elettore (il quale tre anni prima aveva con suo diploma annoverato il Guttemberg tra suoi Cortigiani) di non vendere fuor di Magonza i caratteri e gli altri attrezzi tipografici dopo la recente morte del Guttemberg venuti in suo potere, e di anteporre a prezzo uguale in tal vendita i Cittadini di Magonza a qualunque straniero (*Rer. Moguntin. script. Vol. III. p. 424.*). Ma forse il Guttemberg non aggiunse mai ai suoi libri data di sorta alcuna, acciocchè, come al principio doveva avvenire, si credessero scritti a penna, e si potessero perciò vendere a più caro prezzo.

Da tutto ciò, che finora si è detto, sembra potersi raccogliere che il primo a formare l'idea della stampa con caratteri mobili fosse il Guttemberg, ma ch' egli non vi riuscisse finchè non si fu unito al Fust. Ma rimane ancora a vedere per quali gradi si andasse cominciando e perfezionando quest' arte. Il Meerman vuole che il suo Lorenzo, dopo di avere stampato per mezzo delle tavolette di legno, fosse il primo ad usare dei caratteri mobili di legno, e che con essi stampasse i suoi libri; che il Guttemberg di somiglianti caratteri si valesse in Strasburgo; che passato poscia a Magonza e unitosi col Fust cominciasse ad usare caratteri di metallo scolpiti; che a questi succedessero i caratteri, com' ei gli chiama, *fuso-scolpiti*, cioè tali, il cui corpo fosse fuso, e nell' estremità vi fosse poi scolpita la lettera; e che finalmente lo Schœffer insegnasse a valersi delle matrici per fonder presto e ugualmente una gran copia di caratteri d' ogni sorta. Gli altri Scrittori benchè non diano parte alcuna a Lorenzo di questa invenzione, si attengon però a un dipresso alla serie del Meerman, trattone in ciò che appartiene a caratteri *fuso-scolpiti*; poichè veramente non par possibile che chi giunse a saper fondere i caratteri, non sapesse insiem con essi fonder le lettere. Alcuni però negano ancora che siasi mai fatto uso di caratteri di metallo scolpiti; e tre sorti sole riconoscon di libri, cioè libri stampati su tavolette di legno, libri stampati con caratteri di legno mobili, e libri stampati con caratteri fusi. Ciò che è più strano si è, che un medesimo libro veduto ed attentamente esaminato da diversi Scrittori, ad alcuni sembra stampato in un modo, ad altri in un altro; e chi giura di vedervi i caratteri di legno, chi ci assicura che vi si veggon le tracce de' caratteri fusi, chi altri caratteri non vi riconosce, che gli scolpiti in tavole. Or se quelli, che hanno sott' occhio tai libri, non sanno

accor-

accordarsi tra loro, che direm noi che non gli abbiamo veduti? Poichè la sperienza e i sensi non ci posson servire di guida, ne direm solo secondo ciò che la ragione ci suggerisce, e confessiamo perciò che noi inclioiam volentieri al sentimento del Barone di Heinecken, che altri libri non riconosce, che gli stampati coo tavoletta di legno, e gli stampati con caratteri fusi. Questo erudito ed esatto Scrittore crede che il Guttemberg, volendo iovece delle tavolette scolpite adoperare i caratteri mobili, cominciasse a formarli di legno. Il farlo e lo scolpir in esso le lettere era cosa di molto tempo, ma non difficile a farsi. Ma a rendere questi caratteri uguali perfettamente, sicchè nè uno sorpassasse l'altro in altezza, nè occupasse più spazio in largo, e tutti si combinassero insieme a formar sillabe e parole, quanta fatica chiedevasi e di quanto incerta riuscita! Ciò ancor non bastava. Formate le parole, conveniva formare le linee, e quindi le pagine, e stringer così i caratteri insieme, che non si sciogliessero. Il primo mezzo per ciò tentato dovette essere quello di aprire un foro all'estremità di ciascheduna lettera, e introducendovi una cordicella annodata nel fine, stringer con essa le linee, e quindi ancora le pagine. In fatti e in Magonza e in Strasburgo si serbarono per molti anni cotai caratteri forati che avean servito a' primi tentativi per l'invenzion di qoest' arte (*Meerman Tom.I. p.35.*). Ma come potevano i caratteri in tal maniera uniti reggere all' impressione e alla forza del torchio? Noo fa bisogno di gran discorso per inteodere l'imposibilità di stampare in tal modo. Alle cordicelle, troppo debole vincolo de' caratteri, succedetter le viti, per cui essi incassati meglio stringevansi insieme, e ciò sembra evidentemente indicarsi nelle parole soprarrecate degli Atti del 1439., in cui si accenna il comando dato dal Guttemberg a Niccolò Dritzehen, *ut subito ad prela sese conferret, & illud prelum, quod duabus cochleolis munitum esset, aperiret, ut paginæ dilabantur in partes; ita neminem rem vel inspecturum vel aliquid ejus intellecturum*. Il Fournier pretende che quì si parli di tavolette scolpite. Ma a dir il vero l'uso delle viti, e lo sciogliersi che dovevan fare le pagine al loro aprirsi, e quindi l'impossibilità d'intendere a che esse servissero sembra provar chiaramente, che ivi si parli di caratteri mobili; poichè le tavolette scolpite anche divise l'una dall'altra abbastanza avrebbero scoperto a qual uso fossero destinate. Questo secondo tentativo però dovette essere ugualmente iofelice, poichè le lettere di legno nè mai potevansi stringere in tal maniera, che non si scomponessero al premer del torchio; nè mai formarsi sì uguali, che ugual ne fosse ancor l'impressione; nè potevano sostener lungamente il peso del torchio stesso. Se il Guttemberg tentasse ancora di usar caratteri di piombo, non è ben certo. Sembra persuadercelo la menzion che si fa ne' citati Atti del molto piombo dal Guttemberg comperato. Ma potrebbe di questo essersi egli anche servito per la fabbrica degli specchi, in cui pure, come si è detto, si esercitava. E seppure egli tentò di usare i caratteri di piombo, ei dovette presto conoscere che troppo tenero era a tal uso questo metallo. Così tutti i tentativi del Guttenberg riuscirono per più anni inutili. Forse ed egli e il Fust, con cui poscia si unì in Magonza, tentarono ancora di scolpire i caratteri in ferro o in bronzo. Ma presto poterono vedere l'impossibilità di riuscirne. Perciocchè, come ben riflette il Baroo di Heinecken, chi mai potrà credere ch' essi potessero scolpire una sì gran quantità di caratteri, quanti a formare un libro richiedonsi, e lavorare sì minutamente le lettere io metalli sì duri? L'unica ragione, che sembra aver qualche forza a provare che alcuni libri sieno stati così stampati, si è l'osservare la differenza che vi è tra le stesse lettere, sicchè una *b*, a cagion d'esempio, è diversa da un' altra *b*. A ciò

ciò nondimeno risponde il suddetto scrittore, che primieramente l'arte di fondere i caratteri dovea allora essere nota a pochi, che potea perciò avvenire che alcuni artefici per amor di guadagno involassero a' lor padroni un alfabeto di lettere fuse, e facendo con esse le forme vi fondessero nuovi caratteri, e queste forme e questi caratteri dovean certamente essere poco uguali. Egli osserva in secondo luogo, che i caratteri ancor fusi, poichè sono stati adoperati per lungo tempo, si logorano in tal maniera, che appena sembran più dessi, e ne reca in pruova il Salterio stampato in Magonza nel 1490. co' caratteri stessi che si erano usati nel 1457., e che nondimeno pajon del tutto diversi. Queste inuguaglianze adunque non sono bastanti a provare l'uso nè de' caratteri di legno mobili, nè degli scolpiti in metallo.

Queste son le ragioni, per cui a noi pare che il Baron di Heinecken abbia chiaramente provato, che si sono bensì fatti de' tentativi per usar nelle stampe di tai caratteri, ma che non si è potuta esercitare quest' Arte, finchè non trovossi la maniera di fondere il metallo, e di servirsi de' punzoni e delle matrici. Anzi la composizione ancor del metallo opportuno alla stampa dovette costare non poco di opera e di fatica, e non è perciò maraviglia, che, essendosi cominciato fin prima del 1439. a cercare lo scoprimento dell'Arte, niun libro se ne vedesse uscire fin circa il 1450. L'invenzione delle matrici dalla maggior parte degli scrittori si attribuisce a Pietro Schoeffer prima servo, e poi genero di Giovanni Fust, e le prove che di ciò allega il Meerman (*Tom. I. p.* 183.) mi sembrano di molto peso, e fralle novantasette testimonianze di antichi Scrittori intorno all'Invenzion della Stampa, da lui recate nel secondo Tomo della sua opera, molte espressamente danno a lui questa lode, altre non oscuramente l' accennano. Non possiamo determinare in qual anno ei facesse un sì utile ritrovato, per cui propriamente si potè dire compita e perfezionata quest' arte. Ma a me sembra probabile che ciò avvenisse quando il Fust era ancor congiunto col Guttenberg, poichè veggiamo che allor quando essi si separarono, amendue continuarono a esercitare quest' Arte. Noi non seguiremo la Stampa ne suoi progressi, nè andremo cercando minutamente in quali Città e in quali Provincie si andasse poi propagando. Solo non vuolsi passare sotto silenzio un' opinion popolare, confermata da molti Autori, a' quali per narrare una cosa basta l'averla udita narrare, senza prendersi pensiero alcuno di esaminare i fondamenti di tale opinione. Dicesi adunque che Giovanni Fust venuto a Parigi con molte copie della Bibbia stampata a Magonza nel 1462. cercasse di venderle come codici scritti a penna ad altissimo prezzo, e che molte avendone in fatti vendute, poichè i compratori ebbero osservata la perfetta uguaglianza che vi era tralle diverse copie, sicchè non vi era nè parola nè punto, che in una fosse collocata diversamente dall' altra, cominciarono a sospettar di magia; e che ne fu portata al Parlamento l' accusa; ma che questo, esaminato attentamente l' affare, dichiarò il Fust innocente. Questa tradizion popolare è stata confutata da M. de Boze (*Hist. de l' Acad. des Inscript. T. XIV. p.* 230.), il quale ottimamente riflette che la frode, di cui si fa reo il Fust, poteasi bensì usare riguardo ad altri libri che non avevano espresso indizio di stampa, ma non mai nella Bibbia del 1462. al fin della quale chiaramente si legge, che essa non è già scritta a penna, ma colla nuova invenzione di formare e d' imprimere i caratteri. Egli aggiugne ancora che avendo fatte fare negli Archivj del Parlamento diverse ricerche per iscoprire se si avesse alcuna traccia di tale accusa e di tali processi, non se n' è trovato vestigio.

Benchè, come abbiam detto, noi non vogliam distenderci a ragionar de' progressi dell'Arte, nondimeno in una Enciclopedia Italiana non dobbiamo tacere

A 2 il mol-

il molto che la Stampa dee all' Italia. E' certo primieramente che niuna Provincia più prontamente ammiſe quell'Arte. Qual foſſe il primo libro tra noi ſtampato, e ove prima s' introduceſſe la Stampa, non è ancora sì chiaramente deciſo, che non rimangane qualche dubbio. Laſciamo ſtare la Coſmografia di Tolommeo ſtampata in Bologna nel 1462., in cui non vi è omai chi non riconoſca error nella data. Venezia ha il *Decor Puellarum* ſtampato nel 1461. da Niccolò Jenſon; la qual data da molti Autori ſi crede giuſta, da altri ſi attribuiſce ad errore, ſicchè debba leggerſi 1471. Il Signor Pierantonio Crevenna nel ſuo ſopralodato Catalogo (*T II. p. 61. ec.*) ha inſerita una lunga Diſſertazione, in cui ſi sforza non tanto di provare la legittimità della data, quanto di abbattere le ragioni con cui l' ha combattuta M. de Boze (*Hiſt. de l' Acad. des Inſcript. T. XV. p. 232.*). E certo non può negarſi, che molti degli argomenti dallo Scrittor Franceſe recati non hanno gran forza. Nondimeno a noi ſembra che non ſi poſſa ſoſtenere la legittimità della data ſenza opporſi a' più autorevoli monumenti, e ſingolarmente alle ſottoſcrizioni nelle quali Giovanni da Spira ne' ſuoi Libri ſtampati in Venezia nel 1469. e nel 1470. vivente il Jenſon afferma di eſſere ſtato il primo a introdurre in queſta Città la ſtampa, e al Decreto del Senato Veneto riferito dal Sanudo (*Vite de' Duchi di Venezia fol. 1189.*), nel quale ſi ordina nel Settembre del 1469. che, *atteſo che l' Arte dello Stampare è venuta alla luce, ſia conceduto a Giovanni da Spira lo ſtampare l' Epiſtole di Tullio ec.*: colle quali parole ſembra apertamente indicarſi, che foſſe quella la prima ſtampa che in Venezia faceaſi. Anche l' Edizione della Storia Auguſta, che dal Dott. Saſſi (*Prolegom. ad Hiſt. Typogr. Mediol. c. III.*) ſi pretende fatta in Milano nel 1465., è ſoggetta a molte difficoltà che altrove ſi ſono eſpoſte (*Stor. della Letter. Ital. T. VI. P. I. p. 122.*). La più antica Stamperia Italiana, di cui ſi abbia ſicura notizia, è quella del Monaſtero di Subiaco, ove gli Stampatori Sweinheim e Pannartz ſtamparono nel 1465. prima il Donato, indi nell' anno ſteſſo il Lattanzio, e nel 1467. l' Opera *De Civitate Dei* di S. Agoſtino e i libri dell' Oratore di Cicerone. Nello ſteſſo anno 1467. paſſarono eſſi da Subiaco a Roma, ove continuarono per molti anni a darci quelle magnifiche edizioni, che formano uno de' più belli ornamenti alle Biblioteche. All' Italia ſi dovettero parimente le prime ſtampe de' Libri Greci e degli Ebraici. Tra' Greci la Gramatica Greca di Coſtantino Laſcari fu il primo che ſi ſtampaſſe, e la ſtampa ne fu fatta in Milano nell' anno 1476. Di Libri Ebraici noi avevam creduto (*l. c. p. 128.*) ſull' autorità del Marcheſe Maffei e di altri dotti Scrittori, che il più antico foſſe il Pentateuco ſtampato in Bologna nel 1482. Ma il dottiſſimo Sig. Dott. Giambernardo Deroſſi, ſommamente verſato in queſto genere d' erudizione, più altri anteriori ce ne ha di freſco additati, e ſingolarmente il Commento ſu Giobbe del Rabbino Levi Gerſonide ſtampato da Abramo ben Chaim Peſareſe nel 1477. che è il primo tra tutti. Il primo ſaggio di Bibbia Poliglotta, che veniſſe alla luce, fu il Salterio nelle Lingue Ebraica, Greca, Arabica, e Caldaica ſtampato in Genova nel 1516. Aggiungaſi che le ſtampe fatte in Italia ſorpaſſarono di gran lunga nell' eleganza de' caratteri le Oltramontane; e baſta vedere fralle altre le molte edizioni dal Jenſon fatte in Venezia, e l' Antologia Greca, e il Poema di Apollonio da Rodi ſtampati in Lettere capitali in Firenze, la prima nel 1494., il ſecondo nel 1496. Finalmente Aldo Manuzio il vecchio fu l' inventor del carattere detto *corſivo*, come con più argomenti dimoſtra il Sig. Domenico Maria Manni (*Vita di Aldo Manuzio p. 15.*). Così l' Italia, ſe non ebbe la ſorte di ritrovare queſt'Arte, ebbe almen quella di promuoverla felicemente e di condurla preſſo alla ſua perfezione.

GLI

GLI STAMPATORI

A CHI LEGGE.

ESsendoci stato da immatura morte rapito l' egregio Sig. Abate ALESSANDRO ZORZI *promotore, direttore, e uno de' principali Autori della* NUOVA ENCICLOPEDIA ITALIANA, *mentre appunto stava sul finirsi la stampa di questo* PRODROMO; *per qualche sollievo all' alto dolore da noi risentitone ci siamo subito procurato un Elogio del medesimo, onde poter ripagare almeno alla sua memoria un piccol tributo per le tante obbligazioni che gli professiamo. Nè sono stati inutili i nostri voti. Il dotto Sig. Abate Lorenzo Barotti compagno indivisibile e fedele amico del defonto, ed uno degli Autori della futura Enciclopedia, si è compiaciuto di stenderci le seguenti Notizie di sua vita e un latino lapidario Elogio, che ci facciamo un pregio di comunicare al pubblico per compimento quanto inaspettato altrettanto doloroso di questo Prodromo.*

NOTIZIE

INTORNO ALL' ABATE

ALESSANDRO ZORZI VENEZIANO.

PEr soddisfare, non so se io dica prima, alle richieste degli amici, o al desiderio mio, raccolgo quì alcune memorie spettanti alla vita dell' Abate ALESSANDRO ZORZI morto ultimamente in Ferrara nel fiore dell' età sua. Egli nacque in Venezia il dì 11. di Settembre dell' anno 1747. di Leonardo Zorzi e di Carolina figliuola di Carlo Trechmayr nobile Tedesco, non so di qual paese, che fu al soldo de' Veneziani in uno de' maggiori gradi. Una di quelle avventure, che in Venezia occorrono di quando in quando, tolse tempo fa alla sua famiglia l' onore del Patriziato goduto da lei per più secoli, riducendola all' ordine che chiamasi de' Segretarj, ordine però rispettabilissimo, a cui essa diede poi de' soggetti che nella patria e fuori servirono la Repubblica con diligenza e con fede. Fu pure aggregata alla nobiltà di Padova. Mortogli il Padre rimase ancor fanciulletto, e, per li discapiti fatti dalla sua casa negli anni innanzi, scarso di

sostanze sotto la custodia della Madre, donna giovane, e che avrebbe potuto con altre nozze procacciarsi un provvedimento migliore. Ella non pensò al proprio, ma sì all' utile del figliuolo, di cui essendo tenerissima non avrebbe avuto cuore di vederlo in altre mani che nelle sue. Dunque contenta dello stato in che era rivolse i pensieri a educarlo, secondochè gli anni venivano permettendo, nel cristiano e civil costume. L'effetto rispondeva pienamente alle materne sue cure, sì docile era il fanciullo, e alle virtuose azioni sì felicemente disposto.

Come fu dirozzato nella gramatica, il mandò alle scuole de' Gesuiti, dov'egli fece de' progressi assai rapidi, essendo diretto bene, e nessuno svagamento avendo che dal continuo studio lo distogliesse. Compiè di diciassette anni il corso delle umane lettere e della filosofia, in cui specialmente mostrò di qual tempera fosse l'ingegno suo, e quanto se ne dovesse a ragione sperare col tempo. Nell'Ottobre dell'anno stesso, che fu il 1764., entrò nella Compagnia di Gesù, consentendovi sua Madre, quantunque gran pena provasse a dover dividersi da lui figliuolo unico, e unico conforto che avesse al mondo. Fatto il noviziato in Bologna, andò a Piacenza dove per un anno attese a istruirsi più fondatamente nella rettorica, e di là passò a Parma destinatovi a insegnar la gramatica. Non vi si fermò che pochi mesi, avendo dovuto partirne con tutti i suoi nel Febbrajo del 1768. Trasferitosi a Bologna ripigliò in quella Città l'ufizio di maestro, ufizio che andavagli a genio moltissimo. Ma non era per lui, e dovette in breve lasciarlo, essendo dopo larghi sputi di sangue divenuto emaciatissimo, non senza grave pericolo di tisichezza vicina. Pur si riebbe abbastanza, e potè porsi allo studio della teologia, che continuò quattro anni, cioè fino alla state del 1773. in cui tornossene a Venezia secolarizzato, e già sacerdote da due anni.

Non pochi in tale occasione furono quelli che cercarono di avere appresso di se de' giovani sacerdoti, alla cui probità e perizia nelle lettere affidare la coltura domestica de' loro figliuoli o nipoti. Uno di essi fu il Sig. Marchese Cristinfrancesco Bevilacqua Ferrarese, Cavaliere di fino ingegno, e degli uomini dotti favoritor amorevole, il quale, avendo due Nipotini d' egregia indole, era sollecitissimo che ricevessero una educazione convenevole al loro talento e alla lor nascita. Ed io posso rallegrarmi meco medesimo d'essere concorso a mettergli per le mani l' Abate Zorzi, le qualità di cui notissime a me non mi lasciavano dubitare che i nipoti non dovessero avere in lui un precettore attento e discreto, e il degnissimo zio un amico vero e leale. Egli accettò l'invito che il Cavaliere gli fece, non avendo nul-

la che

la che in Venezia il riteneſſe; che poco avanti eragli morta la Madre; e non credeva di poter ſeguitare la ſcuola di Teologia che colà a comodo di parecchi giovani ſuoi conoſcenti faceva gratuitamente nella ſua caſa. Venne adunque a Ferrara nel Marzo del 1774., e pigliò i due nobili giovanetti ſotto il ſuo magiſtero. . .

Ma queſto non poteva occuparlo tanto, che non gli avanzaſſe aſſai tempo di ſtudiare per ſe, e di adunar materiali che gli ſerviſſero ne' ſuoi letterarj diſegni. Eſſi erano vaſti: egli però aveva tutta l'attitudine a compierli: Ingegno grande, acuto, metodico, chiaro, e sì abile a tutto, che era uno ſtupore il vedere quanto innanzi andaſſe e quanto preſto, in qualunque ſcienza entraſſe o per biſogno o anche per paſſatempo. Pochi principj baſtavangli. Con eſſi avvolgevaſi velocemente per entro le coſe ſenza avvilupparſi punto, e ne ſcopriva da ſe molte relazioni e nodi, e gli ſcioglimenti eziandio, in guiſa che all'udirlo ſi ſarebbe penſato che quello foſſe il precipuo ſuo ſtudio: sì eſattamente ne ragionava. Il ſolo Euclide era il libro di Mattematica che aveſſe letto: contuttociò uſando dopo il pranzo di trattenerſi col Signor Gianfranceſco de'Malfatti amiciſſimo ſuo, e ſuo compagno di ſoggiorno in caſa Bevilacqua, e profeſſor valoroſo di Mattematica in queſta Univerſità, ne appreſe quaſi ſenza volerlo tanto da lui, che poteva paſſare per alquanto più che iniziato ne' miſterj dell'Algebra; tal che il detto Signore non poteva a meno di non lagnarſi con lui che non vi ſi foſſe applicato per tempo, parendogli che aveſſe fatto un torto graviſſimo alle Mattematiche e a ſe ſteſſo. Eguale era la facilità ſua a imparare le lingue; che oltre la noſtra, e la Latina che egli ſcriveva elegantiſſimamente, ſcriveva pur la Franceſe, e intendeva la Spagnuola, la Ingleſe, e la Greca. Circa un anno fa eraſi meſſo a ſtudiare l'Ebraica; ma ſopravvenutegli alcune faccende, ne fu diſtornato.

Intanto per isfogare, dirò così, l'ardor del ſuo ingegno compoſe un Trattato ſul modo d'inſegnare a'fanciulli le due lingue Italiana e Latina, e con queſto titolo appunto il diè alla luce in Ferrara colle ſtampe di Giuſeppe Rinaldi l'anno 1775. Egli è pregevoliſſimo non meno per le coſe e per la delicata Metafiſica ſparſavi opportunamente, che per l'ordine e per lo ſtile tutto candore e vezzo. Il lavoro ne fu generalmente lodato, non la ſoſtanza. I ſoſtenitori del modo antico non dovevano per maſſima approvarne un diverſo, e in qualche parte nuovo: e i maeſtri, che o ſchifano volentier la fatica, o non ſanno bene (e ſono i più) amendue le lingue, dovevano per amor proprio rigettarlo come non prati-

eabile, e ſtrano. Belle ſon pure tre Lettere che egli nell'Aprile ſcorſo ſcriſſe (e ne ſono teſtimonio io ſteſſo) in tre ſere, confutando con ſodezza e creanza ciò che un certo Sig. Martino Sherlok aveva ſcritto, in verità poco giudizioſamente, intorno alla Poeſia Italiana, all'Arioſto, e allo Shakeſpear poeta Ingleſe. Furono ſtampate dal Rinaldi, e applaudite da tutti, fuor di quelli forſe che ſi paſcono di citazioni, e di teſi lunghe e ſtucchevoli. Un'altra coſa egli aveva tra mano; e queſta era una Diſſertazione ſopra la Giuriſprudenza Criminale, argomento propoſto dall'Accademia di Berna con intenzione, cred'io, di correggere gli abuſi introdottivi nella pratica da un rigore ſoverchio ed ingiuſto. Ma non ebbe tempo di far altro che diſaminare molti ſtatuti e codici antichi e moderni, notare ciò che vi trovò di conforme alla ragione e di oppoſto, e dare alla materia la debita diſpoſizione. Quelli a cui ſvolſe tutta la tela del ſuo ſiſtema, eſſendo uomini che non ſi dilettano di vedere ſtrangolati nè ſtorpiati i lor ſimili, non finivano di commendarne la dottrina, la forza del raziocinio, l'ordine, la ſaviezza, la diſcrezione. Egli è proprio un danno che non abbia laſciato ſu ciò in iſcritto ſe non un miſcuglio di memorie slegate e confuſe.

La impreſa però, a cui penſava da alcuni anni, e dirigeva i ſuoi ſtudj, era di formare coll'ajuto di letterati italiani una Enciclopedia Italiana, la quale ſuppliſſe il difetto di non pochi Articoli leggermente toccati nella Franceſe, e i molti errori ne emendaſſe di Storia e di Teologia colla ſpoſizione dei fatti veri, e delle dottrine cattoliche e ſane. Non era agevole il riuſcirvi, dove le fatiche degli ſtudioſi non vengono alleviate da neſſuna ſperanza di premio. Pure ſe era fattibile, lo era da lui fornito d'una mirabile attività che non ſi ritraeva per difficoltà veruna, e d'una efficace deſtrezza a recare gli altri, anche per via di lettere, ad adattarſi a'ſuoi progetti, e a tenerli per buoni. E in effetto parecchi de'noſtri migliori uomini, e fra gli altri il Signor la Grange, il Signor Borſieri, il Signor Ab. Spallanzani, il Signor Ab. Tiraboſchi, il Signor Conte Riccati, il Signor Marcheſe Saluzzo, il P. Fontana gli promiſero di dargli mano ognun d'eſſi nelle materie alla profeſſione ſua attinenti, e alcuni avevangli già mandate quelle ſcritture di cui egli ſi valſe a fare il volume che col titolo di PRODROMO ora eſce fuori ſtampato dal Pazzini in Siena: eſſo contiene la Dedicatoria di tutta l'Opera indirizzata dall' Ab. Zorzi alle LL. AA. RR. l'Arciduca Leopoldo Gran-Duca di Toſcana, e l'Arciduca Ferdinando Governator di Milano (i quali ſi degnarono di riceverla,

e di

e di promuoverne coll' alto loro favore il cominciamento), e alcuni Piani, e alcune Differtazioni, due delle quali fon teologiche, e fattura del Zorzi medefimo. Molti le hanno già lette, e tutti convengono che vi è una conneffione di cofe ingegnofa affai, e un metodo, una precifione, una chiarezza, che rare volte fi veggono in opere fomiglianti. Il Piano di Metafifica è altresì fuo: fcienza che aveva in tutta la fua eftenfione a fe riferbata.

L' affare della Enciclopedia era a quefti termini, quando il valente giovane fu affalito dall' ultima malattia che il levò dal mondo. L' abito gracile del fuo corpo, e gl' incomodi già fofferti avrebbero voluto ch' egli diminuiffe l' applicazione dell' animo, o a tempo più acconcio la rimetteffe. Suo coftume era di vegliare tutta o quafi tutta la notte fu i libri; e agli amici che il configliavano ad aver più cura di fe, rifpondeva forridendo: *Se non iftudio nelle ore che gli altri dormono, che potrei io fare di giorno? Sapete pure che chiacchiero volentieri*. E così tirava oltre. Ma tirò poco avanti; che verfo la metà di Giugno tornò a fputar fangue, e in tanta copia, che, effendoglifi per giunta meffa indoffo la febbre, lafciò in tutti più defiderio che fperanza del fuo guarimento. Dopo alquanti giorni gli fi fece dell' affanno al petto, o per travafamento di linfe, o per ammaffamento di marcie, le quali però non fi moftrarono mai, e l' affanno crebbe in maniera che il dì 14. di Luglio del 1779. un' ora e mezzo avanti il tramontare del Sole paſsò a miglior vita in età d' anni 32. non ancor compluti. Egli incontrò la morte con plena raffegnazione al volere di Dio, e con una tranquilla fiducia di dovere effer falvo; frutto o premio della fua molta pietà, e della purità del fuo cuore non mai fedotto dalle lufinghe del mondo.

La fua morte fu veramente pianta dagli amici, che egli aveva nè pochi nè di picciolo conto. Anche S. A. R. il Gran-Duca di Tofcana fentì con difpiacere la nuova del fuo pericolo, dicendo a chi gliela diede, che in un lungo difcorfo tenuto con lui ful Po a Lagofcuro ne aveva conofciuto il merito fingolare, e alcuni pregi fcoperti non comuni agli altri uomini profondi in fapere. Forfe intefe delle maniere di lui ingenue e modefte, che non potevano nafconderfi all' occhio d' un Sovrano filofofo, e non effergli grate. Una unione di qualità grandi il rendeva a tutti del pari ftimabile e caro. Sincero, ma non di quelli che non fanno tener nulla in fe, e ad ogni occafione votano, come fi dice, il facco: accorto, ma non di quelli che malignan fu tutto, e di tutti penfano il peggio: compiacente, ma fenza viltà: allegro fenza diffipamento: cortefe fenza affettazione: difintereffato, manfueto, dolce: e qual era un giorno, tale era l' altro; non effendo fog-

getto

getto a certo impeto di passioni e stemperamento di umori, che gli mettesse in tumulto l'animo, e la natural calma ne scomponesse. Questo parmi il ritratto dell'Abate Alessandro Zorzi; e quantunque fatto in iscorcio e con poche linee, pur basterà a far vedere quanto si sarebbe dovuto aspettare da lui se fosse vissuto più a lungo, e quanto abbiano per sì immatura morte perduto le buone lettere, gli amici, e l'Italia ancora.

Ferrara 3. Agosto 1779.

Lorenzo Barotti.

QVIETI AETERNAE

ALEXANDRO GEORGIO VENETO
GENERIS NOBILITATE MORVM INNOCENTIA LENITATE ANIMI
INGENIO AC DOCTRINA PRAESTANTISSIMO
QVI DVM OPVS
SCIENTIAM OMNEM OMNES QVE ARTES COMPLECTENS
MOLIRETVR
ATQVE
A NONNVLLIS ITALIAE LITTERATIS VIRIS ADIVTVS
IAM INCHOASSET
SVMMO LITTERARVM DAMNO
ET AMICORVM DOLORE
OBIIT FERRARIAE PRID. ID. IVL. A. CIϽ. IϽCC. LXXVIIII.
ANNOS NATVS XXXI. M. X. D. III.
L. B. AMICO DVLCISSIMO P. C.

INDICE

DE' PIANI E DEGLI ARTICOLI

Contenuti in questo Volume.

ERRORI				CORREZIONI
pag. XII.		v. 33.	averle	averli
30. col.	2.	v. 28.	*Misantrope*	*Misanthrope*
48.	1.	24.	Taucourt	Jaucourt
55.	2.	16.	Pertanto	Parlando
61.	2.	9.	ugualmante	ugualmente
74.	1.	7.	la somma	la somma 2
77.	2.	18.	moitiplicatori	moltiplicatori
83.	1.	11.	ma, 10 onde	ma 10, onde
87.	2.	7.	de' tre fattori	de' cinque fattori
89.	1.	13.	$n - 1$	$n - 1$
91.	1.	23.	(N.° X.)	(N.° XIX.)
241.	2.	30.	ha chi	a chi

D' altri trascorsi non osservati se ne rimette il discernimento al Lettore.